

CONCEPTION D'UNE CROIX DE SONDAGES POUR UNE IDENTIFICATION OPTIMALE DU VARIOGRAMME

Bernard BOURGINE, Issoufou NIANDOU

BRGM

Avenue de Concyr

BP 60009

45060 ORLÉANS Cedex 02 (France)

Résumé. Pour améliorer la connaissance du variogramme aux petites distances, la pratique la plus courante consiste à compléter une maille régulière par une croix de sondages. Mais où implanter la croix de sondages, quelle géométrie lui donner, combien de sondages rajouter, avec quelle précision connaît-on alors le variogramme ? Pour répondre à ces questions on se place dans le cas où l'on dispose d'une maille de 11*11 sondages, et où on peut ajouter une trentaine de sondages supplémentaires pour la croix. On étudie en termes de variance d'estimation du variogramme les facteurs suivants : influence de la géométrie de l'information (une grande croix ou plusieurs petites croix), influence de la structure du phénomène (portée, % d'effet de pépite), influence de la loi statistique. Les résultats théoriques trouvés sont comparés à un cas réel, ou plus précisément à une simulation conditionnelle d'un gisement de nickel.

Abstract. To improve the knowledge of the variogram at short distances, the most used method consists in adding a drill hole sampling cross to a regular drill hole mesh. But where must the drill hole sampling cross be located, what must be its shape, how many holes must be added, and how accurately is the variogram known ? To answer these questions, we consider the case where a drill hole mesh of 11*11 holes is available, and where about 30 more holes can be added for the sampling cross. The following parameters are studied (in terms of variance of estimation of the variogram) : influence of the shape of the drill hole sampling cross (one large cross and several small crosses), influence of the structure of the variogram (range, percentage of nugget effect), influence of the law of distribution. Theoretical results are compared to a real case (in fact a conditional simulation of a nickel deposit).

Table des Matières

INTRODUCTION	168
VARIANCE D'ESTIMATION DU VARIOGRAMME	168
CONFIGURATIONS GÉOMÉTRIQUES DES CROIX ÉTUDIÉES	169
INFLUENCE DE LA GÉOMÉTRIE DE L'INFORMATION	173
INFLUENCE DE LA STRUCTURE DU VARIOGRAMME	174
Cas général	174
Cas d'un effet de pépite pur	176
Cas d'un variogramme bien structuré	176
INFLUENCE DU TYPE DE LOI DE DISTRIBUTION DES DONNÉES	176
POSSIBILITÉS D'AMÉLIORATION DE L'ESTIMATION	177
Doublement du nombre de sondages de la croix	177
Préférence donnée à une distance selon une direction	177
TEST SUR UN CAS RÉEL	178
Introduction	178
Résultats	179
CONCLUSIONS	180

1. INTRODUCTION

Le problème de l'estimation du variogramme aux distances multiples de la maille de sondages a été abordé par (MATHERON, 1965; ALFARO, 1979; CHILES, 1991). Ces derniers ont observé que la variance d'estimation du variogramme était moindre dans le cas gaussien, acceptable pour des distributions ne présentant pas une longue queue (ex. certaines lois de Bessel et Gamma) et très mauvaise pour des variables à longue queue de distribution (ex. lognormale à fort coefficient de variation).

Nous allons pour notre part nous intéresser au problème de l'estimation du variogramme aux "petites" distances (inférieures à la maille de sondages), à partir des sondages de la maille initiale et de quelques sondages à maille plus resserrée (croix de sondages). Nous étudierons ainsi l'influence de la géométrie de l'information (une seule grande croix placée au centre ou dans un coin, ou plusieurs petites croix réparties dans le gisement), l'influence de la structure du phénomène (portée plus ou moins grande, composante pépétique plus ou moins forte), et l'influence de la loi statistique de distribution des données. Les résultats seront comparés en terme d'écart-type relatif d'estimation du variogramme.

On comparera également les résultats théoriques à un cas réel.

2. VARIANCE D'ESTIMATION D'UN VARIOGRAMME

Variogramme régional et variogramme expérimental

La définition et le calcul de la variance d'estimation du variogramme sont présentés par (CHILES, 1991) avec référence aux auteurs antérieurs, notamment (MATHERON, 1965, chap. XII). Pour résumer, soit $z(x)$ une variable régionalisée dans un domaine V , que nous considérerons comme une réalisation d'une FA $Z(x)$ stationnaire de variogramme théorique $g(h)$.

Le variogramme régional $g_R(h)$ est donné par:
$$g_R(h) = \frac{1}{2V_h} \int_{V_h} [z(x+h) - z(x)]^2 dx$$

où V_h représente à la fois l'ensemble des points x tels que x et $x+h$ appartiennent à V , et le volume de cet ensemble.

Le variogramme expérimental $g^*(h)$ est:
$$g^*(h) = \frac{1}{2N_h} \sum_{x_j - x_i = h} [z(x_j) - z(x_i)]^2$$
, si $Z(x)$ n'est

mesurée qu'en un certain nombre de points x_i . La somme est étendue aux N_h couples (x_i, x_j) de points expérimentaux séparés (approximativement) par le vecteur h . $g^*(h)$ est un estimateur sans biais de $g_R(h)$

Variance d'estimation du variogramme régional

Si on pose $q_h(x) = \frac{1}{2} [z(x+h) - z(x)]^2$, on voit que $g_R(h)$ est la valeur moyenne de $q_h(x)$ sur V_h et $g^*(h)$ la valeur moyenne des N_h données $q_h(x_i)$.

$q_h(x)$ peut être considérée comme la réalisation d'une F.A. $Q_h(x)$ stationnaire admettant des moments d'ordre 2. Soit $G_h(y-x)$ la covariance de $Q_h(x)$ et $Q_h(y)$. Il est possible de calculer la variance d'estimation de $g_R(h)$ par $g^*(h)$ par la formule classique:

$$\sigma_E^2(h) = \overline{G_h(V_h, V_h)} + \overline{G_h(N_h, N_h)} - 2\overline{G_h(N_h, V_h)}$$

Calcul pratique de la variance d'estimation.

Le calcul pratique de $\sigma^2_E(h)$ nécessite la connaissance de $G_h(y-x)$, c'est-à-dire du moment d'ordre 4 de $Z(x)$. On fait ce calcul moyennant une hypothèse sur ce moment d'ordre 4. L'hypothèse la plus courante est que $Z(x)$ est à accroissements bigaussiens (la section 6 envisage des lois différentes).

Si X_1 et X_2 sont bigaussiennes, de moyenne nulle et de covariance σ_{12} , la covariance centrée de X_1^2 et X_2^2 est: $\text{Cov}(X_1^2, X_2^2) = 2 \cdot \sigma_{12}^2$

En faisant l'hypothèse que $Z(x)$ est à accroissements bigaussiens, la covariance $G_h(y-x)$ entre $q_h(x) = \frac{1}{2} [z(x+h) - z(x)]^2$ et $q_h(y) = \frac{1}{2} [z(y+h) - z(y)]^2$ se met sous la forme:

$$G_h(y-x) = 1/2 \cdot [g(y-x+h) + g(y-x-h) - 2g(y-x)]^2$$

Il faut noter enfin que dans notre cas, $\sigma^2_E(h)$ n'a été calculé que pour des distances h multiples d'une distance de base et non par classes de distances. De plus, $\sigma^2_E(h)$ a été calculé selon la direction X seulement. Dans le cas isotrope, les variances d'estimation trouvées sont donc plus élevées que celles obtenues en pratique où l'on peut combiner les résultats de plusieurs directions. D'autre part, les résultats ont été exprimés en terme d'écart-type relatif, défini comme le rapport $\sigma_E(h)/g(h)$.

3. CONFIGURATIONS GEOMETRIQUES DES CROIX ETUDIEES

On se place dans le cas, voisin de ce qui peut se rencontrer dans la pratique minière, où on dispose de 11*11 sondages de reconnaissance à maille carrée, et d'une trentaine de sondages complémentaires pour la croix. Deux grands types de configurations ont été testés: des configurations à une seule croix, placées au centre ou dans un coin, et des configurations à 3, 4, 5 ou 8 croix réparties sur tout le domaine.

Ces configurations permettent le calcul du variogramme à des distances égales à 1/4, 1/2 et 3/4 de la maille de sondages. Quelques croix plus resserrées permettent également le calcul aux distances 1/8, 3/8, 5/8, 7/8.

Les caractéristiques principales des croix de sondages testées sont regroupées dans le tableau 1. On trouvera figures 1, 2 et 3 le dessin des principales croix.

Configurations à une seule croix

Les configurations A et B correspondent aux croix classiques en forme de +, avec plusieurs variantes (position au centre du domaine ou au centre d'un quadrant, espacement fixe de 1/4 de maille ou espacement variable).

Les configurations C1 et C2 sont positionnées au centre du domaine. C1 est conçue de façon à fournir le maximum de couples dans toutes les directions, à la distance 1/4. C2 permet le calcul à la distance 1/8.

Configurations à plusieurs croix

Ces configurations cherchent à couvrir du mieux possible l'ensemble du domaine d'étude, tout en visant à obtenir un maximum de couples pour le calcul du variogramme. Elles comprennent de 3 à 8 croix, avec un espacement de 1/4. Ce sont les croix D1, E1, F1, G1.

Tableau 1: Caractéristiques des croix de sondages testées.

Croix	Nb de sondages - localisation	Nb de couples formés selon la distance							
		1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	8/8
A1	32- Centre du domaine		20		21		20		123
A2	32- Centre quadrant NE								
A3	32- Centre du domaine	18	17	16	15	14	13	14	119
A4	32- Centre quadrant NE								
B1	32- Centre du domaine - espacement variable	14	13	14	15	14	13	12	119
B2	32- Centre du domaine - espacement variable	8	15	8	19	8	13	8	119
C1	33- Centre du domaine		30		23		16		119
C2	32- Centre du domaine	8	10	4	21	2	6	2	119
D1	30- 3 croix de 10 sondages		18		18		15		116
E1	32- 4 croix de 8 sondages, une au centre de chaque cadran		16		20		16		114
F1	32- 4 croix de 6 sondages dans chaque cadran ; 1 croix centrale de 8 sondages		20		17		12		111
G1	32- 8 croix de 4 sondages uniformément réparties		16		16		8		110

(nb : le nombre de couples indiqué est le nombre de couples disponibles pour le calcul du variogramme à la distance h).

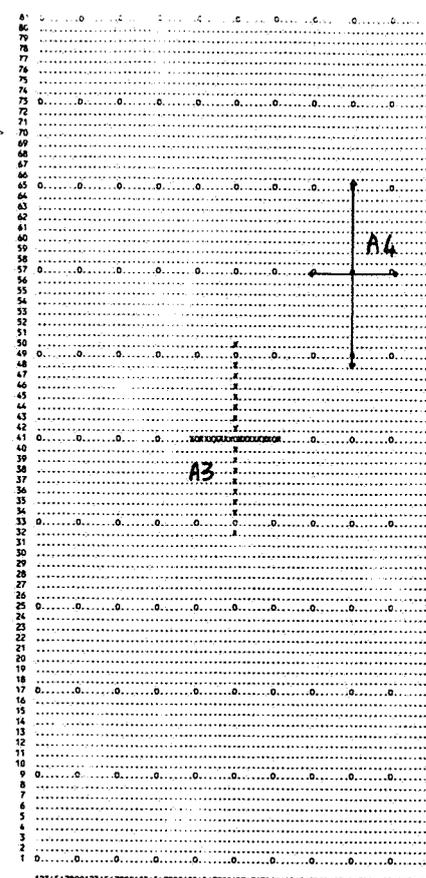
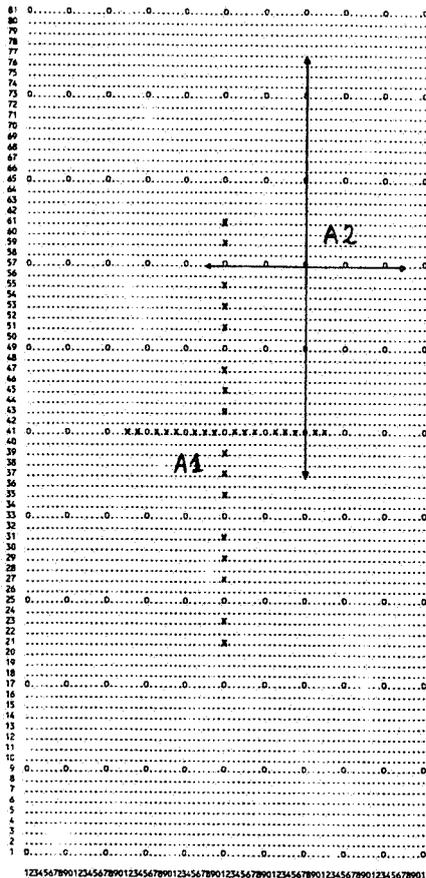


Figure 1: croix A1, A2, A3, A4
(0 = sondage de la maille de 11 x 11 sondages; X = sondage de la croix)

4. INFLUENCE DE LA GEOMETRIE DE L'INFORMATION

Cette étude est menée dans le cas d'une loi gaussienne, avec un modèle de variogramme sphérique de portée $a = 1/2$ ou 1 maille, et de pourcentage d'effet de pépité $C_0 = 0$ ou 50% du palier total.

Le cas $a = 1/2$ et $C_0 = 50\%$ est représenté figure 4 en terme d'écart-type relatif d'estimation du variogramme en fonction de la distance de calcul. La distance est exprimée en fraction de la maille, cette dernière étant par convention égale à 1. Les résultats de l'ensemble des tests sont les suivants:

- la position de la croix n'a aucune influence

Les croix A1 et A2 conduisent aux mêmes résultats. Il en est de même pour A3 et A4.

- les configurations à plusieurs croix ne sont pas meilleures que la configuration classique à une croix centrale

Les configurations D1, E1, F1 et G1 sont rarement meilleures que les configurations A1 et A2. Elles peuvent dans certains cas conduire à une meilleure estimation du variogramme pour certaines distances (exemple: croix E1 pour la distance 0,5), mais ceci est le plus souvent valable pour une portée et un effet de pépité donnés.

La configuration G1 donne presque toujours les résultats les moins bons. Elle sera éliminée.

La configuration D1 montre un comportement proche de celui de la configuration A1, tout en étant presque toujours moins bonne. Cette configuration ne sera pas étudiée par la suite.

Enfin les résultats des configurations E1 et F1 fluctuent autour de ceux de la configuration A1: F1 est en général meilleure pour la distance 1/4 et moins bonne pour les distances 1/2 et 3/4; E1 est en général moins bonne pour la distance 1/4 et meilleure pour la distance 1/2.

- une configuration très compacte donne de bons résultats si la structure n'est pas trop continue

La configuration C1 (1 croix avec tous les sondages groupés de façon compacte) semble donner d'excellents résultats, en particulier pour le premier point (distance 1/4). Toutefois, elle donne de très mauvais résultats lorsqu'il n'y a pas d'effet de pépité et lorsque la portée est supérieure à une maille (structure très continue), pour les distances 1/2 et 3/4 de maille (cet inconvénient peut être relativisé si on note que dans le cas d'une structure continue, une croix de sondage n'est pas forcément nécessaire). La configuration C1 offre l'avantage supplémentaire de fournir un grand nombre de couples dans les directions diagonales, ce que ne fait aucune des autres configurations testées. En cas d'isotropie, l'estimation du variogramme omnidirectionnel sera donc meilleure.

- les écarts-types relatifs d'estimation sont de l'ordre de 35 % à la distance 1/4

Quelle que soit la configuration étudiée et la structure du variogramme (sauf cas extrêmes), la précision relative avec laquelle on peut connaître le premier point du variogramme à la distance 1/4 de maille est de 35 % à 38 % (avec 32 sondages supplémentaires par rapport à une maille initiale de 11 x 11 sondages).

A la distance 1/2, la précision est de 38 à 40 % environ, et à la distance 3/4 de 40 à 45 %.

Ces valeurs sont à comparer à la précision obtenue à la distance 1 maille (plus petite distance accessible à partir de la maille de sondage initiale), qui est de l'ordre de 15 % (et au mieux de 10 %).

La connaissance du variogramme à petite distance reste donc très fragmentaire. Seule la configuration C1 permet un gain important sur l'estimation du variogramme à la distance 1/4, puisqu'on obtient des écarts types relatifs d'estimation de l'ordre de 30 %. Cependant ce résultat n'est pas garanti pour des structures très continues (pas d'effet de pépité et portée importante - de l'ordre de 10 mailles).

- il est illusoire d'espérer obtenir une bonne précision à la distance 1/8 avec 30 sondages

Les croix A3-A4 ne permettent qu'au mieux une précision de 34 à 39% à la distance 1/8. De plus, ce résultat est obtenu au détriment des autres distances, pour lesquelles on observe des écarts variant de 45% (1/2 maille) à 61% (3/4 de maille).

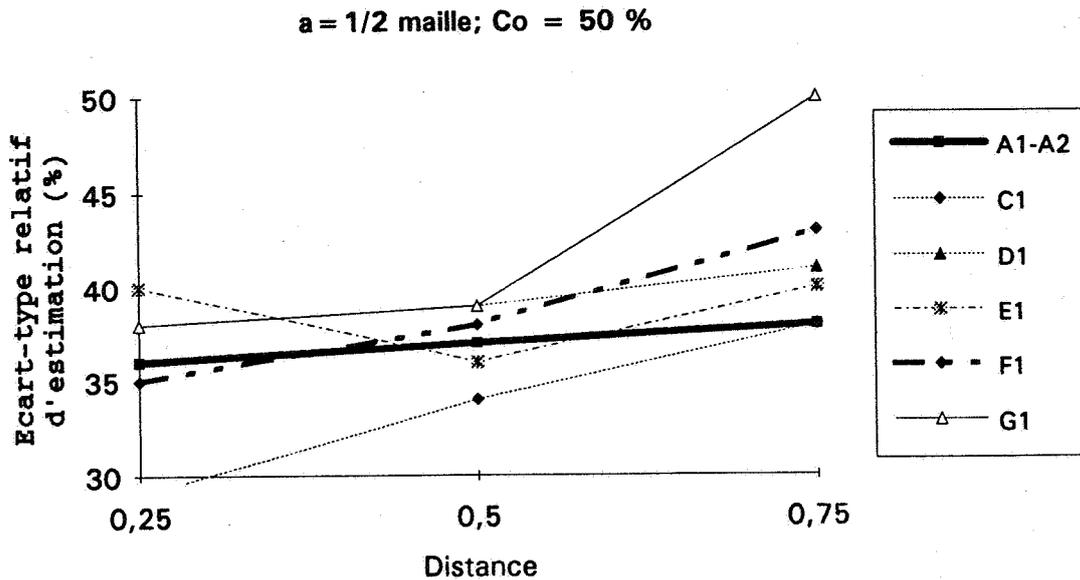


Figure 4: Influence de la géométrie de l'information

5. INFLUENCE DE LA STRUCTURE DU VARIOGRAMME

5.1 Cas général

Les tests sont effectués dans le cas d'une loi gaussienne, avec un variogramme sphérique de portées 1/2, 1 et 10 mailles, avec des pourcentages d'effet de pépite de 0 et 50 %. Les configurations testées sont les configurations A1 et C1 (figure 5), E1 et F1 (non représentées).

La configuration A1 s'avère assez stable lorsque la portée varie, surtout en présence d'un effet de pépite. Dans ce dernier cas, les résultats sont presque constants. Cette robustesse vis à vis des paramètres du variogramme est un gage de sécurité: avec la configuration A1, on garantit en quelque sorte de ne pas dépasser une certaine erreur d'estimation du variogramme à petite distance, quels que soient les paramètres du variogramme.

La configuration C1, en revanche, est très sensible aux variations des paramètres du variogramme, lorsqu'il n'y a pas d'effet de pépite. Il faut toutefois souligner que ceci n'est vrai que pour les distances 1/2 et 3/4, la distance 1/4 restant en général mieux connue que pour les autres configurations. On peut aussi noter que cette configuration est la seule pour laquelle l'écart-type relatif d'estimation augmente quand la portée augmente (en l'absence d'effet de pépite). Ceci peut s'expliquer par le fait que les couples mis en jeu pour l'estimation du variogramme sont très proches les uns des autres et donc très corrélés. Lorsque la portée augmente, ces couples deviennent presque redondants, ce qui entraîne une augmentation de l'écart-type relatif. Cet effet de redondance est très atténué dès qu'il y a une composante pépitique non négligeable.

Les configurations E1 et F1 constituent des cas intermédiaires plus proches de la configuration A1 que de la configuration C1. On observe également une meilleure stabilité en présence d'un effet de pépite. La configuration F1 semble légèrement plus robuste que la configuration E1. En particulier, le point situé à la distance 1/2 est toujours connu avec la même précision: 38 %. Toutefois ces 2 configurations, malgré leur information mieux répartie sur le domaine, ne sont pas plus robustes que la configuration A1.

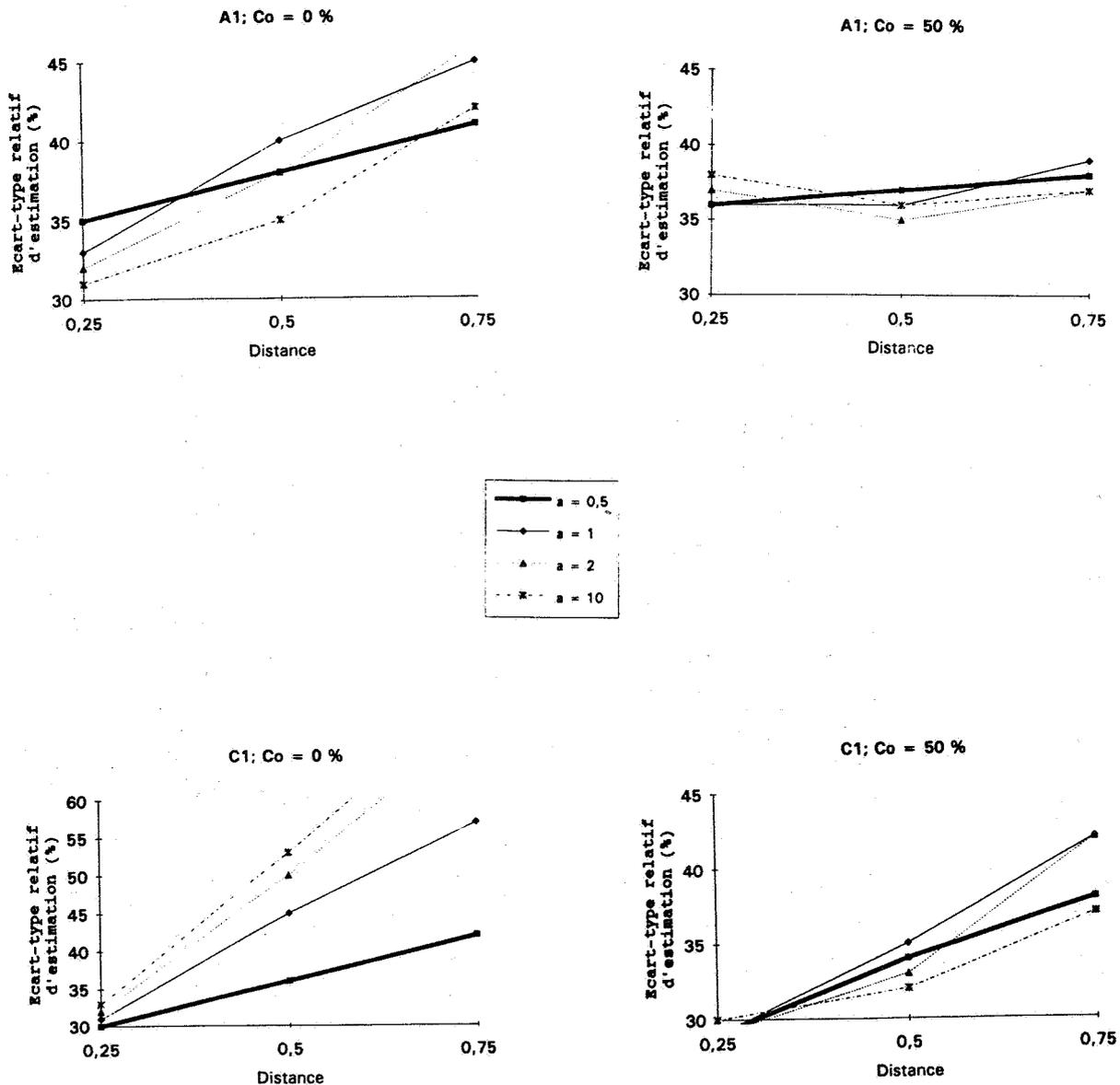


Figure 5: Influence de la structure du variogramme - Croix A1 et C1 (a = portée; Co = pourcentage d'effet de pépite)

5.2 Cas d'un effet de pépite pur

Dans ce cas les meilleures configurations sont celles qui fournissent le plus de couples de points. La configuration C1 s'avère alors de loin la meilleure quelle que soit la distance. Ainsi, à la distance 1/4 de la maille, l'écart-type relatif d'estimation est de 30 % pour la configuration C1 contre 37 à 41 % pour les autres (figure 6). A la distance de 1 maille, toutes les configurations deviennent équivalentes, avec un écart-type relatif de 15 à 16 %.

5.3 Cas d'un variogramme bien structuré

Ce cas est représenté figure 7 par un variogramme de portée 10 mailles (soit la taille totale du domaine), sans effet de pépite. La configuration A1 est globalement la meilleure. La précision obtenue à la distance 1/4 est de 31 %. Les configurations E1 et F1 ne fournissent qu'un point avec une précision au moins égale. La configuration C1 donne les moins bons résultats. En particulier, les écarts-types d'estimation atteignent 53 % à la distance 1/2 et 74 % à la distance 3/4. Ceci confirme qu'une information trop localisée ne convient pas lorsque le variogramme est bien structuré. A la distance 1 maille, toutes les configurations donnent un écart-type de 10 %.

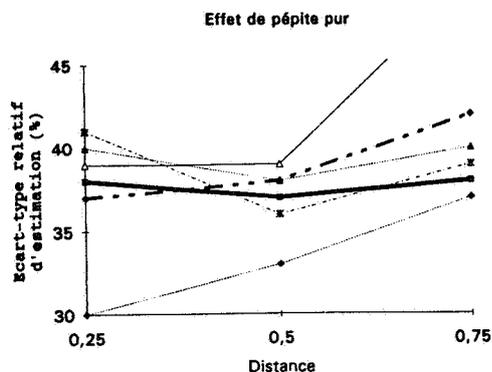


Figure 6: Cas d'un effet de pépite pur

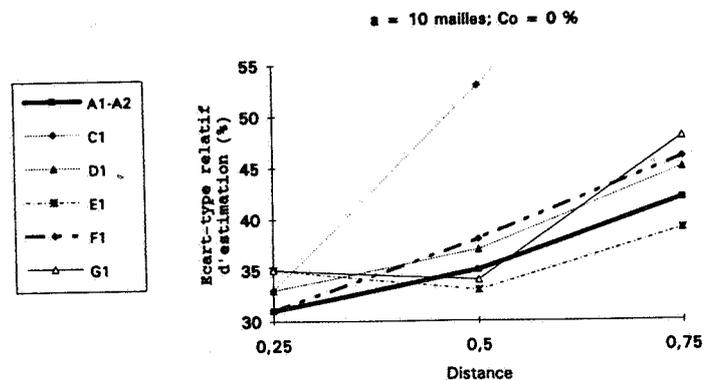


Figure 7: Cas d'un variogramme très continu

6. INFLUENCE DU TYPE DE LOI DE DISTRIBUTION DES DONNEES

En raison de contraintes de calcul, ce test est effectué à partir d'un variogramme exponentiel de portée 1/2 maille et sans effet de pépite. Les lois gaussienne, Bessel (de deuxième espèce d'ordre 0, en prenant une F.A. du type $Z(x) = U_1(x) \cdot U_2(x)$, où U_1 et U_2 sont deux gaussiennes indépendantes), Gamma (de paramètre 1/2 et 1/2 obtenue en prenant $Z(x) = U^2(x)$, où $U(x)$ est une F.A. gaussienne), et lognormale (avec $Z(x) = e^{U(x)}$) sont comparées, pour les configurations A1, C1, E1 et F1.

Le cas gaussien conduit toujours aux meilleurs résultats. Puis viennent les lois de Bessel, Gamma et lognormale. Les écarts-types relatifs obtenus pour ces 4 lois à la distance 1/4 sont respectivement de 35 %, 70 %, 90 % et 300 %. Seule la loi gaussienne donne donc une précision acceptable. Par ailleurs, les hiérarchies entre les différentes croix sont respectées.

7. POSSIBILITES D'AMELIORATION DE L'ESTIMATION

7.1 Doublement du nombre de sondages de la croix.

La précision avec laquelle on connaît le premier point du variogramme (distance 1/4) étant de l'ordre de 35 %, peut-on en doublant le nombre de sondages de la croix, obtenir une précision sensiblement meilleure ? Le tableau 2 résume cette situation, dans le cas où la portée est de 1/2 maille et où il n'y a pas d'effet de pépite.

Tableau 2: Gain de précision possible en doublant le nombre de sondages

Configuration	h = 1/4	h = 1/2	h = 3/4
A1	30 %	26 %	27 %
C1	30 %	31 %	37 %
E1	37 %	22 %	35 %

Les gains possibles sont de l'ordre de 30 %. Ils peuvent être plus importants dans certains cas (37 % pour E1 à la distance 1/4, 37 % pour C1 à la distance 3/4). Ces gains sont du même ordre de grandeur que ce que l'on observerait dans le cas d'un effet de pépite pur, où doubler le nombre de sondages conduit à diviser l'écart-type par $\sqrt{2}$ (soit un gain de 30 %).

7.2 Préférence donnée à une distance selon une direction

Dans le cas d'un phénomène isotrope, on peut espérer une meilleure connaissance du variogramme aux petites distances, en implantant tous les sondages de la croix selon des lignes parallèles. Il n'y a ainsi qu'une seule direction de calcul possible, mais avec un nombre de couples accru. Le tableau 3 résume les résultats obtenus avec 32 sondages implantés de façon à privilégier les distances 1/8, 1/4 et 1/2 selon la direction X.

Tableau 3: Ecart-type relatif obtenu en privilégiant une distance et une direction

Configuration	Distance de calcul	Nb de couples	Ecart-type relatif
M1: 0x.....0x.....0	1/8 (et 3/8)	32	25% quel que soit le modèle
M2: 0.x.....0.x.....0	1/4 (et 3/4)	32	25% quel que soit le modèle
M3: 0...x...0...x...0	1/2	64	21% si effet de pépite pur 18 à 20% si cas intermédiaire 17% si portée 10 mailles sans effet de pépite

0 = sondage de la maille initiale

x = sondage de la croix

Dans le cas extrême de la configuration M3, l'écart-type relatif d'estimation peut être ramené au mieux à 20 % à la distance 1/2, contre presque 40 % pour les configurations A1 à G1 testées précédemment. Elle peut donc s'avérer intéressante si on cherche à tout pris une bonne précision à cette distance. Les autres configurations (M1 et M2) ne sont pas réellement intéressantes car en cas d'isotropie elles ne fournissent pas plus de couples que les configurations A1 et C1 par exemple, pour lesquelles on peut additionner les couples formés dans les 2 directions X et Y.

8. TEST SUR UN CAS REEL: LE GISEMENT DE NICKEL DE TIEBAGHI

8.1 Introduction

Les données disponibles résultent d'une simulation conditionnelle aux noeuds d'une grille de 112 x 112 points. La variable d'étude est la puissance des garniérites. Le variogramme théorique que la simulation conditionnelle a cherché à reproduire est la somme de trois schémas sphériques:

$$g_t(h) = 0,32 \text{ Sph}(0,4 \text{ maille}) + 0,16 \text{ Sph}(0,9 \text{ maille}) + 0,05 \text{ Sph}(4,3 \text{ maille})$$

Différents variogrammes expérimentaux ont été calculés sur la grille simulée:

- le variogramme "simulé" obtenu à partir des 112 x 112 points fournis par la simulation conditionnelle. Ce variogramme diffère légèrement du variogramme théorique donné ci-dessus, et est considéré comme le variogramme "réel".
- le variogramme "approché" qui serait obtenu à partir d'un échantillonnage de 10 x 10 sondages, plus une croix de 32 sondages implantés selon les configurations A1 et A2. Le variogramme simulé est isotrope, mais les variogrammes approchés selon les directions X et Y ne traduisent pas cette isotropie. On a donc calculé également le variogramme approché omnidirectionnel.

L'erreur relative d'estimation a été calculée par: $e = (g_{\text{approché}} - g_{\text{simulé}}) / g_{\text{simulé}}$
Cette erreur relative a été reportée, en valeur absolue, tableau 4.

D'autre part, les écarts-types relatifs théoriques d'estimation du variogramme ont été calculés en adoptant les paramètres de calcul les plus proches possible de la configuration réelle, compte tenu des contraintes du programme. Ces paramètres sont les suivants:

- loi gaussienne (la variable garniérite a en fait "vaguement" l'allure d'une gaussienne)
- discrétisation du gisement: 121 x 121 points (au lieu de 112 x 112 points en réalité)
- maille de sondage principale: 11 x 11 sondages (au lieu de 10 x 10 en réalité)
- croix de sondages: configuration A1 (32 sondages)
- paramètres du variogramme: ceux du variogramme théorique donnés ci-dessus

Les valeurs des écarts-types relatifs théoriques d'estimation du variogramme théorique par le variogramme approché selon la direction X sont reportées tableau 5. Les variogrammes théorique, simulé, et approché sont dessinés figure 8.

Tableau 4: Erreur relative expérimentale d'estimation du variogramme simulé (croix A1)

Distance	Direction	Vario. approché (maille+croix)		Vario. simulé (112 x 112 points)		Erreur relative absolue (%)
		Nb. couples	Variogramme	Nb. couples	Variogramme	
1/4 de maille	X	20	34.3	7919	36.6	6
	Omni	40	32.8	20139	35.2	6
	Y	20	31.3	7455	34.7	10
1/2 maille	X	21	62.6	10371	47.3	32
	Omni	42	46.7	40079	47.0	31
	Y	21	30.9	10344	47.0	34
3/4 de maille	X	20	81.3	15558	49.1	65
	Omni	40	63.4	56107	50.4	57
	Y	20	45.6	15519	50.9	10
1 maille	X	103	72.8	13257	51.8	40
	Omni	206	63.3	46351	52.8	27
	Y	103	53.8	13003	53.7	2

8.2 Résultats

Les erreurs expérimentales relatives entre le variogramme approché selon la direction X (Ga-X-A1) et le variogramme simulé (Gs) sont supérieures à celles prévues par la théorie, pour les distances 3/4 et 1 maille (erreurs de 65 et 40 % au lieu de 40 et 15 %), et inférieures pour les distances 1/4 et 1/2 (6 et 32 % au lieu de 35 et 37 %). Même si les écarts ne dépassent pas 2σ et que l'on reste donc dans l'intervalle de confiance de 95 % (à supposer que les erreurs soient gaussiennes), il n'en demeure pas moins que le variogramme approché selon X n'a qu'un lointain rapport avec le variogramme simulé. Par contre, le variogramme approché selon Y est plus proche du variogramme simulé (figure 8).

Si l'on se place dans le cas d'un phénomène isotrope (ce qui est en théorie le cas ici), on peut calculer le variogramme omnidirectionnel. Ceci a été fait dans le cas des croix A1 et A2 (figure 9). On constate que le variogramme obtenu avec la croix A2 est plus proche du variogramme simulé que celui obtenu avec la croix A1. Ceci provient probablement des fluctuations statistiques, mais aussi du fait que la variable d'étude est pas parfaitement stationnaire d'une part, et que d'autre part la croix de sondages qui a été faite dans la réalité a été positionnée à peu près comme A2, et non au centre comme A1. La conditionnalisation est donc meilleure pour A2 que pour A1.

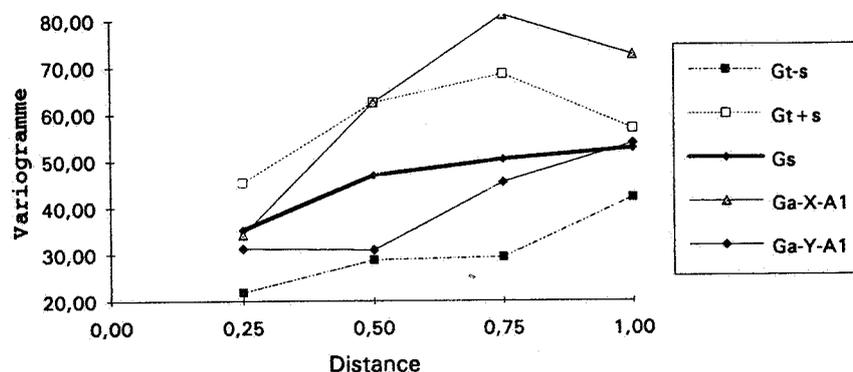


Figure 8: Variogramme simulé (Gs), variogrammes expérimentaux approchés obtenus avec la croix de sondages au centre (croix A1), selon les directions X (Ga-X-A1) et Y (Ga-Y-A1) (Gt+s et Gt-s = variogramme théorique \pm l'écart type d'estimation)

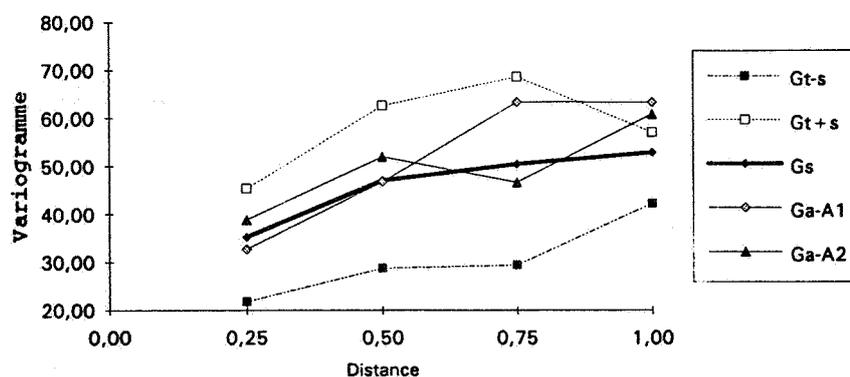


Figure 9: Variogramme simulé (Gs), variogrammes expérimentaux omnidirectionnels approchés obtenus avec une croix de sondages au centre (Ga-A1), ou dans un coin (Ga-A2). (Gt+s et Gt-s = variogramme théorique \pm l'écart type d'estimation)

Tableau 5: Ecart-type relatif théorique d'estimation du variogramme théorique (croix A1)

Distance	Direction	Nb. couples	Vario. théorique	Ecart-type relatif théorique d'estimation
1/4 maille	X	20	33.6	35 %
1/2 maille	X	21	45.7	37 %
3/4 maille	X	20	49.0	40 %
1 maille	X	123	49.6	15 %

9. CONCLUSIONS

D'un point de vue théorique, dans l'hypothèse d'une loi gaussienne stationnaire, l'emplacement de la croix de sondages à l'intérieur du domaine ne semble pas être un facteur déterminant pour la variance d'estimation du variogramme. Ce sont plutôt le nombre de sondages et la répartition (géométrie de la configuration) des sondages dans la croix qui semblent importants pour améliorer cette précision. D'autre part, les configurations à plusieurs croix de sondages ne permettent pas d'obtenir un gain de précision, sauf cas particulier.

La configuration la plus fiable, la plus robuste et "passe partout" reste en fin de compte la configuration classique en forme de croix unique implantée au centre du gisement (A1) ou ailleurs (A2). D'un point de vue purement géostatistique, on pourra lui préférer une configuration très "compacte" consistant à planter tous les sondages dans une cellule de la maille au centre du domaine (C1), à condition toutefois que l'effet de pépite soit non nul et la portée pas trop importante par rapport à la maille des sondages.

Dans le cas d'une loi gaussienne, l'écart-type relatif d'estimation du variogramme est de 35 et 30 % environ, à la distance 1/4 de maille, pour les configurations A1 et C1. A la distance 1 maille, cet écart-type vaut 15 % environ.

Doubler le nombre de sondages de la croix (64 au lieu de 32) permet de réduire cet écart-type à environ 25 %, à la distance 1/4 de maille.

Dans le cas d'une loi non gaussienne, les essais effectués dans le cadre de lois de Bessel, Gamma ou lognormales montrent que ces résultats restent qualitativement valables (la hiérarchie des différentes configurations n'est pas bouleversée), mais que les écarts-types peuvent être bien plus élevés: le variogramme obtenu n'est alors pas fiable.

D'un point de vue pratique, les conclusions théoriques précédentes peuvent être "tempérées" par un certain nombre de remarques. Tout d'abord, les calculs théoriques concernent le variogramme calculé selon la direction X seulement. Pour des variogrammes calculés par classes d'angles et de distances, les écarts-types seront plus faibles.

D'autre part, rares sont les cas stationnaires: il faut alors planter la croix dans une zone représentative du comportement moyen étudié, voire éclater la croix en plusieurs croix de façon à ne pas risquer de se trouver dans une zone trop hétérogène.

Remerciements

Cet article est la publication scientifique n° 93022 du BRGM; il a été réalisé dans le cadre d'un projet financé sur crédits de recherche BRGM

BIBLIOGRAPHIE

- ALFARO M. (1979) - Etude de la robustesse des simulations de fonctions aléatoires. Thèse de docteur-ingénieur, E.N.S. des Mines de Paris, 161 p.
- BOURGINE B., NIANDOU I. (1992) - Variance d'estimation d'un variogramme. Rapport de recherche BRGM R34712, SGN/ISA, BRGM, BP 6009, 45060 Orléans Cedex 2, France
- CHILES J.P. (1991) - L'analyse structurale. Note interne BRGM, SGN/ISA, Orléans
- MATHERON G. (1965) - Les variables régionalisées et leur estimation. Masson, Paris, 306 p.