LE PARAMETRAGE TECHNIQUE DES RESERVES

Thierry COLEOU*

TABLE DES MATIERES

ILLUSTRATIONS

----

* Centre de Géostatistique, ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE PARIS, 35 rue Saint-Honoré, 77305 FONTAINEBLEAU (France).

Etudes Géostatistiques V - Séminaire C.F.S.G. sur la Géostatistique 15-16 Juin 1987, Fontainebleau. Sci. de la Terre, Sér. Inf., Nancy, 1988, 28, pp. 115 à 128.

RESUME

Lors de la publication des chiffres de réserves récupérables d'un gisement, on indique généralement un certain tonnage de minerai de teneur moyenne donnée obtenu après coupure.

Ces chiffres servent de base aux économistes miniers mais se révèlent souvent éloignés des données de production réelle sans pour autant être fondamentalement faux. En effet, la teneur de coupure appliquée peut différer de celle proposée ou les conditions d'accès aux réserves peuvent empêcher l'extraction rentable d'une partie du minerai. Il est important d'exprimer les réserves récupérables sous la forme d'une ou de plusieurs courbes tonnage-teneur correspondant à diverses teneurs de coupure pour obtenir un outil utilisable dans une étude économique.

Le paramétrage technique des réserves est l'élaboration des courbes de réserves récupérables sous contraintes géométriques d'extraction et permet donc une description complète des réserves indépendamment de l'environnement économique du moment. La partition des réserves obtenue s'avère être un outil très puissant pour le dimensionnement du projet et sa planification.

ABSTRACT

The figures published regarding the recoverable reserves of a deposit usually indicate a tonnage of ore with an average grade at a given cutoff.

These figures, which are used by mining economists, may be far from the actual production data, although they are not fundamentally wrong. This may be due to the fact that the applied cutoff was different from the one proposed, or that the means of access to the reserves prevented profitable mining of part of the ore. It is important that the recoverable reserves should be expressed in the form of one or more grade-tonnage curves corresponding to various cutoff in order to obtain a tool which can be used in an economic study.

The Technical Parametrization of Reserves consists in working out curves of recoverable reserves under geometrical mining constraints, thus making possible a parametric description of the reserves, whatever the economic circumstances of the time. It is therefore a very powerful tool for measuring and planning the project.

A – INTRODUCTION

Un géologue chanceux a découvert, reconnu et estimé un gisement bidimensionnel vertical. Il le met sur le marché en en fournissant un modèle numérique (Figure 1) indiquant les quantités de métal par bloc de tonnage unité:

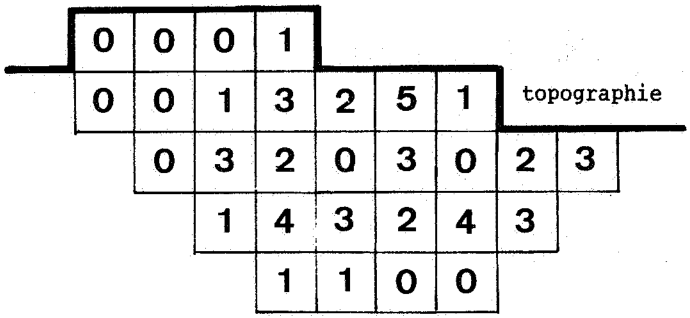


Figure 1. Le modèle estimé.

Cinq compagnies minières (A, B, C, D, E) sont intéressées et se livrent à une étude simplifiée de faisabilité économique sur ces données. Le mode d'extraction retenu est la carrière bidimensionnelle à ciel ouvert avec des contraintes de stabilité de pente de 45°. Le critère d'optimisation des cinq compagnies est la maximisation d'une formule de profit de la forme:

$$B = a.Q - b.T - c.V$$

où Q, T et V sont des paramètres généraux du projet retenu (respectivement: la quantité de métal, le tonnage de minerai et le tonnage total) et a, b, c des paramètres économiques (respectivement: le prix du métal, le coût du traitement et le coût d'extraction d'un bloc).

Les paramètres économiques sont estimés de façon identique par les cinq compagnies minières:

- le prix du métal à l'unité a = 1$
- le coût d'extraction d'un bloc c = .75$
- le coût de traitement d'un bloc peut varier dans un certain intervalle compte-tenu des fluctuations des prix des produits chimiques nécessaires: $1.2\$ \leqslant b \leqslant 1.6\$$.

Les cinq compagnies font appel au même consultant informatique pour la recherche de carrière optimale. Le programme d'optimisation étant gourmand en temps de calcul et les tarifs informatiques étant élevés, les compagnies ne veulent l'utiliser qu'une fois chacune. Elles vont donc choisir une valeur du paramètre b pour la phase d'optimisation puis, une fois le contour final obtenu, elles vont faire varier ce paramètre au sein de cette fosse ultime.

La compagnie A est la plus optimiste et choisit comme coût de traitement b = 1.2$ pour la détermination de la carrière optimale. Donc une formule de profit $B = Q - 1.2T - 0.75V$. La compagnie E est la plus pessimiste et choisit b = 1.6$. Les autres compagnies B, C et D choisissent respectivement 1.3, 1.4 et 1.5$ comme coût de traitement d'un bloc.

Les compagnies reçoivent quelque temps plus tard la description de leur carrière optimale respective, résumée ici dans les tableaux suivants:

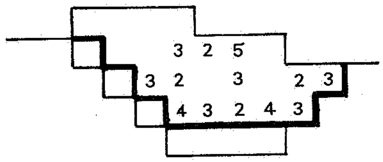
TABLEAU 1. Compagnie A: formule de profit à maximiser B = Q - 1,2T - 0,75V

Carrière optimale

Q = 39

T = 13

V = 22



Evolution du profit B en fonction des coûts de traitement b d'un bloc

b	B
1,2	6,9
1,3	5,6
1,4	4,3
1,5	3,0
1,6	1,6

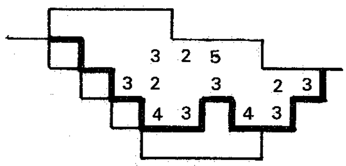
TABLEAU 2. Compagnie B: formule de profit à maximiser B = Q - 1,3T - 0,75V

Carrière optimale

Q = 37

T = 12

V = 21



Evolution du profit B en fonction des coûts de traitement b d'un bloc

b	B
1,2	6,85
1,3	5,65
1,4	4,45
1,5	3,25
1,6	2,05

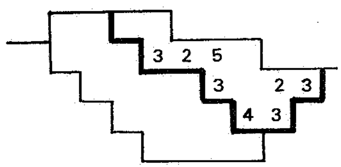
TABLEAU 3. Compagnie C: formule de profit à maximiser B = Q - 1,4T - 0,75V

Carrière optimale

Q = 25

T = 8

V = 12



Evolution du profit B en fonction des coûts de traitement b d'un bloc

b	B
1,2	6,4
1,3	5,6
1,4	4,8
1,5	4,0
1,6	3,2

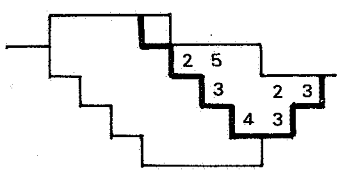
TABLEAU 4. Compagnie D: formule de profit à maximiser B = Q - 1,5T - 0,75V

Carrière optimale

Q = 22

T = 7

V = 10



Evolution du profit B en fonction des coûts de traitement b d'un bloc

b	B
1,2	6,1
1,3	5,4
1,4	4,7
1,5	4,0
1,6	3,3

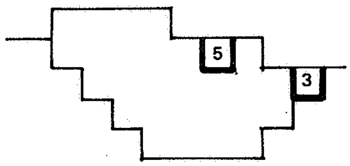
TABLEAU 5. Compagnie E: formule de profit à maximiser B = Q - 1,6T - 0,75V

Carrière optimale

Q = 8

T = 2

V = 2



Evolution du profit B en fonction des coûts de traitement b d'un bloc

b	B
1,2	4,1
1,3	3,9
1,4	3,7
1,5	3,5
1,6	3,3

Ces résultats montrent l'existence de cinq projets possibles, optimaux pour une valeur de b car maximisant le bénéfice B = a.Q - b.T - c.V mais qui ne sont plus optimaux lorsque b varie.

Les résultats ci-dessus peuvent paraître très surprenants car la taille des carrières optimales varie dans un rapport de 1 à 11 mais sont seulement la conséquence de l'existence de cinq carrières physiquement très différentes mais dont les "valeurs" économiques sont très proches, introduisant une instabilité de l'optimum face aux fluctuations des paramètres économiques. A titre d'exemple, si le coût d'extraction varie de c = 0,6$ à c = 0,75$, on obtient des carrières optimales d'un tonnage total allant de 21 à 2 blocs en passant par les intermédiaires V = 12 et V = 10.

Ces résultats montrent l'existence de plusieurs projets possibles, techniquement optimaux et susceptibles d'être l'optimum économique au sens de la maximisation du profit B pour des paramètres économiques choisis.

Dans cet exercice un peu simpliste, la démarche n'est pas fondamentalement étrangère à ce qui se passe dans la réalité où des paramètres économiques mal connus peuvent être critiques dans la recherche de l'optimum.

Une vraie étude de sensibilité passe par un grand nombre d'optimisations pour des formules de profit différentes et devient très vite prohibitive compte-tenu des performances des algorithmes connus.

B - LE PARAMETRAGE TECHNIQUE

1 - REDEFINITION DU PROBLEME

Le paramétrage technique des réserves utilise une approche du problème radicalement différente. L'idée originale et le formalisme du paramétrage ont été formulés par G. Matheron en 1975 pour la première fois.

La constatation de départ est que, dans la plupart des cas, les divers paramètres économiques peuvent être considérés comme indépendants des paramètres purement techniques du gisement. Ainsi les coûts de traitement ont peu de relation avec les contraintes de stabilité de pente, de même les coûts d'extraction n'ont pas de lien direct avec la teneur de la roche en place qui est étrangère aux fluctuations du marché.

De plus il est fréquent de trouver des paramètres économiques fonction de la taille de la carrière finale et que l'on peut difficilement fixer sans connaître le volume du projet final.

Le problème n'est pas de maximiser une formule de profit figée du type $B = aQ - bT - cV$, avec a, b, c fixés, mais plutôt de maximiser une formule analogue: $Q - \theta.T - \lambda.V$ pour tout couple (λ,θ) [1].

Nous ne sommes plus intéressés par la recherche d'un projet unique: la fosse ultime, mais par la détermination d'une famille de projets techniquement optimaux au sein de laquelle se trouvera la carrière finale. La connaissance de ces projets techniquement optimaux (tous étant potentiellement l'optimum économique) permet de faire intervenir lors du choix de la fosse ultime d'autres critères que la simple maximisation d'une formule de profit mal connue. Ainsi, dans notre exemple, la taille du projet va être un facteur déterminant dans le choix de la fosse finale.

2 – LES PROJETS TECHNIQUEMENT OPTIMAUX

D'où vient cette formule [1] à maximiser et qu'est-ce qu'un projet techniquement optimal?

Parmi toutes les carrières possibles qui respectent des contraintes de stabilité de pente données, certaines sont meilleures que d'autres. Ainsi pour deux carrières de même volume et contenant le même tonnage de minerai mais de quantité de métal différente, la meilleure sera celle qui aura le plus de métal. L'idée est donc de maximiser la quantité de métal pour un tonnage de minerai et une taille de projet fixés.

a – Maximiser Q pour tout V

Reprenons l'exemple de la section A pour voir ce que l'on obtient. Pour un volume 1, la meilleure carrière est celle qui extrait le bloc de quantité de métal 5. Pour un volume 2, la meilleure carrière est celle qui contient les blocs Q = 5 et Q = 3 (carrière optimale de la compagnie E, Tableau 5).

Il y a ainsi 29 carrières différentes (car 29 tonnages V possibles) qui vont maximiser la quantité de métal Q pour leur tonnage total V.

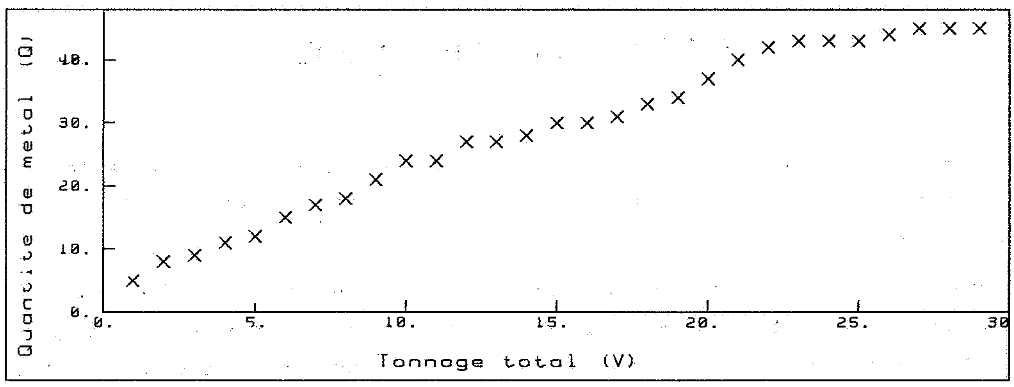


Figure 2. Les projets maximisant Q pour tout V.

Intéressons-nous aux carrières maximisant Q pour un tonnage V = 10 et V = 11 (Figure 3):

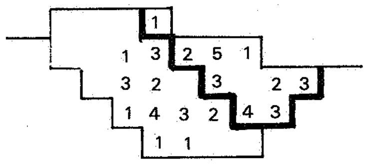


Figure 3. Meilleure carrière de taille 10 blocs.

Pour un tonnage V = 11, la carrière qui maximise la quantité de métal contient Q = 24 comme la carrière maximisant Q pour V = 10. En d'autres termes, il n'est pas possible de trouver une carrière de 11 blocs contenant plus de métal que celle de 10 blocs. La conclusion immédiate est que la carrière de tonnage 11 est une aberration économique et ne saurait être retenue comme fosse ultime.

D'un point de vue pratique, la carrière de tonnage 11 n'est pas optimale car elle met à jour une zone plus riche et il est plus intéressant d'aller jusqu'à la carrière de tonnage 12 que de s'arrêter en chemin. Cela revient à sélectionner seulement les carrières situées sur l'enveloppe concave de la courbe Q(V) (Figure 4).

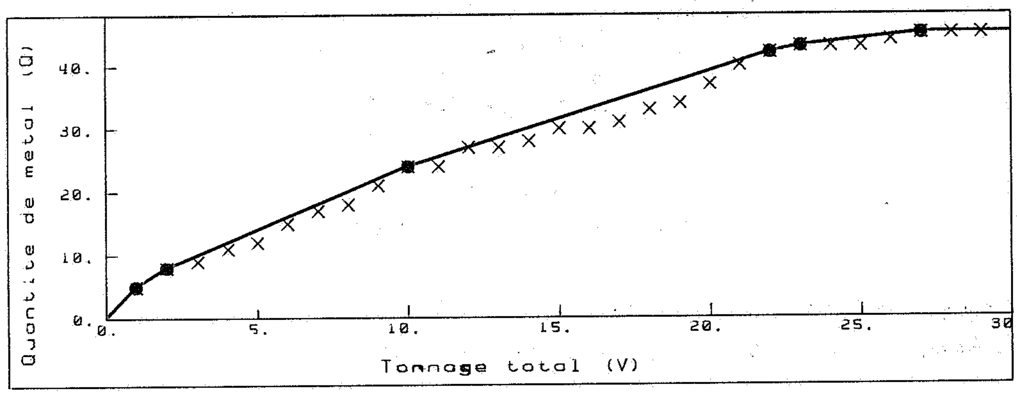


Figure 4. Enveloppe concave du domaine des carrières possibles.

b - Maximiser Q - λV

Sélectionner l'ensemble des carrières qui maximisent la quantité de métal pour tout tonnage V puis se restreindre à celles situées sur l'enveloppe concave est un problème que l'on peut reformuler plus simplement: les carrières sélectionnées maximisent une expression de la forme Q - λV pour toute valeur de λ entre 0 et l'infini. Le paramètre λ est la pente d'une droite d'appui de l'enveloppe concave du nuage de points formant le domaine des carrières possibles.

Grâce à ce critère, nous retiendrons directement les six projets de l'enveloppe concave. Intéressons-nous à leur géométrie (Figure 5).

Nous notons que ces fosses sont emboitées et que lorsqu'on passe de l'une à l'autre à V croissant, la teneur moyenne de l'incrément (minerai et stérile confondus) diminue à chaque étape. Si nous remplaçons la teneur des blocs par la teneur moyenne de l'incrément dans lequel il se trouve (Figure 6), nous obtenons un nouveau modèle de bloc dont les lignes d'isovaleur sont des carrières techniquement optimales. Les nouvelles valeurs des blocs sont d'ailleurs les valeurs critiques du paramètre λ vu plus haut et définissent les pentes de l'enveloppe concave des carrières possibles.

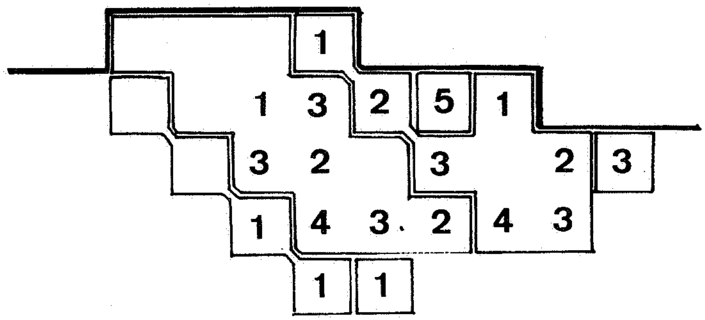


Figure 5. Les projets retenus.

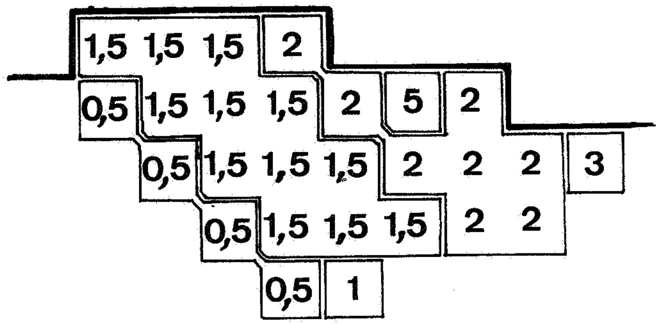


Figure 6. Le modèle transformé.

On appelle cône d'extraction Γ d'un bloc l'ensemble des blocs qu'il faut extraire pour pouvoir y accéder en respectant les contraintes de pente (Figure 7).

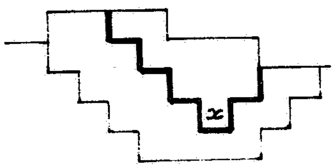


Figure 7. Cône d'extraction Γ d'un bloc x.

Une propriété intéressante de la fonction de la teneur définie à la figure 6 est que pour tout bloc, la valeur qui lui est affectée est le minimum des valeurs des blocs situés dans son cône d'extraction. On dit que cette fonction de la teneur est Γ-croissante quand elle respecte cette condition pour un cone Γ donné.

La fonction obtenue est en fait la projection de la teneur dans l'espace des fonctions Γ-croissantes. Cette fonction existe et est unique (voir G. Matheron, 1975).

c - Maximiser Q - $\theta T - \lambda V$

Le problème étant en fait un problème à deux paramètres (T et V), nous pouvons étendre l'analyse convexe dans un repère tridimensionnel Q(T,V) et ne retenir que les projets qui maximisent $Q - \theta.T - \lambda.V$ pour toutes valeurs possibles de θ et λ donc situés sur l'enveloppe concave du nuage de projets possibles (i.e. sur les plans tangents au nuage de points).

Dans le cas présenté, il y a 18 carrières situées sur cette enveloppe concave (Figure 8).

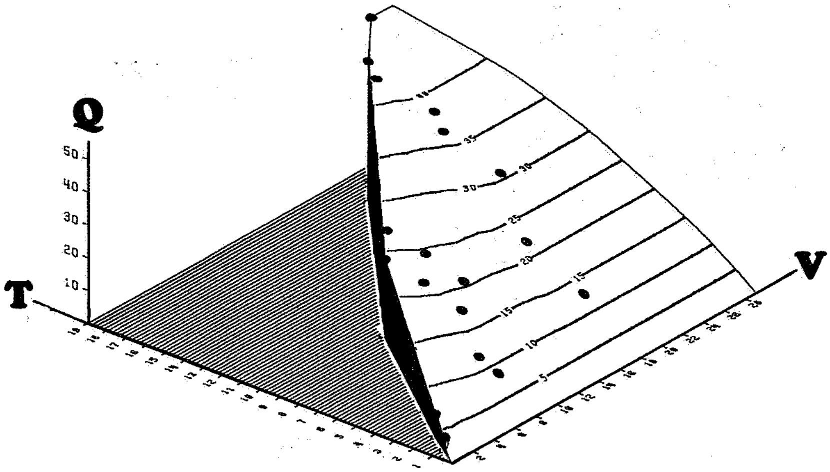


Figure 8. L'enveloppe concave et les projets techniquement optimaux.

Ces 18 solutions possibles dont la liste est donnée en annexe sont le résultat du double paramétrage en θ et λ et maximisent $Q - \theta.T - \lambda.V$ pour tout couple (θ,λ).

L'optimum économique, quelle que soit la formule de profit choisie, sera l'un de ces 18 optima techniques.

C - L'OPTIMISATION ECONOMIQUE

1 - RECHERCHE DE L'OPTIMUM ECONOMIQUE

Le problème est maintenant extrêmement simple: l'optimum économique sera celui des 18 optima techniques qui maximise la formule de profit choisie.

Par exemple, $B = Q - 1{,}4T - 0{,}75V$ va fournir comme optimum la carrière de volume 12.

Si l'on représente les lignes d'isobénéfice sur l'enveloppe concave (Figure 9), on s'aperçoit que plusieurs projets ont des valeurs proches du maximum car le sommet de la cloche est très plat et très allongé.

Cela veut dire que le projet ultime sera très sensible à la formule de bénéfice choisi (voir exemple introductif).

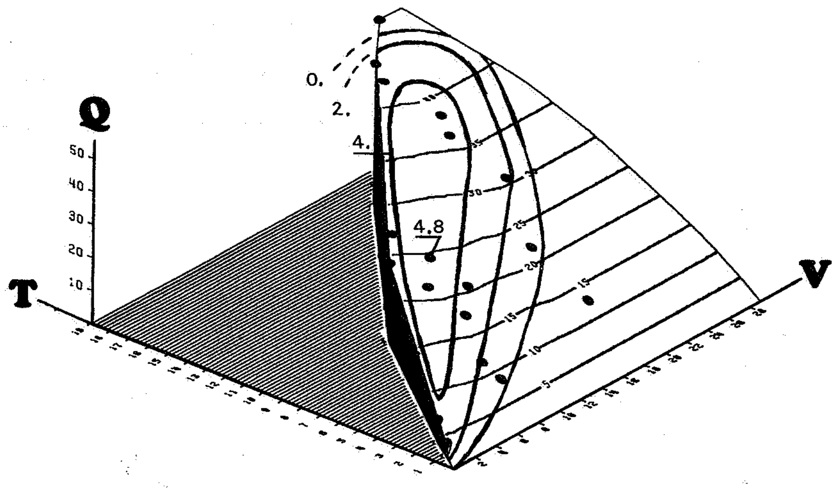


Figure 9. L'optimum économique. Valorisation des carrières $B = Q - 1,4T - 0,75V$.

2 – L'ETUDE DE SENSIBILITE

Quand la formule de bénéfice est linéaire en Q, T et V ($B = a.Q - b.T - c.V$), les paramètres θ et λ prennent une signification économique en plus de leur signification physique.

Leurs valeurs critiques (angles des morceaux de plan formant l'enveloppe concave des carrières possibles) correspondent à la teneur de coupure et à la teneur moyenne (minerai et stérile confondus) de la tranche entre deux fosses emboitées solutions du paramétrage. Mais le paramètre θ est aussi le ratio coût de traitement/prix du métal (b/a) et λ le ratio coût d'extraction/prix du métal (c/a).

Il est alors extrêmement intéressant de regarder les variations de l'optimum lorsque l'on change ces paramètres θ et λ. Sur la figure 10, la taille du projet optimum (V) a été représentée en fonction des paramètres θ et λ. Chaque plateau détermine le domaine d'optimalité économique d'une des carrières techniquement optimale.

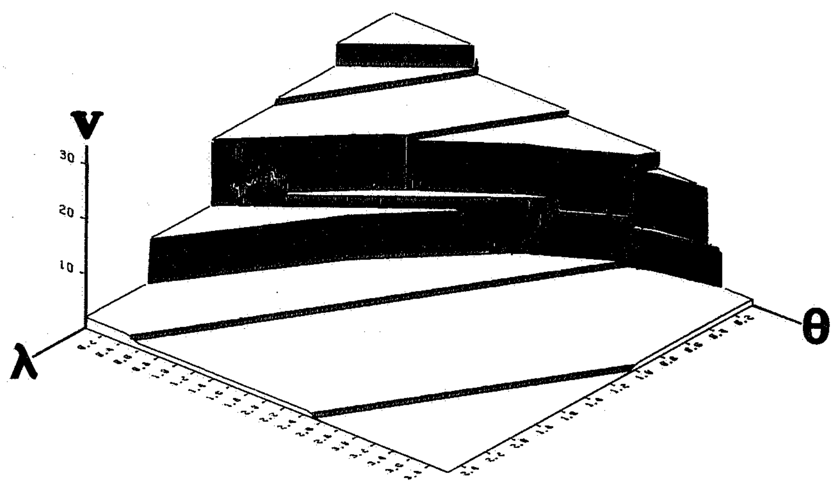


Figure 10. Les domaines d'optimalité économique.

Le projet optimal dans un environnement économique donné ne l'est plus si les paramètres changent. Le facteur critique pour un projet optimal va être la taille de son domaine d'optimalité. Ainsi, le projet de taille V = 12 vu en section A a un domaine d'existence des plus réduits et est susceptible de perdre son caractère optimal pour une très faible variation d'un des paramètres.

Sur la figure 11, le bénéfice conventionnel ($B = Q - \theta T - \lambda V$) a été représenté en fonction des paramètres θ et λ. C'est une fonction qui ne présente pas de discontinuités et qui est décroissante en fonction des coûts. Sur la figure 12, les limites des domaines d'optimalité des carrières ont été tracées sur la fonction de bénéfice.

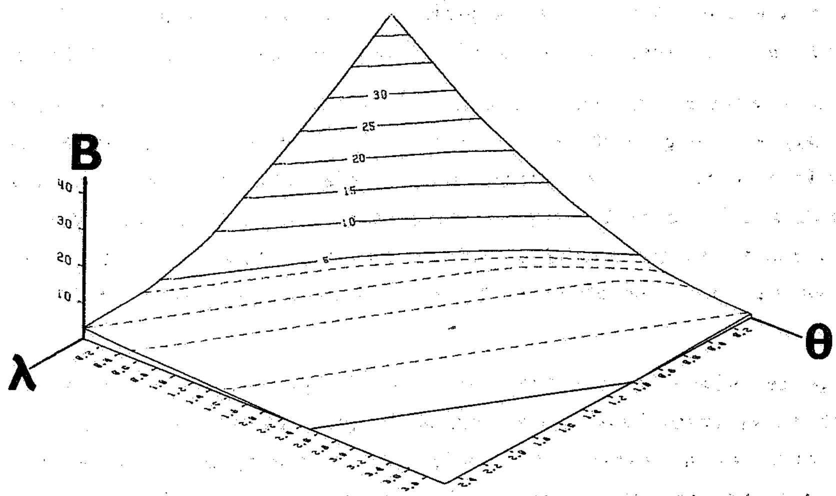


Figure 11. Le bénéfice fonction des coûts.

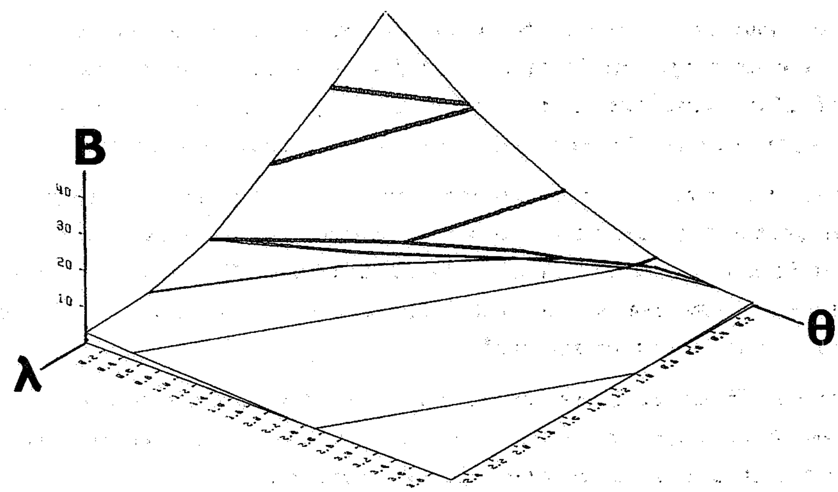


Figure 12. Le bénéfice et les projets optimaux fonction des coûts.

D - CONCLUSION

Le paramétrage technique des réserves permet d'exprimer les réserves récupérables sous contrainte géométrique d'extraction, de définir le projet économiquement optimal à long terme avec une étude complète de sensibilité des paramètres, et de générer des réseaux de fosses emboîtées qui s'avèrent être un outil très performant pour le séquencement de l'exploitation à moyen terme.

Le paramétrage n'est pas limité à deux paramètres θ et λ et peut donc être utilisé dans un *contexte multivariable sans hypothèse sur les prix des différents métaux et leurs variations.*

Ainsi pour deux métaux, on peut définir trois paramètres p, θ, λ, et maximiser une formule du type $B = pQ_1 + (1-p)Q_2 - \theta T - \lambda V$, où Q_1 et Q_2 sont les quantités de métal des deux métaux, T le tonnage de minerai et V le tonnage total. Cela revient à bâtir un métal équivalent dans la constitution duquel le métal 1 (resp. 2) intervient avec une proportion p (resp. (1-p)). Les paramètres θ et λ ont alors une signification de teneur de coupure sur métal équivalent. Le fait de pouvoir faire varier p en plus de θ et λ permet une réelle étude de sensibilité multivariable.

Le paramétrage technique des réserves est un outil qui permet de cibler les paramètres sensibles d'un projet en limitant leur nombre aux seuls paramètres contrôlables par la connaissance que l'on a du gisement au moment de l'optimisation. Ainsi, si l'on ne dispose que d'un estimateur de teneur moyenne par panneau et que la méthode d'exploitation autorise une sélectivité beaucoup plus grande (i.e. des unités de sélection beaucoup plus petites que les panneaux), *le fait d'affecter une valeur économique aux panneaux calculée avec des coûts opératoires conduit à une sous-estimation systématique du profit.* Dans ce cas, négliger l'effet de support ôte l'optimalité au projet maximisant le profit et entraine un écrémage du gisement. Ce danger est écarté si l'on tient compte de l'effet de support en utilisant un estimateur des réserves récupérables par panneau (krigeage disjonctif, conditionnement uniforme...).

En fournissant des carrières techniquement optimales sans fixer les paramètres économiques au départ, le paramétrage technique permet *l'ajustement des coûts à la taille du projet* lors de l'optimisaton économique et de faire un choix entre les diverses solutions en intégrant des notions difficilement numérisables de caractère humain et politique (impact social) ou d'éthique minière (conservation des ressources).

La famille de carrières emboitées fournit un guide pour le séquencement de l'exploitation qui permet *le changement de projet ultime en cours d'exploitation* si l'environnement économique varie et que le projet initialement retenu ne soit plus optimal.

L'algorithme de recherche de fonction Γ-croissante définissant les carrières techniquement optimales, initialement décrit par D. François-Bongarçon (1978) permet l'obtention d'une série de plusieurs dizaines de projets dans un temps analogue à celui mis par les algorithmes classiques de maximisation d'une formule de profit pour obtenir un seul projet correspondant à un environnement économique particulier.

REFERENCES

G. MATHERON, "Le paramétrage technique des réserves", Centre de Géostatistique, 1975.

D. FRANCOIS-BONGARCON, "Le paramétrage des contours optimaux d'une exploitation à ciel ouvert", Thèse de Docteur-Ingénieur, ENSMP, 1978.

ANNEXE

Liste des projets techniquement optimaux