

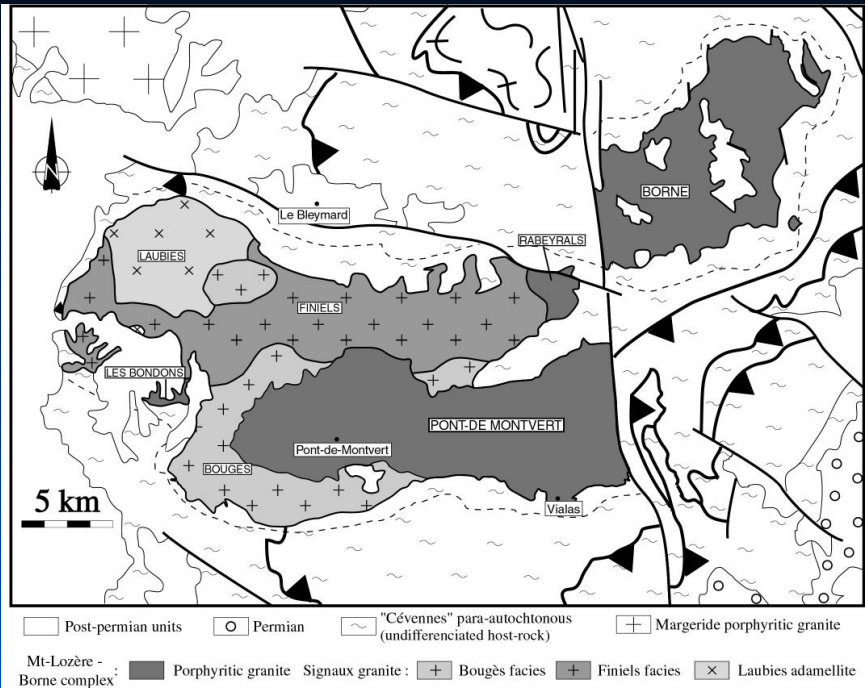
MODÉLISATION GÉOLOGIQUE 3D ET CARACTÉRISATION DES INCERTITUDES PAR LA MÉTHODE DU CHAMP DE POTENTIEL

Christophe Aug
Centre de Géostatistique

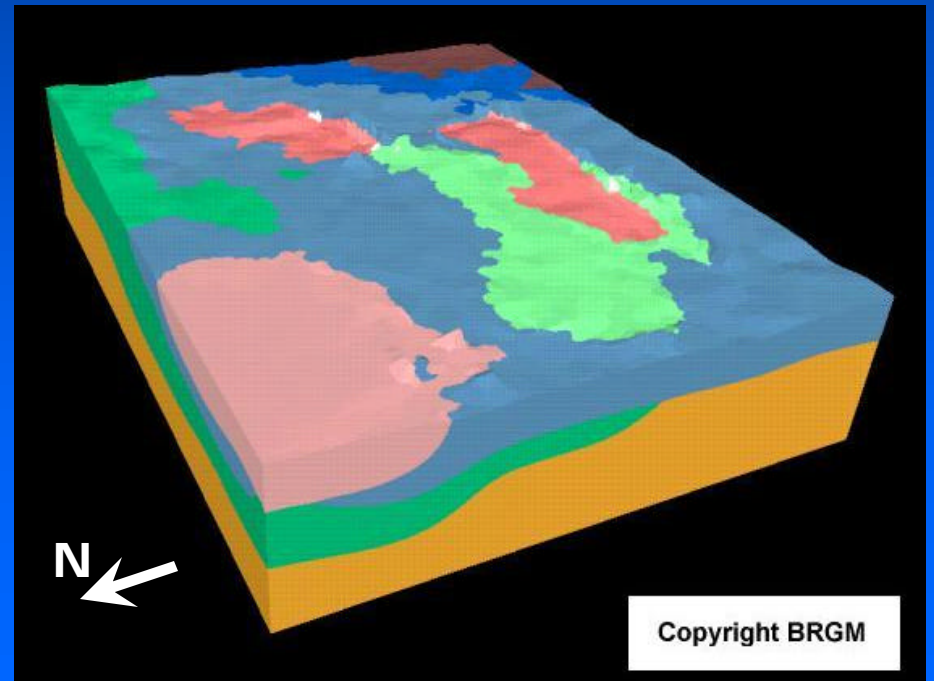
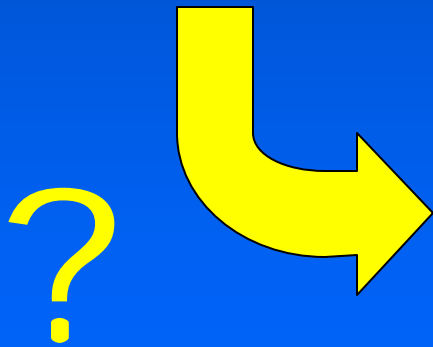
Jury

Rapporteur: J.-L. Mallet
Rapporteur: A. Parriaux
Examineur: J.-P. Brun

Examineur: J.-P. Chilès
Examineur: G. Courrioux
Examineur: Ch. Lajaunie



Cartographie géologique



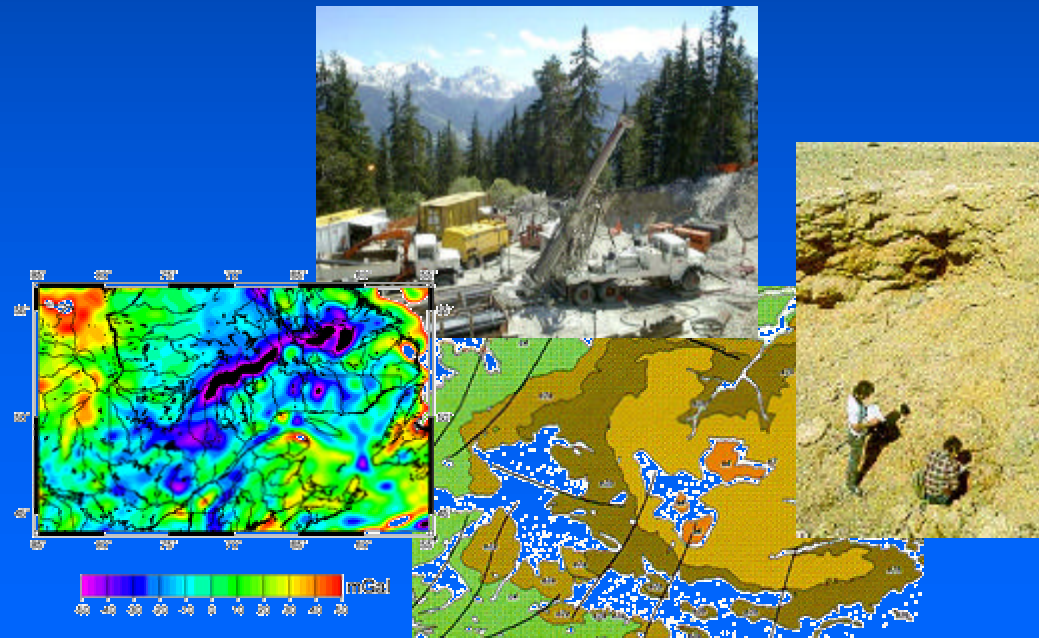
Comment interpoler une surface géologique ?

- Il nous faut:
 - intégrer des données
 - choisir une approche
 - respecter des règles

- Il ne faut pas :
 - oublier qu'il s'agit d'une interprétation...

Les données

- interfaces (contours, intersections dans les forages...)
- directions structurales
- failles
- géophysique



Approches géostatistiques

- Les surfaces d'élévation: $z=f(x,y)$ (Ex. MNT)
 - faciles à utiliser, adaptées pour multicouches.
 - visualisation 3D, mais modélisation 2D
⇒ certains objets ne peuvent être reconstruits.



- Les surfaces implicites: $V_0=f(x,y,z)$
⇒ Une surface est définie par une isovaleur particulière d'un champ scalaire dans l'espace 3D (champ de potentiel).

Deux étapes:

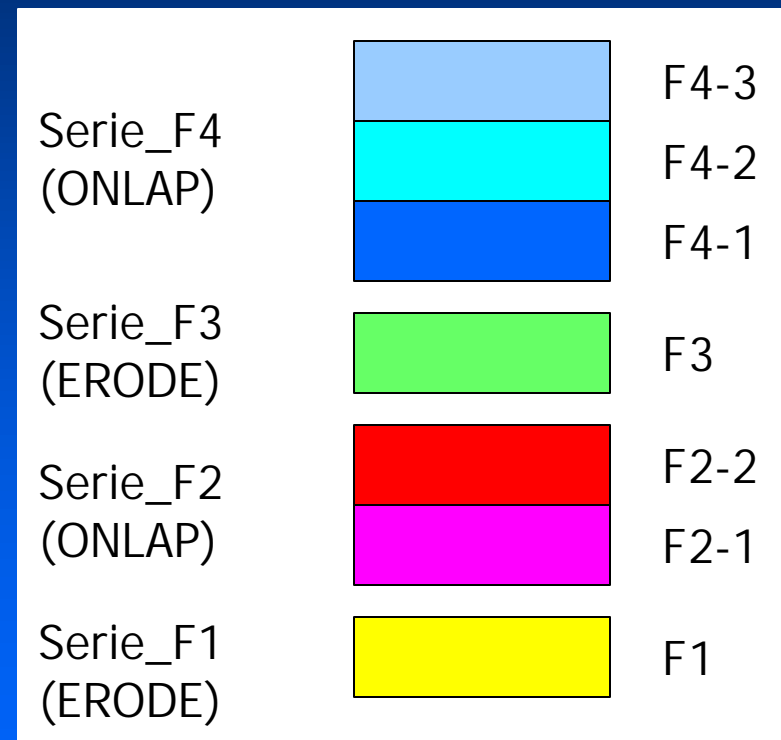
- Phase d'interpolation: exprimer f → calculer $f(x,y,z)$.
- Phase de représentation: expliciter les surfaces isovaleurs → dessiner les surfaces V_0 .

Les règles

- La pile stratigraphique

- Les relations

- « erode »
- « onlap »



L'Editeur Géologique

- ❑ Outil développé au BRGM.
- ❑ Approche implicite: méthode du champ de potentiel (Lajaunie *et al.*, 1997).
- ❑ Construction automatique de modèles géologiques volumiques.
- ❑ Méthode adaptée aux besoins et aux spécificités de la cartographie géologique:
 - modélisation de différents types d'objets géologiques (bassins sédimentaires, séries métamorphiques, intrusions granitiques...)
 - intégration de plusieurs types de données (MNT, carte géologique, données structurales, sondages, géophysique...)
- ❑ Nombreux exemples d'études sur <http://www.3dweg.brgm.fr>

Objectifs de la thèse

- ❑ Cadre: Thèse sous la direction de Jean-Paul Chilès, en partenariat avec le BRGM.
Projet de recherche en modélisation 3D des corps géologiques.
- ❑ Editeur Géologique: Développer dans cet outil des techniques géostatistiques permettant de construire des modèles géologiques plausibles.
- ❑ Axes de recherche:
 - Caractérisation des incertitudes affectant les modèles construits.
 - Traitement des sondages incomplets.

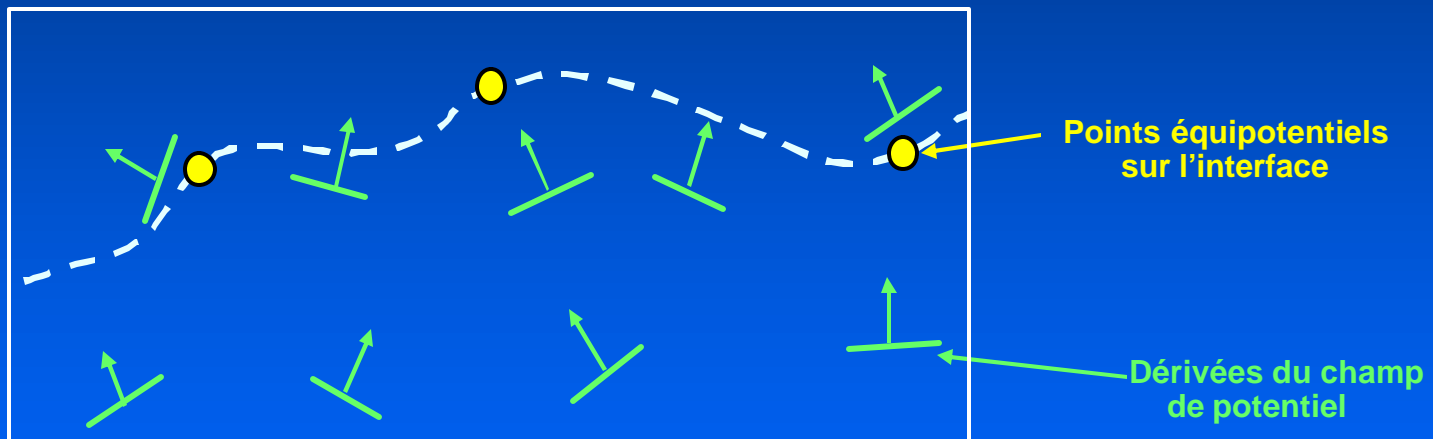
Plan

- ❑ Présentation de la méthode du champ de potentiel
- ❑ Caractérisation de la covariance du potentiel
 - Inférence à partir des données de gradient
 - Illustrations par les données du Limousin
- ❑ Détermination des incertitudes :
 - sur la position des interfaces
 - sur les paramètres du modèle
- ❑ Autres problèmes :
 - Gestion de plusieurs formations et des failles
 - Traitement des fins de sondages

La méthode du champ de potentiel

Deux types de données:

- points de passage (x, y, z) sur les interfaces géologiques ;
- données ponctuelles d'orientation: vecteurs normaux aux lignes iso valeurs (azimut, pendage, polarité).



Les interfaces sont interpolées en 3D en assimilant les points à des **potentiels** (on travaille en fait sur des incréments) et les orientations à des **gradients** du potentiel.

Le cadre de la géostatistique

□ Multivariable

Deux types de données:

- Potentiel (incréments)
- Gradients

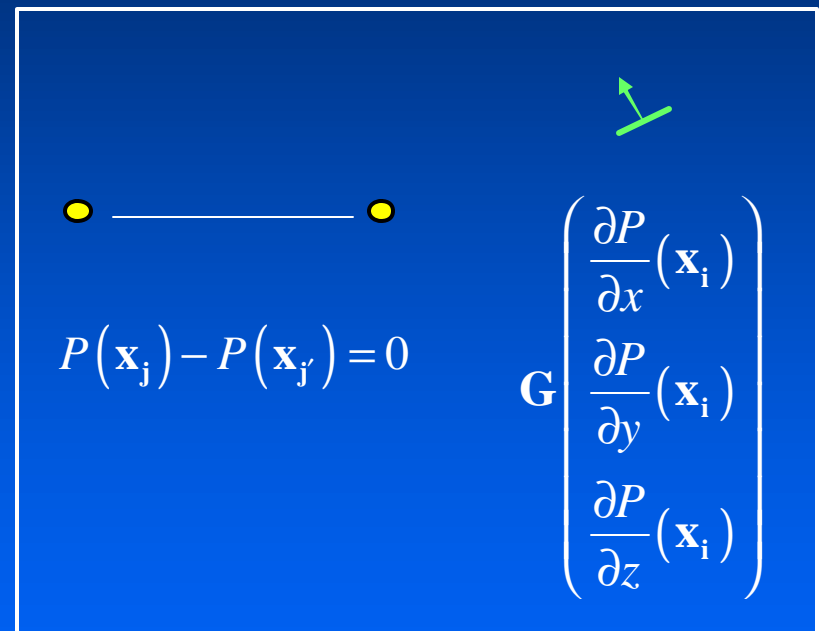
□ Non-stationnaire

Dérive polynomiale

⇒ Cokrigéage universel
(dual)

⇒ Choisir une covariance

Fonction Aléatoire P: potentiel



Caractérisation de la variabilité spatiale du potentiel

⇒ Inférence à partir des données
d'orientation

Le choix de la covariance

- ❑ Jusqu'à présent: modèle « conventionnel »
- ❑ Modèle de covariance par défaut
 - ⇒ Cubique isotrope, portée arbitrairement prise égale à la taille du champ, variance du gradient unité, effet de pépite du gradient de 0.01
- ❑ Problème: incréments de potentiel nuls !
- ❑ Solution: exploiter les données d'orientation
 - Mesures angulaires d'orientation des plans de litage (stratification, schistosité, foliation).
 - Illustration (photos de foliations dans des granites)
 - Dans le cas d'étude *Limousin*: foliations cartographiques.
 - ⇒ X, Y, (Z), Azimut, Pendage, Polarité



© Ledru et al. 2001 *Tectonophysics*



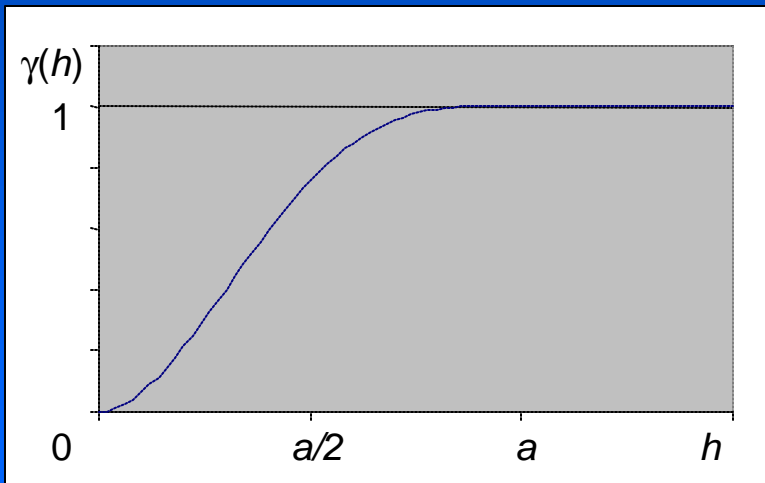
Covariance du potentiel et covariance du gradient

- Lien algébrique:

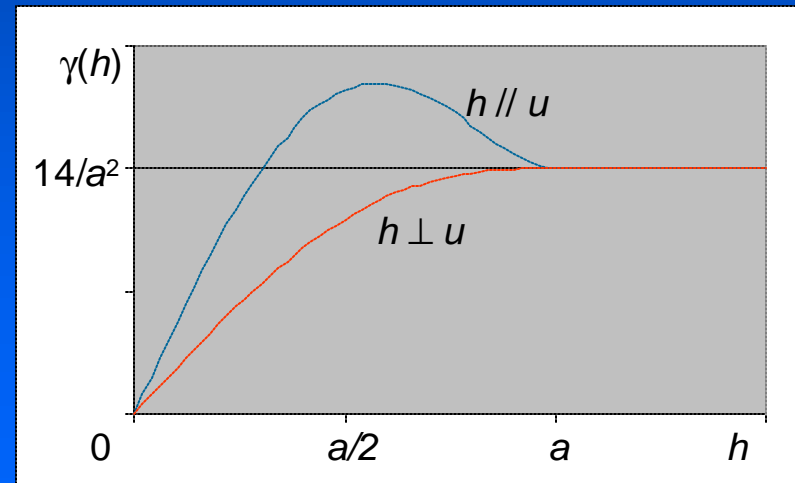
$$K_{G_u}(\mathbf{h}) = -\frac{\partial^2 K_P(\mathbf{h})}{\partial h_u^2} \quad r = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}$$

$$K_P(\mathbf{h}) = C(r) \Rightarrow K_{G_u}(\mathbf{h}) = -\left(\frac{C''(r)}{r^2} h_u^2 + C'(r) \left(\frac{1}{r} - \frac{h_u^2}{r^3} \right) \right)$$

Variogramme du potentiel Z



Variogramme de la dérivée $\partial Z / \partial u$



- Calcul des variogrammes expérimentaux dans différentes directions.

Ajustement I

- ❑ Paliers variant avec la direction.
- ❑ Anisotropie zonale: le variogramme ne dépend que de certaines composantes du vecteur \mathbf{h} .

⇒ Schéma gigogne.

$$\Gamma_P(\mathbf{h}) = \Gamma_3\left(\sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}\right) + \Gamma_2\left(\sqrt{h_x^2 + h_y^2}\right) + \Gamma_1(h_y)$$

- ❑ Ajustement manuel:
 - Structure 3D ajustée sur G_Z .
 - Structure 2D ajustée sur G_X .
 - (Structure 1D ajustée sur G_Y .)

Ajustement I I

- 3 paramètres à déterminer pour chaque variogramme de composante de gradient: portée, palier, effet de pépité.
- Ajustement automatique: détermination des paramètres optimaux en minimisant une fonction d'erreur.

$$c^2(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\mathbf{g}_i - \mathbf{g}(h_i; \mathbf{a})}{s_i} \right]^2$$

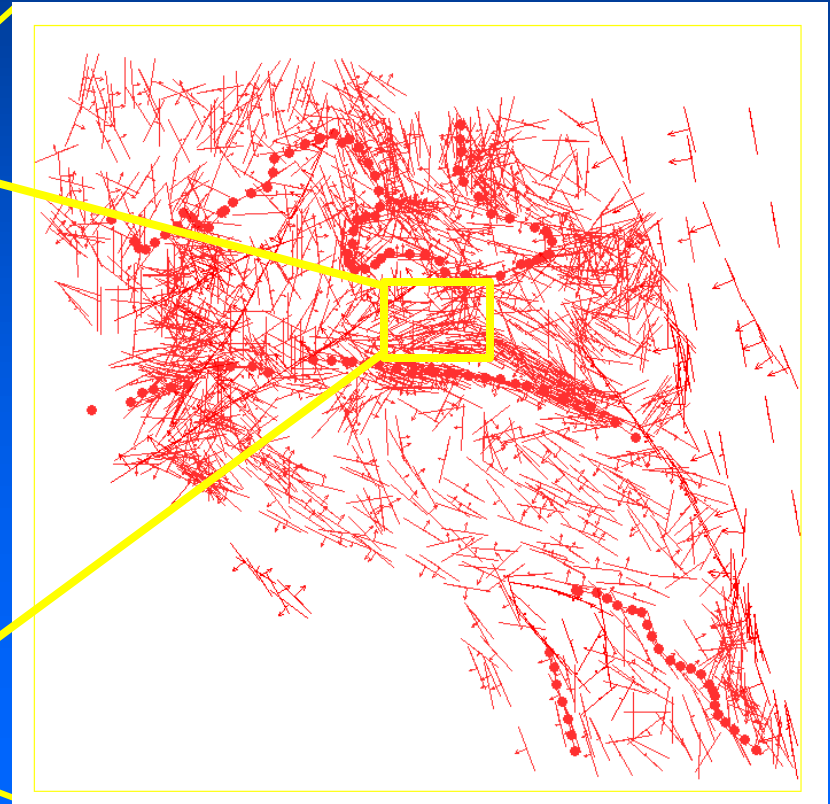
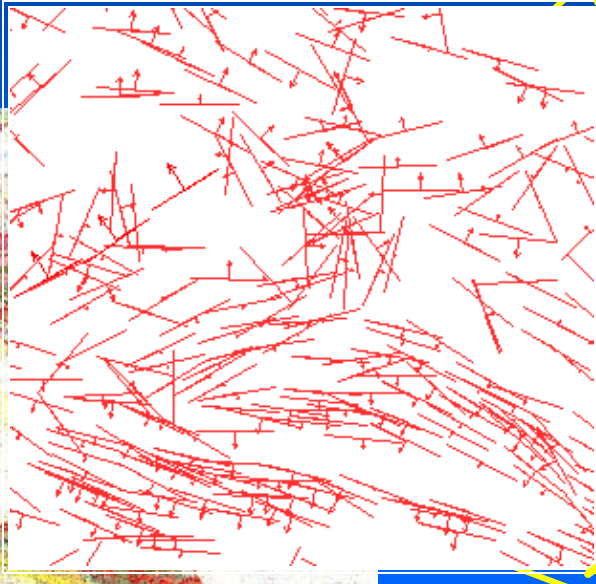
- Méthode de régression non-linéaire (Levenberg-Marquardt): méthode à gradient adaptatif
⇒ Chaîne de traitement entièrement automatique.

Caractérisation de la variabilité spatiale du potentiel

⇒ Illustrations par des données du
Limousin

Présentation des données

Taille $\approx 70 \times 70$ km
1485 données de foliation
(roches métamorphiques)
128 points (carte géologique)
tous situés sur la surface
topographique

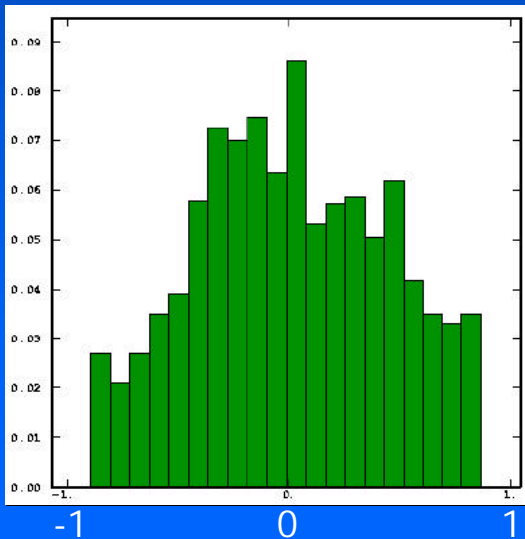


Étude exploratoire

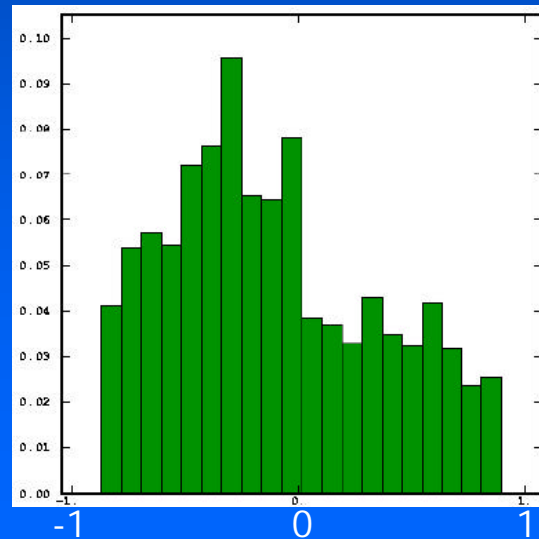
N=1485

	Min	Max	Moy	Var
G_x	-0.8913	0.8659	0.0108	0.1876
G_y	-0.8659	0.8932	-0.1104	0.2076
G_z	0.3168	1.0000	0.7491	0.0314

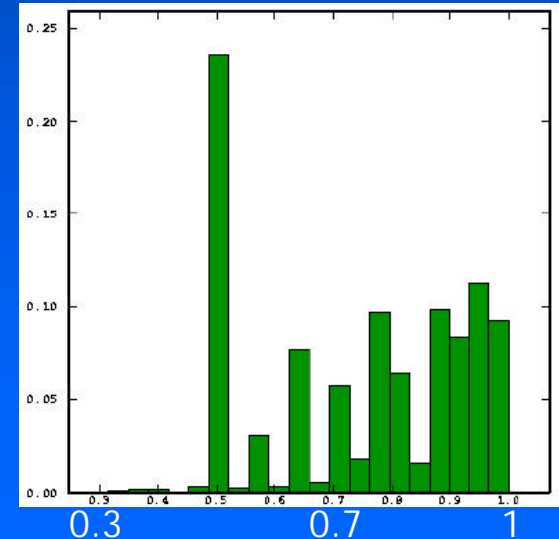
G_x



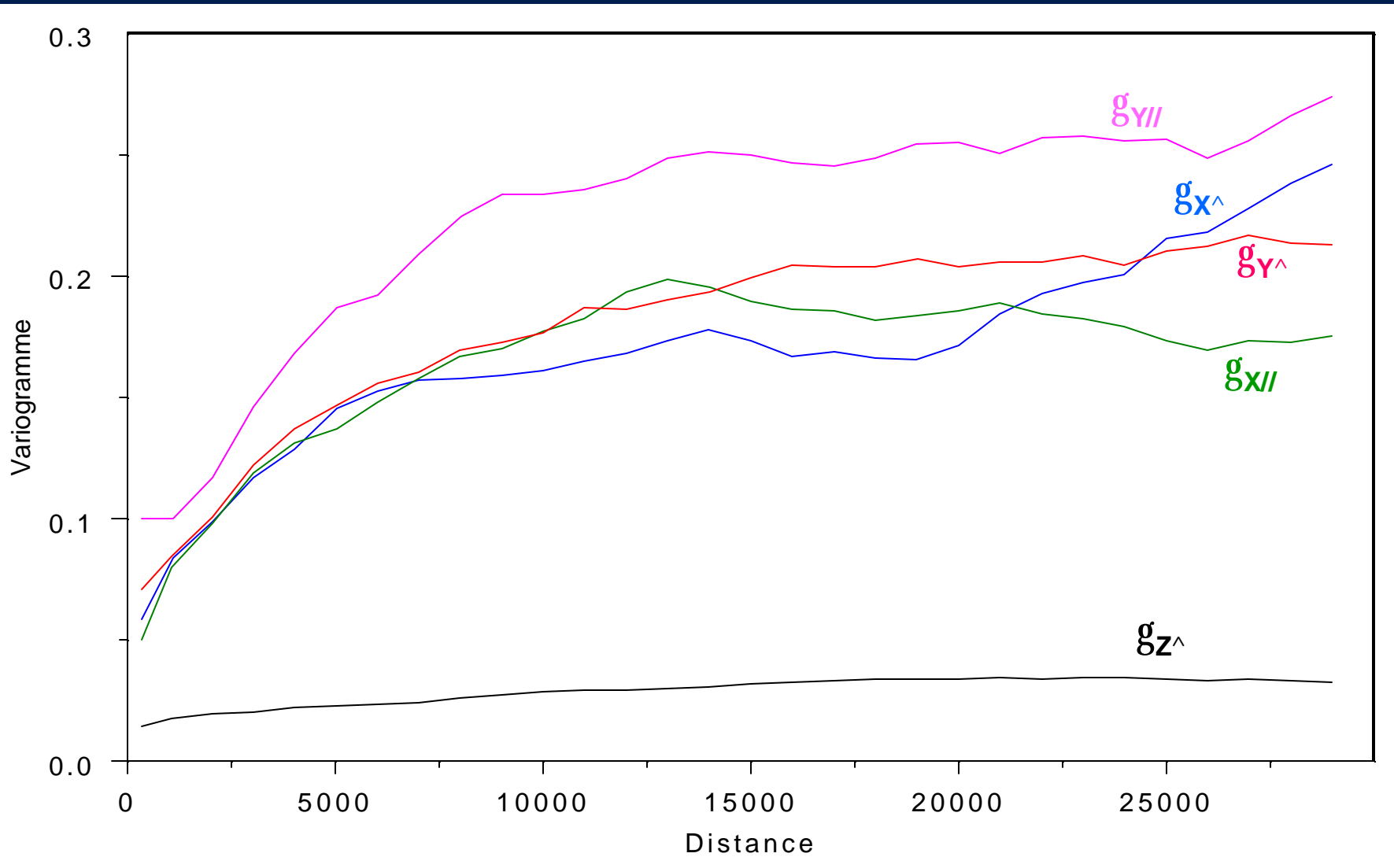
G_y



G_z

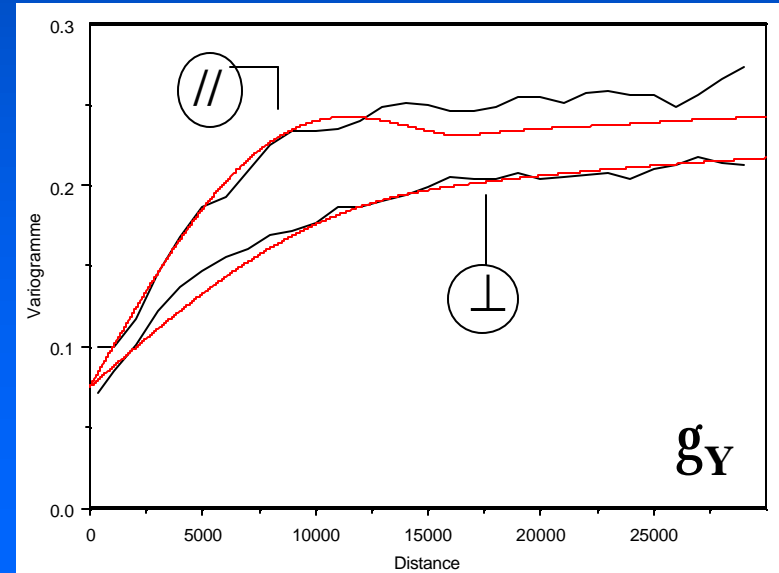
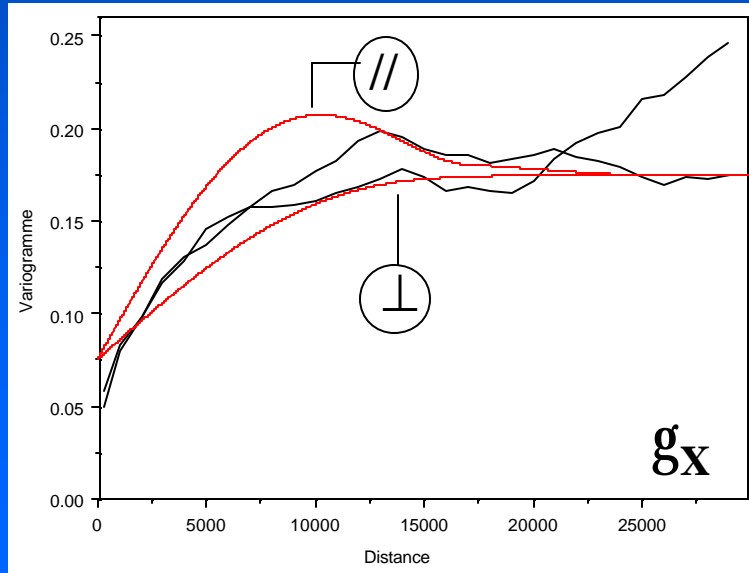
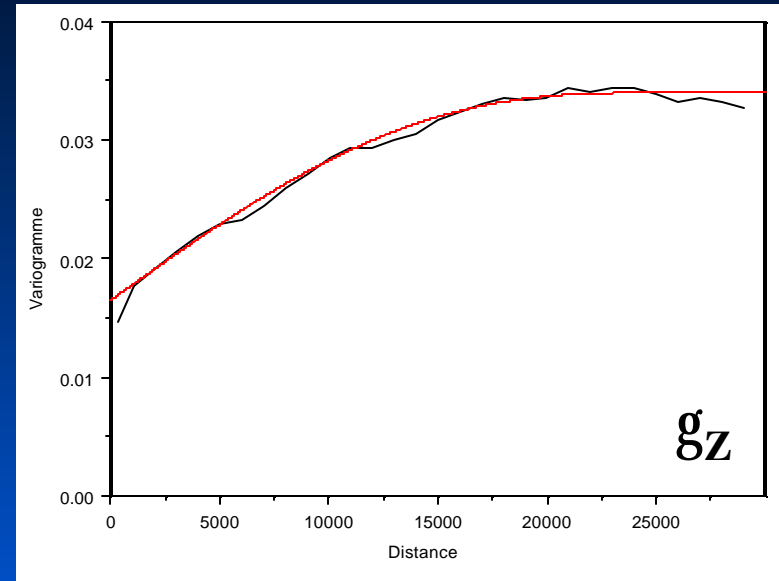


Variogrammes expérimentaux



Ajustement des variogrammes

Struct.	Portée (en m)	Effet pépite	Palier
3D	25000	0.0165	0.0175
auto	26707	0.0166	0.0179
2D	17000	0.0750	0.0825
Auto	8560	0.0707	0.0733
1D	55000	0.0750	0.0500
auto	/	/	/



Synthèse de l'étude variographique

- ❑ Belle structuration des variogrammes.
- ❑ Effet de pépite relativement important.
- ❑ Portée de l'ordre de la dizaine de kilomètres.
- ❑ Palier de la composante verticale bien inférieur à ceux des composantes horizontales.
- ❑ Ajustement facile pour la composante verticale, plus délicat pour les composantes horizontales.

Impact du modèle sur les surfaces

Calcul du potentiel en tout point de la grille, puis tracé de l'isopotentielle passant par les points de données.

Topographie – altitude constante $Z=500$

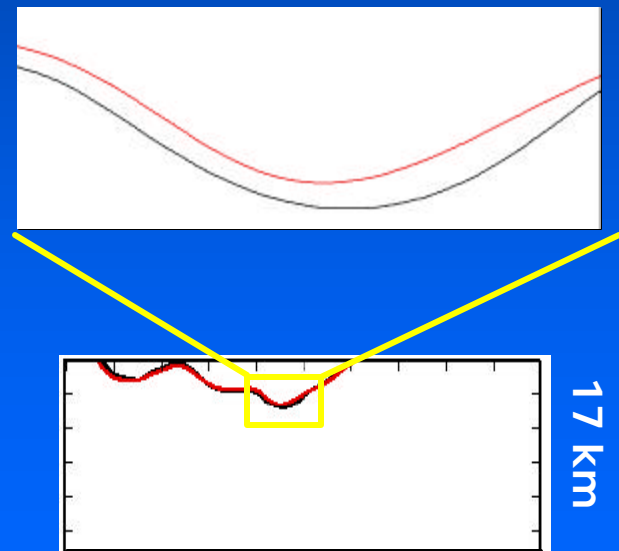
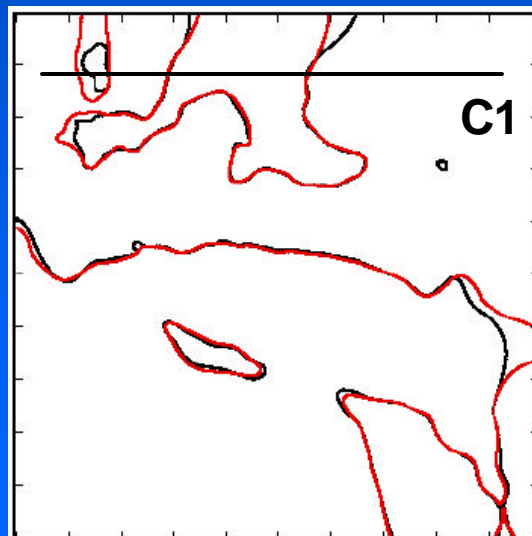
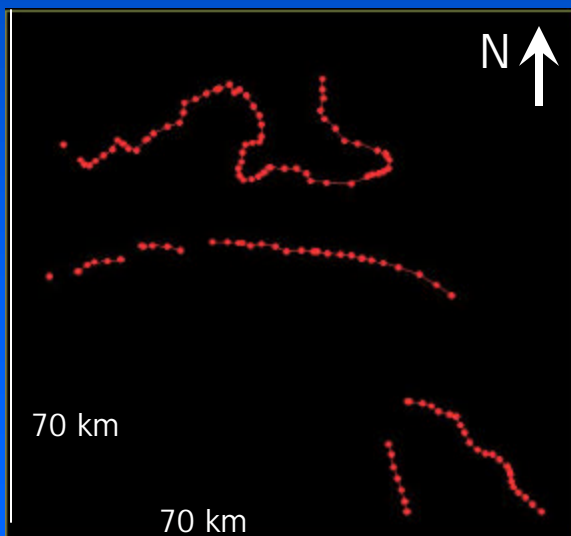
Coupe 1

128 points sur l'interface considérée

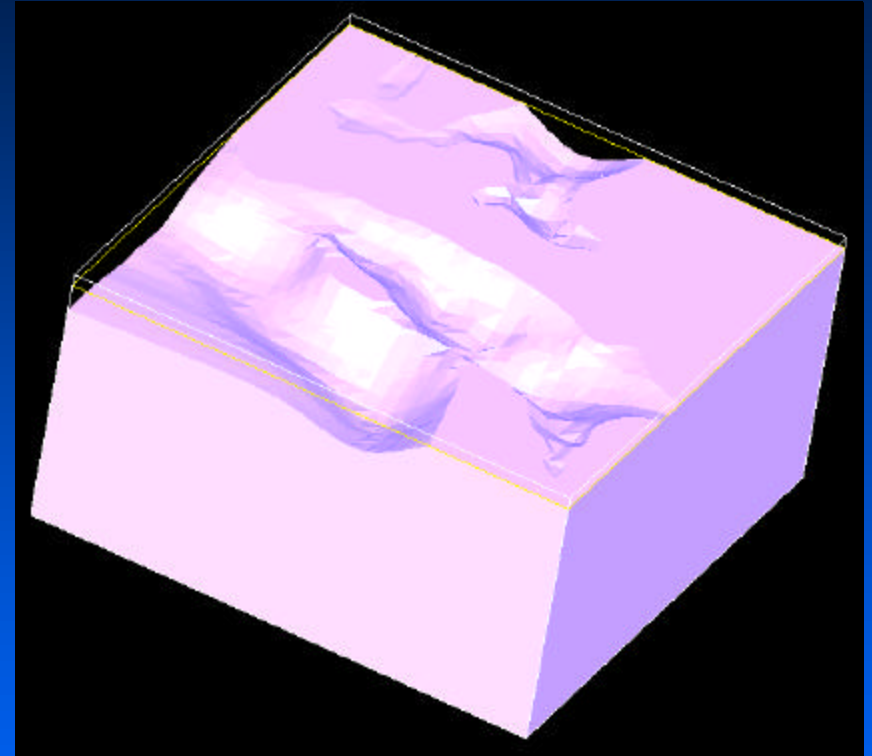
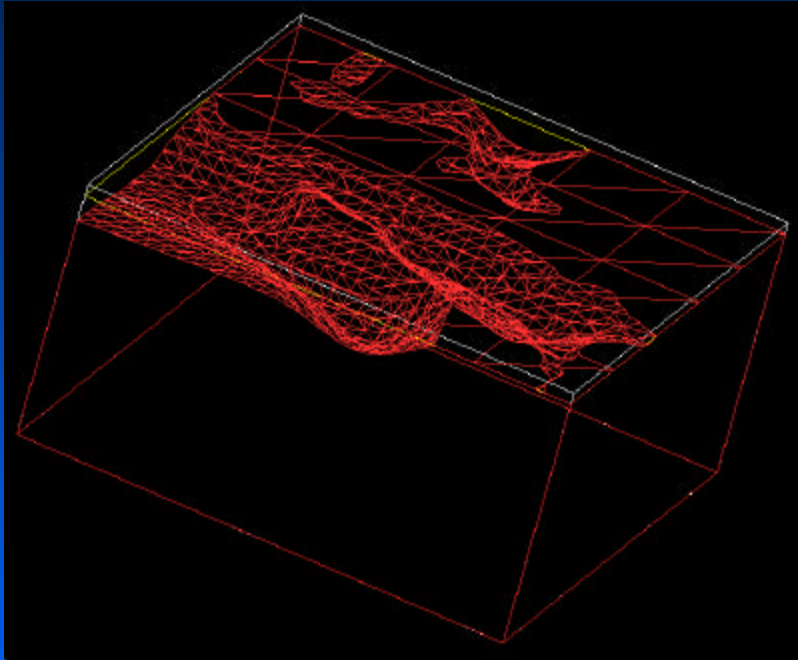
Comparaison

Modèle par défaut
Modèle ajusté

Différence de 450 m



Représentation 3D



Algorithme *Marching Cubes*:

- Evaluation du potentiel en tous nœuds d'un maillage de cube
- Détermination de l'éventualité de rencontre de la surface et d'un cube
- Construction de l'intersection surface/cube si nécessaire, toutes les solutions des différentes configurations sont répertoriées

La détermination des incertitudes sur la position des interfaces

Probabilité d'appartenance d'un point à une formation

- Calcul des variances σ_{CK}^2 des incréments de potentiel.
- Probabilité pour un point donné \mathbf{x} d'appartenir à une formation:

$$\Pr\{P_1 < P(\mathbf{x}) \leq P_2\} = G\left(\frac{P_2 - P^*(\mathbf{x})}{\mathbf{S}_{CK}(\mathbf{x})}\right) - G\left(\frac{P_1 - P^*(\mathbf{x})}{\mathbf{S}_{CK}(\mathbf{x})}\right)$$



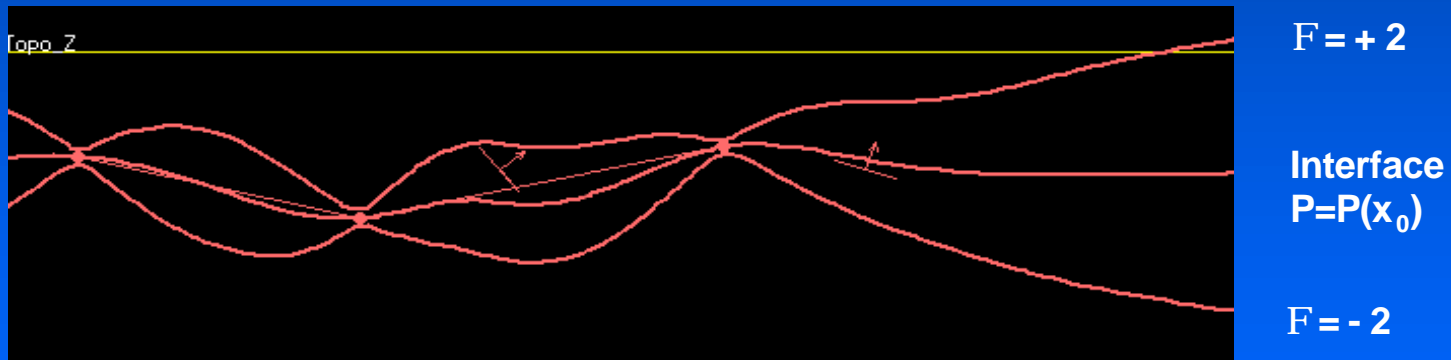
Le « potentiel réduit »

- Calcul du “potentiel réduit” Φ : x_0 étant un point de l’interface

$$\Phi(\mathbf{x}) = \frac{P^*(\mathbf{x}) - P^*(\mathbf{x}_0)}{S_{CK}(\mathbf{x})}$$

- Hyp. gaussienne: l’interface estimée est comprise dans 95% des cas entre les courbes $\Phi = -2$ et $\Phi = +2$.

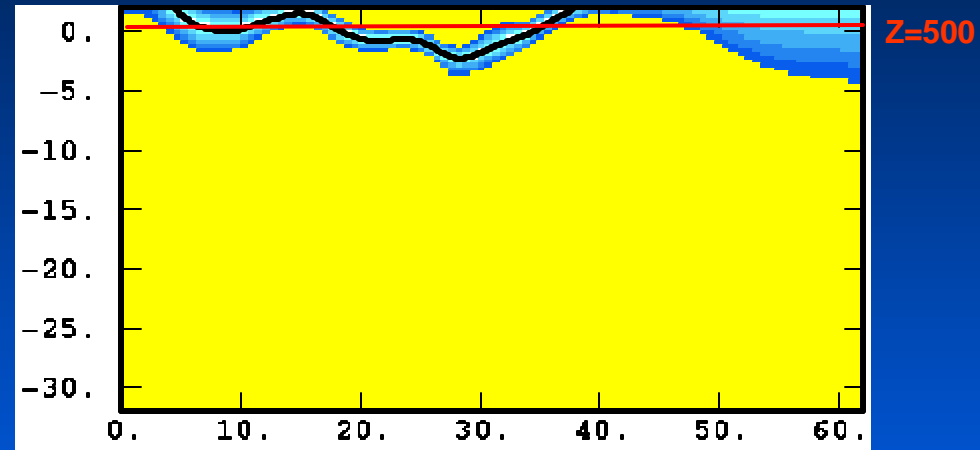
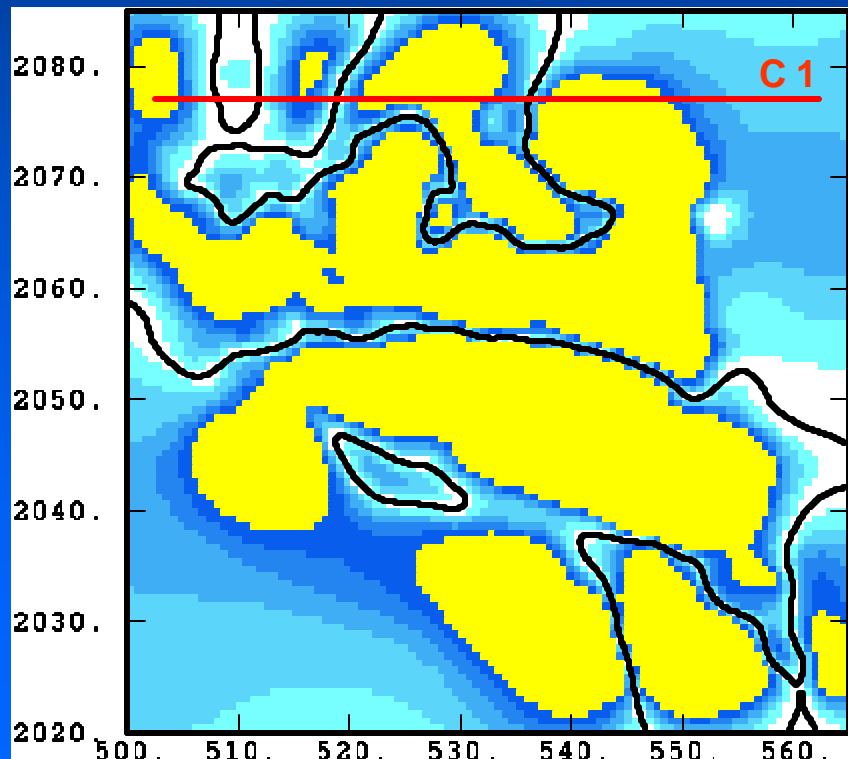
Exemple dans une coupe: 3 données d’interface et 2 données d’orientation.



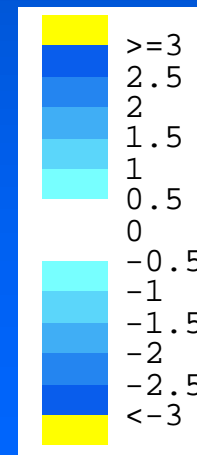
- Cartographie de l’incertitude du toit de l’unité géologique.
→ Carte du “potentiel réduit” (iso- Φ).

Cartographie de l'incertitude sur la position des interfaces

Plan Z=500



Coupe 1



La détermination des incertitudes sur les paramètres du modèle

Incertitudes sur le modèle de covariance

Utilisation d'une approche bayésienne pour inférer les paramètres ? du modèle:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{s}^2, \mathbf{b}, \mathbf{n})$$

$$E[Z(x)] = \mathbf{b}^t f(x)$$

$$\text{Cov}[Z(x), Z(x')] = \mathbf{s}^2 \Sigma_n(x, x')$$

- Loi *a posteriori*: $\mathbf{p}(\mathbf{q} | z) \propto \mathbf{p}(z | \mathbf{q}) \mathbf{p}(\mathbf{q})$
- Loi *a priori*: $\mathbf{p}(\mathbf{q})$?
- Fonction de vraisemblance:

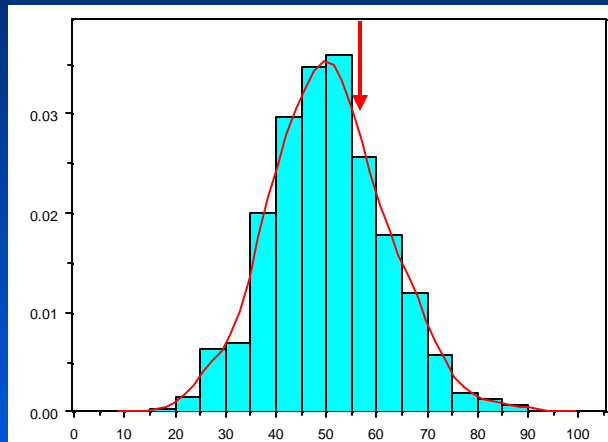
$$\mathbf{p}(z | \mathbf{q}) \propto (\mathbf{s}^2)^{-n/2} |\Sigma_n|^{-1/2} \exp \left\{ \frac{-1}{2\mathbf{s}^2} (z - F\mathbf{b})^t \Sigma_n^{-1} (z - F\mathbf{b}) \right\}$$

⇒ Simulations selon la loi *a posteriori*

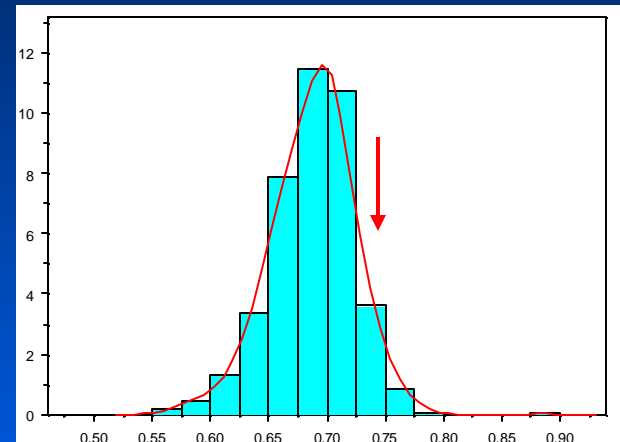
Résultats de l'approche bayésienne I

Limousin G_z

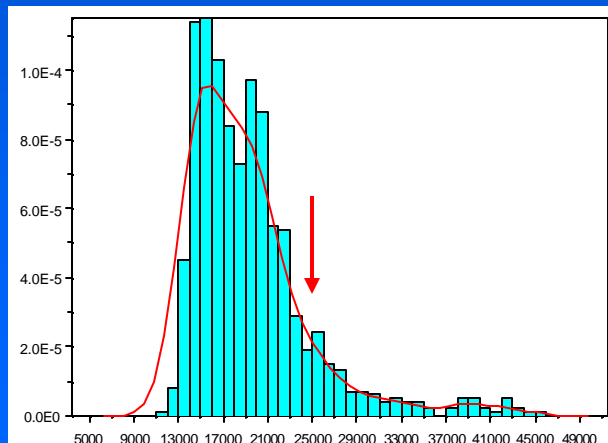
Histogrammes et densités des paramètres *a posteriori*



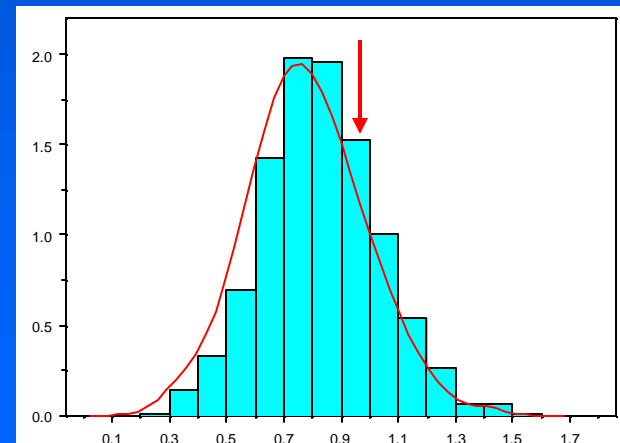
α



β

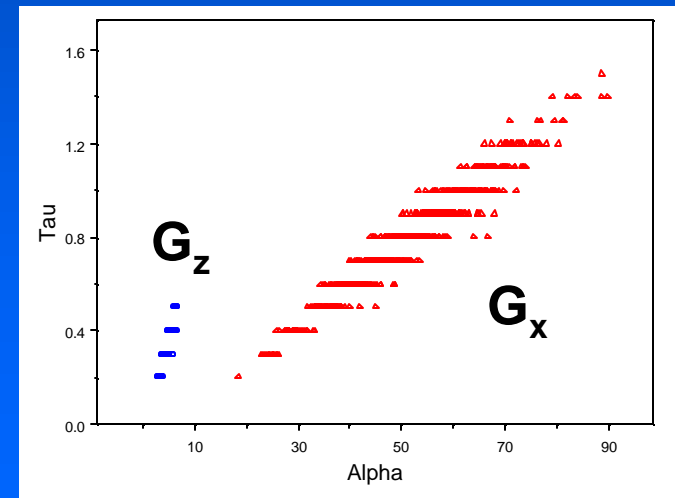
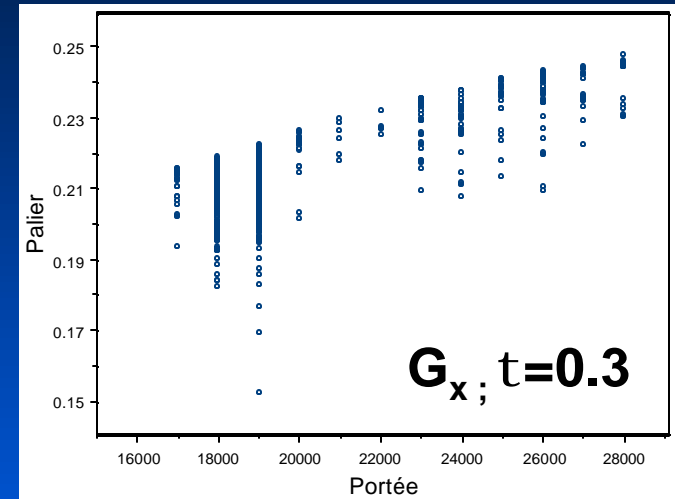
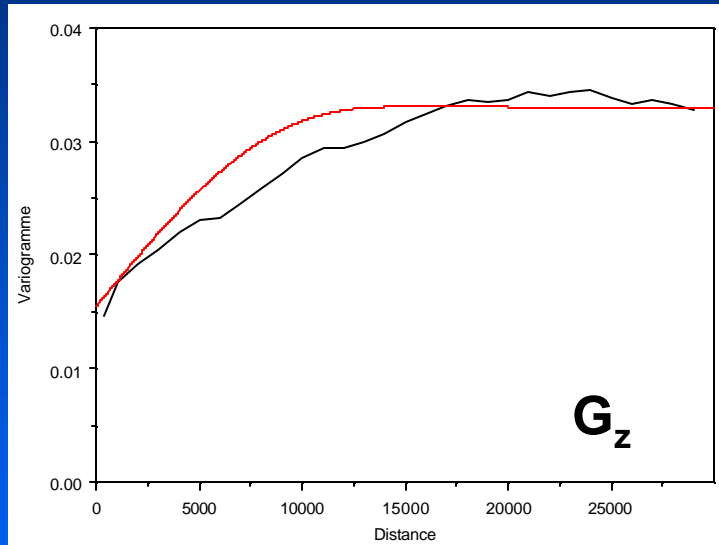


ν



τ

Résultats de l'approche bayésienne II

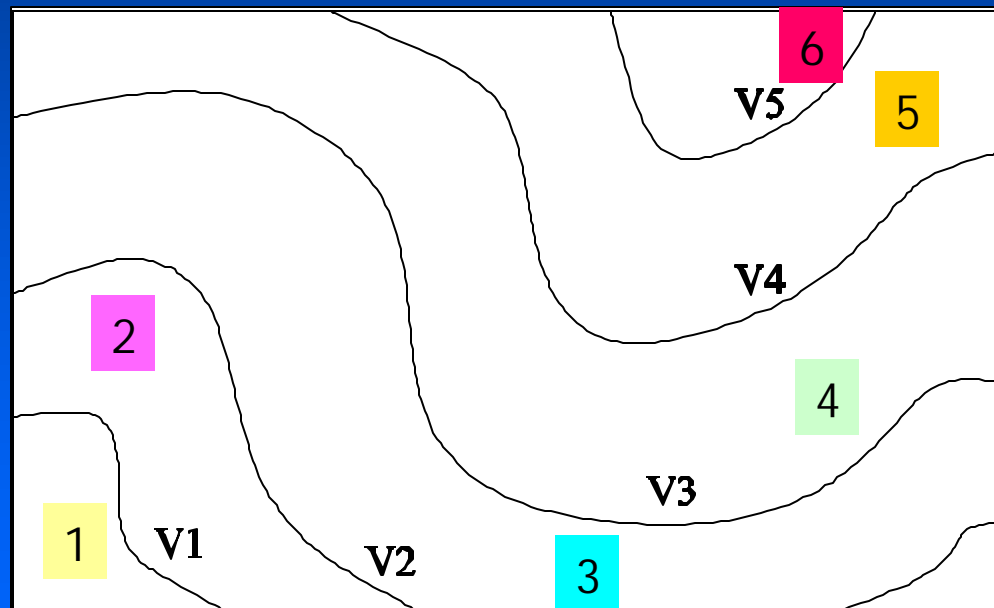


Variogramme et relations
entre paramètres

Autres problèmes:
la gestion de plusieurs formations
et des failles

Le cas de formations sub-parallèles

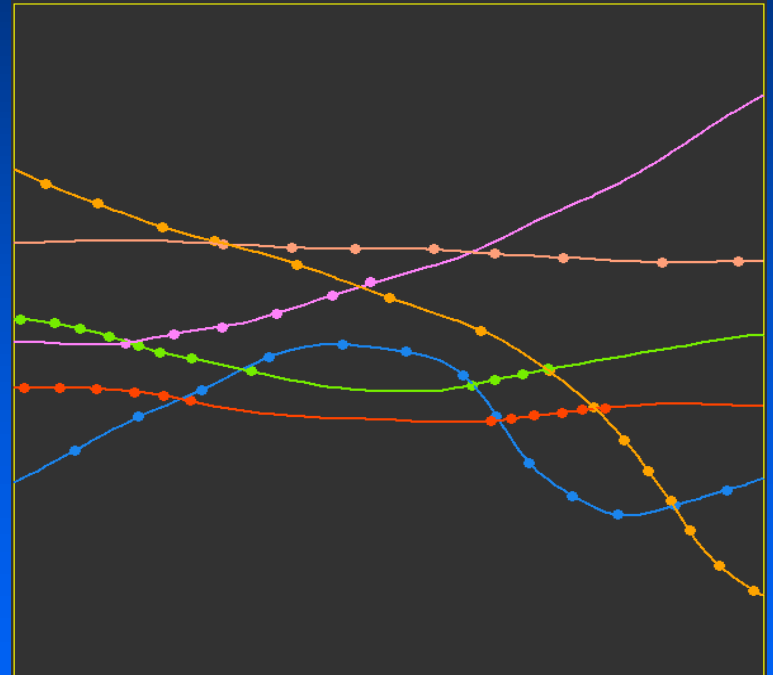
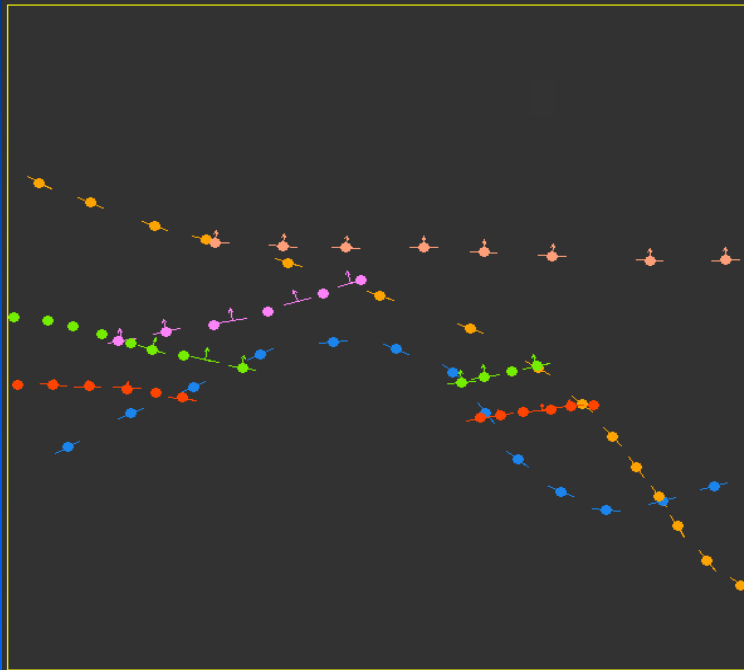
⇒ Utilisation d'un seul champ de potentiel.



Le cas de formations non- parallèles I

⇒ Nécessité d'utiliser plusieurs champs de potentiel.

7
6
5
4
3
2
1

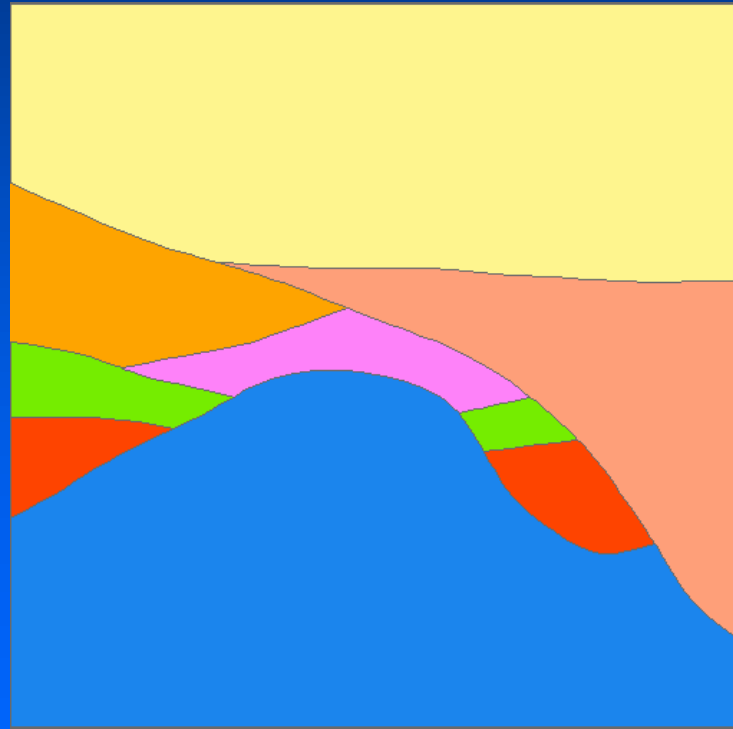


Sans prise en compte des relations
⇒ problème de croisements

Le cas de formations non-parallèles I I

⇒ Utilisation de plusieurs champs de potentiel en exploitant les règles « erode » et « onlap ».

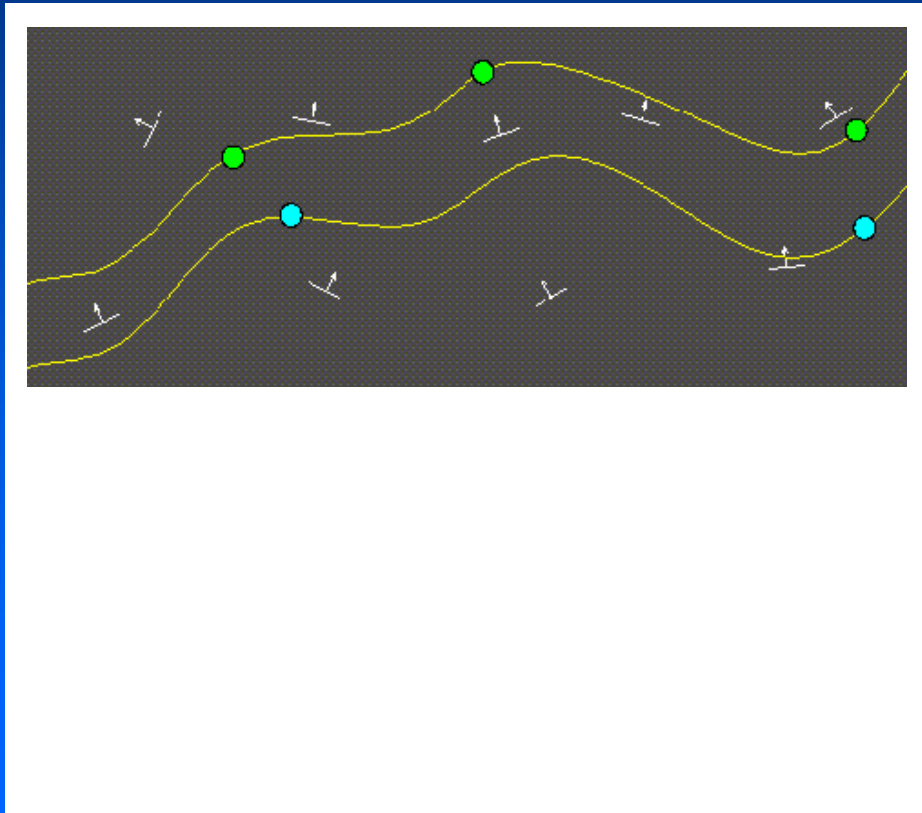
7	erode
6	onlap
5	erode
4	onlap
3	onlap
2	onlap
1	erode



On peut alors remplir les volumes créés à travers le modèle.

Les discontinuités

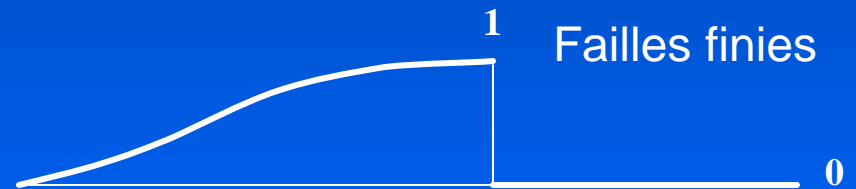
Prise en compte des failles: des fonctions de dérive discontinues sont ajoutées aux équations de cokrigéage



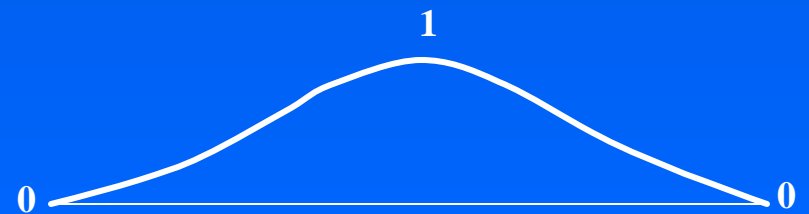
Profil transversal



Profil longitudinal



Profil transversal



Profil longitudinal

Autres problèmes:
le traitement des fins de
sondages

Les données d'inégalité

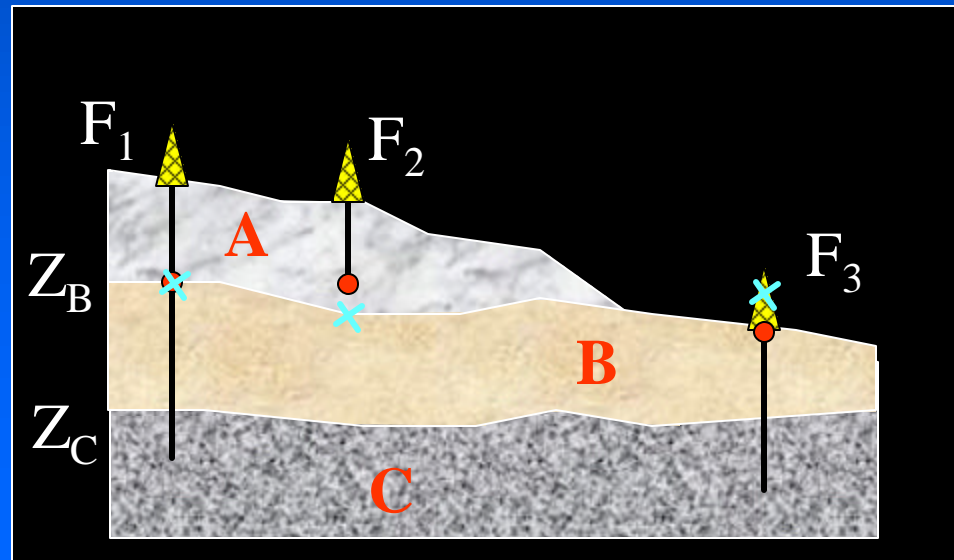
Modéliser une interface géologique à partir de données exactes et de données d'inégalité.

- Données « **dures** »: incertitude attachée à la mesure de la valeur considérée comme négligeable.
- Données « **souples** »: contraintes accompagnées d'une information sur l'incertitude. Données d'inégalité.

$$Z_B = Z(F_1)$$

$$Z_B < Z_{\text{fin}}(F_2)$$

$$Z_B > Z_{\text{deb}}(F_3)$$



Comment prendre en compte les contraintes d'inégalité ?

Principe:

Remplacer les données souples par des données dures respectant:

- la structure spatiale
- les inégalités

Algorithme de validation des contraintes: simulations de vecteurs gaussiens tronqués par une approche MCMC ([échantillonneur de Gibbs](#)) (Freulon, de Fouquet, 1993)

$$Z_i = Z_i^{KS} + \mathbf{s}_i^{KS} U_i$$

- Valable pour le krigeage simple.
- Reste robuste pour le cokrigeage ordinaire ou universel dans le cadre des applications.

L'échantillonneur de Gibbs

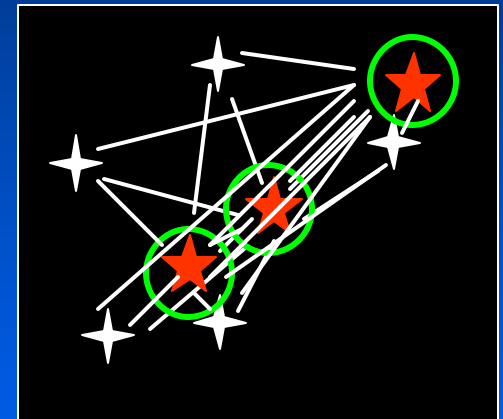
Geman et Geman, 1984

Objectif: remplacer l'inégalité par l'espérance conditionnelle de la valeur compte tenu de l'ensemble des données.

Initialisation: tirage au sort d'une valeur dans l'intervalle.

Cycle de p itérations:

- i) Choix d'un site
- ii) Relaxation du site
- iii) Itérations sur l'ensemble des sites

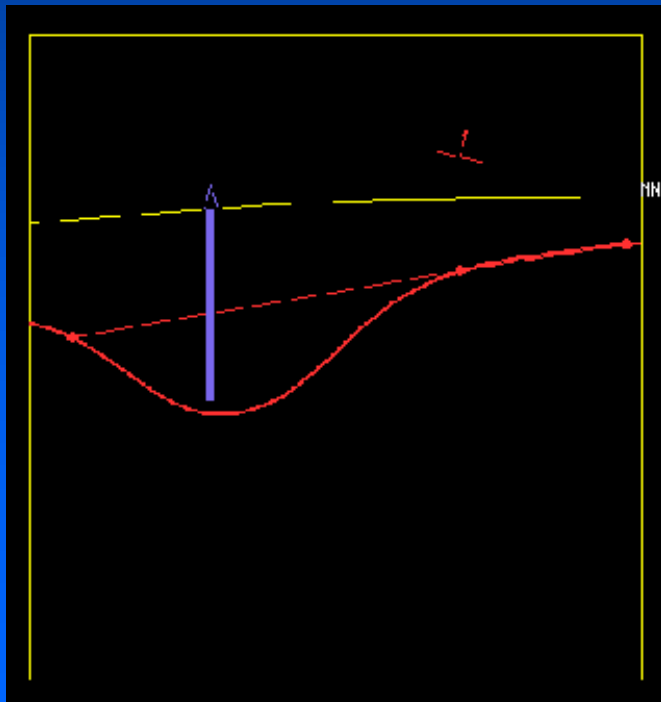


Itérations sur p cycles \rightarrow 1 simulation pour chaque site
Monte - Carlo: N simulations de p cycles

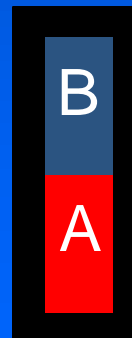


Cas d'une seule passe

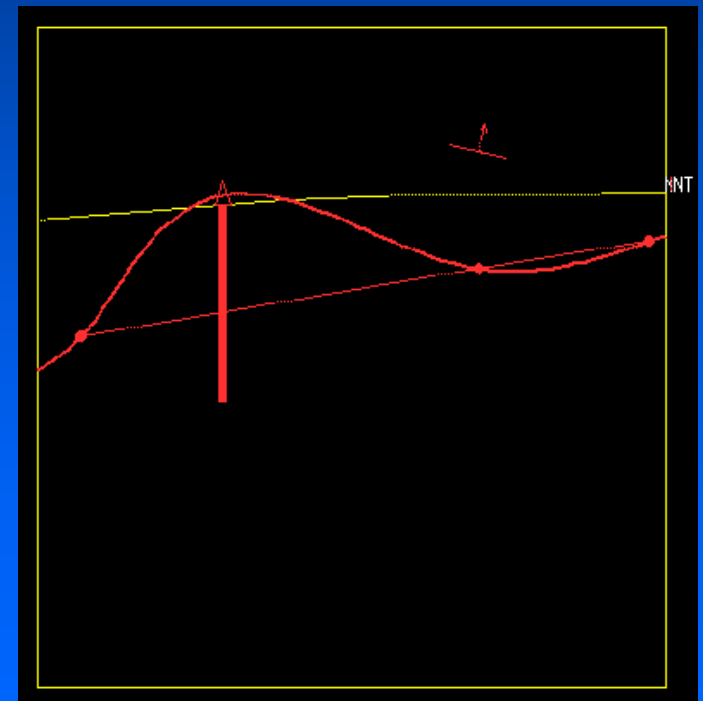
Passe uniquement
composée de B: différence
de potentiel positive



Pile
stratigraphique



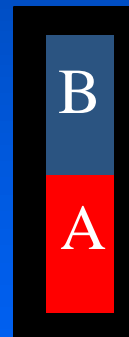
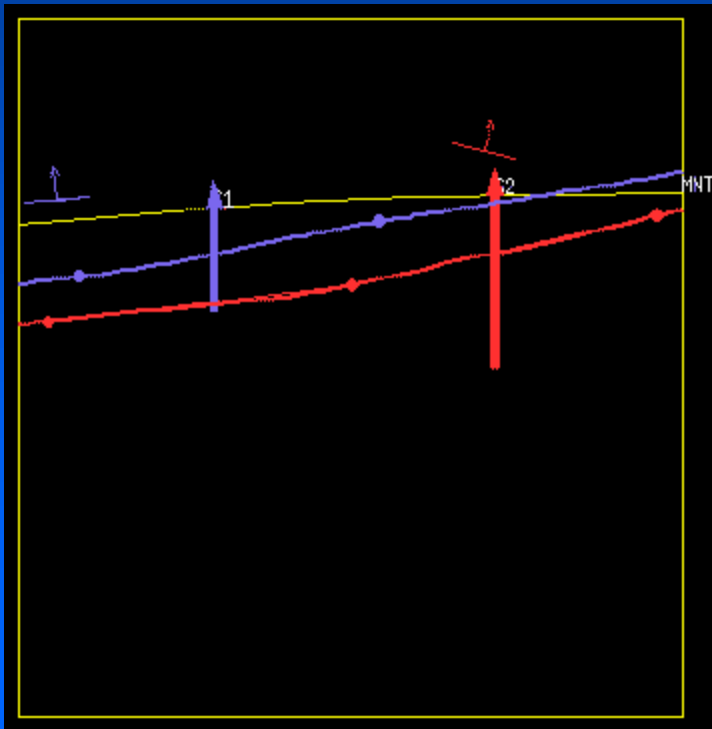
Passe uniquement
composée de A: différence
de potentiel négative



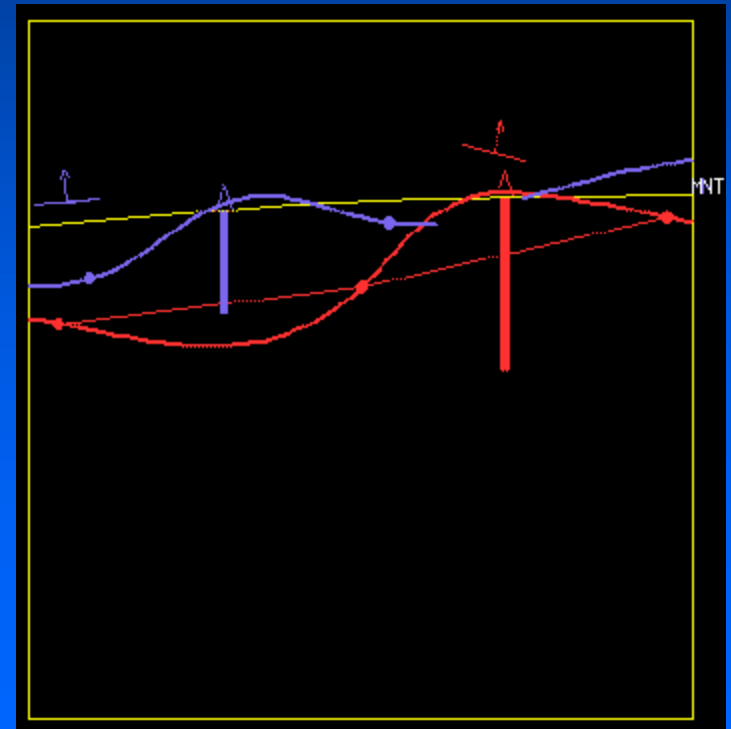
Cas de deux interfaces

B en onlap
A érodante

Sans validation

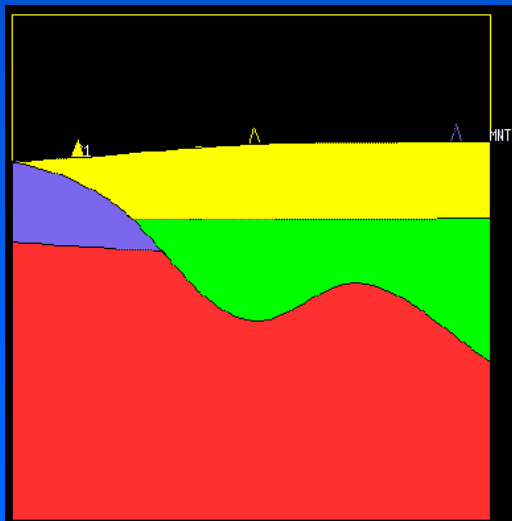
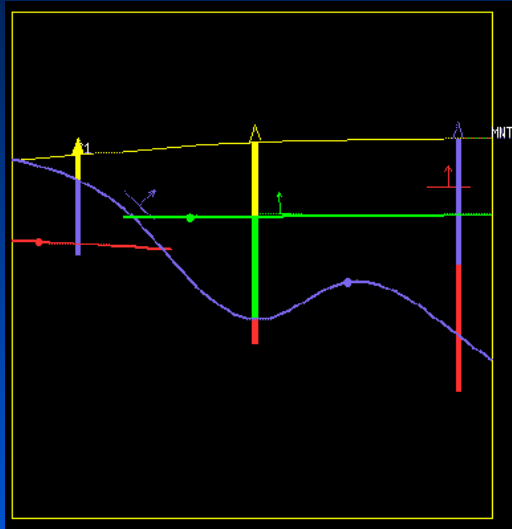


Avec validation



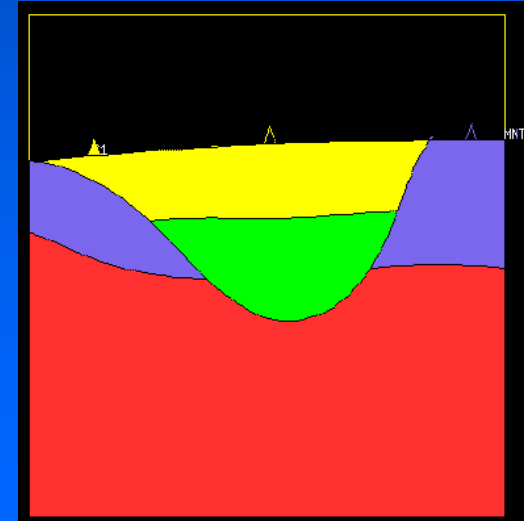
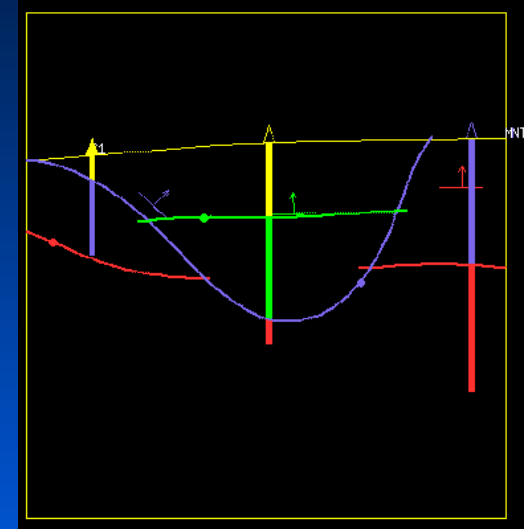
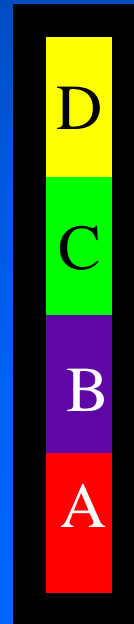
Le cas de lacunes

S
A
N
S



C en onlap
B érodante
A en onlap

Pile
stratigraphique



A
V
E
C

Conclusion I

- ❑ « Editeur Géologique »: modeleur utilisant la méthode du champ de potentiel afin de construire des modèles géologiques 3D géométriquement cohérents et respectant les données d'origine diverse.

Apports principaux de la thèse:

- ❑ Mise en place d'une procédure d'inférence des paramètres du modèle de covariance
 - Meilleure prise en compte de la structure spatiale grâce à la modélisation des variogrammes des données d'orientation.
 - Procédure entièrement automatique: on fournit en entrée le fichier des données et les paramètres du modèle sont mis à jour dans le logiciel.

Conclusion II

Apports principaux de la thèse:

- ❑ Quantification de l'incertitude affectant les modèles géologiques construits
 - Cartographie des incertitudes sur la position des interfaces en profondeur et détermination de la variance de la cote.
 - L'approche bayésienne permet de déterminer les incertitudes sur les paramètres du modèle de covariance.

- ❑ Traitement automatique des sondages incomplets.
 - Testé dans une approche multicouche
 - Résultats encourageants sur données synthétiques

Perspectives

- A préciser:
 - Etude d'un cas réel de traitement des inégalités .
 - Impact sur le cokrigeage de l'utilisation de vecteurs normés à la place des gradients réels.

- Développements ultérieurs:
 - Mise en place d'un voisinage glissant à la place d'un voisinage unique.
 - Meilleure prise en compte des réseaux de failles.
 - Meilleure intégration de la géophysique.
 - Simulations conditionnelles.

...

