

ETUDE DES RELATIONS ENTRE PROPRIETES PHYSICO-CHIMIQUES DU SOL PAR LA GEOSTATISTIQUE MULTIVARIABLE

P. GOOVAERTS
Unité de Biométrie
Université Catholique de Louvain
Place Croix du Sud 2 Bte 16
B-1348 LOUVAIN-LA-NEUVE
BELGIQUE.

RESUME. Les relations entre 6 propriétés physico-chimiques du sol sont étudiées par le biais de l'analyse de la matrice de corrélation, des matrices de variogramme et de corégionalisation. Une analyse en composantes principales de la matrice de corrélation suggère l'existence de 2 facteurs "textural" et "chimique" responsables de la structure de corrélation observée et auxquels on peut associer un variogramme et une répartition spatiale caractéristiques. L'analyse des matrices de variogramme et de corégionalisation permet d'explorer la structure de corrélation présente à différentes échelles spatiales.

ABSTRACT. Relationships between six soil physico-chemical properties are studied by means of analysis of correlation matrix, variogram matrices and coregionalization matrices. Principal component analysis of correlation matrix leads to identification of two factors "textural" and "chemical" which could explain correlations between properties. These factors can be characterized by their variogram function and spatial pattern. Analysis of variogram matrices and coregionalization matrices is used to explore correlations between variables at different spatial scales.

TABLE DES MATIERES

1 - INTRODUCTION

2 - NOTIONS THEORIQUES

I - Analyse de la matrice de variance-covariance

II - Analyse des matrices de variogramme

III - Analyse des matrices de corégionalisation

III - A. Modèle Linéaire de Corégionalisation

III - B. Analyse des Matrices de Corégionalisation

III - C. Cartographie de l'Information Multivariable

3 - APPLICATION

I - Analyse de la matrice de variance-covariance

II - Analyse des matrices de variogramme

III - Analyse des matrices de corégionalisation

4 - CONCLUSIONS

REMERCIEMENTS

REFERENCES

1. INTRODUCTION

En deux décennies, la théorie des variables régionalisées a connu un développement considérable dans le domaine des sciences du sol (Trangmar et al., 1985). Malgré le caractère multivariable de l'information habituellement disponible, la plupart des études géostatistiques sont monovariées et négligent, lors de l'estimation, l'information fournie par d'autres variables corrélées spatialement. Mis à part la problématique d'estimation, la structure multivariable de l'information est le plus souvent explorée par des techniques telles que l'analyse discriminante ou l'analyse en composantes principales de la matrice de variance-covariance ou de corrélation. Ces méthodes ne permettent cependant pas de tenir compte de la corrélation éventuelle des variables. L'analyse simultanée de la structure spatiale des différentes variables doit en principe conduire à une meilleure identification des facteurs physiques, chimiques ou anthropiques responsables de la structure de corrélation observée.

Matheron (1982) a développé une technique appelée analyse krigée dont l'extension au cas multivariable permet de prendre en compte le caractère spatialisé des données dans l'étude des relations entre variables. La méthode est basée sur l'ajustement d'un modèle linéaire de corrélation à l'ensemble des variogrammes simples et croisés. Ce modèle correspond à une décomposition des variables initiales en plusieurs composantes orthogonales, chacune étant caractéristique d'une échelle spatiale donnée (ponctuelle, locale, régionale...). Parallèlement à la matrice de variance-covariance qui résume la structure des dépendances linéaires entre variables, la matrice de corrélation renseigne sur la structure de corrélation associée à l'échelle spatiale considérée. Une ACP peut être réalisée sur ces deux types de matrices. Aux facteurs classiques déduits de la matrice de variance-covariance correspondent, pour les matrices de corrélation, des facteurs dits régionalisés qui synthétisent les principales sources de variation présentes à l'échelle étudiée et dont l'estimation est effectuée par cokrigage.

Dans cet article, les méthodes classiques et géostatistiques d'analyse multivariable sont utilisées pour explorer la structure de corrélation de 6 propriétés physico-chimiques du sol.

2. NOTIONS THEORIQUES

I. Analyse de la matrice de variance-covariance

Soit le tableau Z à n lignes et p colonnes où sont rassemblées les observations sur n individus de p variables centrées. Une manière classique de décrire ce tableau de données consiste à réaliser une analyse en composantes principales (ACP) de la matrice de variance-covariance ou de corrélation. L'ACP construit de nouvelles variables orthogonales, appelées composantes principales y_1, y_2, \dots, y_p , qui sont des combinaisons linéaires des variables initiales z_1, z_2, \dots, z_p . Ces composantes sont, par construction, de variance progressivement décroissante et les premières sont dès lors utilisées pour représenter les individus ou les variables dans un sous-espace de R^p . On cherche donc la transformation linéaire suivante

$$Y = Z Q$$

où $Q^T Q = I$, ce qui revient à diagonaliser la matrice de variance-covariance V

$$V = \frac{1}{n} Z^T Z = \frac{1}{n} Q Y^T Y Q^T = Q \Lambda Q^T$$

où Q est la matrice des vecteurs propres et Λ est la matrice diagonale des valeurs propres, c'est à dire la matrice de variance-covariance des composantes principales. Une représentation synthétique des corrélations entre variables est obtenue en positionnant celles-ci dans le plan défini par les deux premières composantes principales. Les coordonnées des variables correspondent à leurs coefficients de corrélation avec les composantes principales et la figure ainsi obtenue est appelée "cercle des corrélations" (Saporta, 1990).

En travaillant sur la matrice de variance-covariance, la nature régionalisée des variables n'est pas prise en compte dans l'étude de leurs relations. Ceci entraîne généralement la non orthogonalité spatiale des composantes principales (Myers, 1988). Une cartographie de celles-ci permet cependant de synthétiser les principales caractéristiques (périodicités, gradients) de la variabilité spatiale des variables étudiées (Goulard et al., 1987).

II. Analyse des matrices de variogramme

Le même tableau Z peut être décrit en faisant intervenir des concepts probabilistes. Soit les p variables $\{z_i(x); i = 1, \dots, p\}$ que l'on interprète comme une réalisation particulière d'un ensemble de p fonctions aléatoires intrinsèques corrélées $\{Z_i(x); i = 1, \dots, p\}$. Ces variables ont été mesurées aux mêmes n endroits (cas isotopique) et on note l'ensemble des $n \times p$ observations $\{z_i(x_\alpha); i = 1, \dots, p \alpha = 1, \dots, n\}$. On définit l'accroissement

$(z_i(x) - z_j(x+h))$ comme la différence entre les valeurs prises par les variables z_i et z_j aux points de coordonnée x et $x+h$. Sous l'hypothèse intrinsèque (hypothèse de stationnarité d'ordre 2 des accroissements), on définit les outils d'analyse structurale que sont les variogrammes simple $\gamma_{ii}(h)$ et croisé $\gamma_{ij}(h)$

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} E [\{ Z_i(x) - Z_i(x+h) \} \{ Z_j(x) - Z_j(x+h) \}]$$

Pour chaque classe de distance h , on peut regrouper les valeurs des variogrammes simples et croisés dans la matrice symétrique $\Gamma(h)$

$$\Gamma(h) = \begin{bmatrix} \gamma_{11}(h) & \dots & \gamma_{1p}(h) \\ \vdots & & \vdots \\ \gamma_{p1}(h) & \dots & \gamma_{pp}(h) \end{bmatrix}$$

Les matrices $\Gamma(h)$, appelées matrices de variogramme, sont des matrices de variance-covariance d'accroissements décrivant l'évolution des relations entre variables dans l'espace. Sous l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2, la matrice de variance-covariance V est la limite, pour h tendant vers l'infini, de la matrice $\Gamma(h)$ (Wackernagel, 1988)

$$\Gamma(h) \rightarrow V \quad \text{pour } h \rightarrow \infty$$

La structure de corrélation de variables régionalisées peut changer suivant la classe de distance h . De manière à étudier la stabilité de la structure de corrélation dans l'espace, on peut réaliser une ACP de chacune des matrices $\Gamma(h)$ et comparer la position des variables sur les différents cercles des corrélations (Wackernagel, 1985).

III. Analyse des matrices de corégionalisation

La prise en compte de la nature régionalisée des variables nous a conduit à substituer à l'analyse de la seule matrice de variance-covariance V l'étude d'un ensemble de matrices de variogramme $\Gamma(h)$. Alors que V fournit une description globale des relations entre variables, les matrices $\Gamma(h)$ permettent de suivre l'évolution de la structure de corrélation en fonction de la classe de distance h . Une autre approche consiste à distinguer plusieurs catégories spatiales (ponctuelle, locale, régionale...) auxquelles on peut associer une structure de corrélation particulière. Une telle démarche s'accompagne cependant d'une modélisation de la corégionalisation et donc la formulation d'hypothèses quant à la nature des phénomènes étudiés.

III - A. Modèle Linéaire de Corégionalisation

Dans le modèle linéaire de corégionalisation, tous les variogrammes simples et croisés sont modélisés par une combinaison linéaire de N_S variogrammes normés $g^u(h)$

$$\Gamma(h) = \sum_{u=1}^{N_S} B^u g^u(h)$$

B^u est une matrice semi-définie positive, appelée matrice de corégionalisation, dont les éléments b_{ij}^u traduisent l'importance de la fonction $g^u(h)$ dans les variogrammes simples et croisés. Ce modèle correspond à une décomposition de l'ensemble des fonctions aléatoires $\{ Z_i(x) ; i = 1, \dots, p \}$ en un ensemble de fonctions aléatoires mutuellement orthogonales $\{ Y_v^u(x) ; v = 1, \dots, p ; u = 1, \dots, N_S \}$ tel que

$$Z_i(x) = \sum_{u=1}^{N_S} \sum_{v=1}^p a_{iv}^u Y_v^u(x) \quad \text{avec} \quad b_{ij}^u = \sum_{v=1}^p a_{iv}^u a_{jv}^u$$

Pour un indice u fixé, les $Y_v^u(x)$, appelés facteurs régionalisés, sont caractérisés par un même variogramme normé $g^u(h)$. En regroupant les facteurs ayant le même variogramme $g^u(h)$, chaque fonction aléatoire $Z_i(x)$ peut s'écrire comme la somme de N_S fonctions aléatoires mutuellement orthogonales $Z_i^u(x)$

$$Z_i(x) = \sum_{u=1}^{N_S} Z_i^u(x) \quad \text{avec} \quad Z_i^u(x) = \sum_{v=1}^p a_{iv}^u Y_v^u(x)$$

où la composante spatiale $Z_i^u(x)$ représente le comportement de $Z_i(x)$ à l'échelle u .

Dans le modèle linéaire de corégionalisation, le comportement spatial des variables est envisagé comme le résultat de la surimposition de différents processus indépendants opérant à différentes échelles spatiales. En science du sol, ceux-ci peuvent notamment être identifiés au matériau parental, à la topographie, au type d'affectation, à l'activité biologique... (Taylor & Burrough, 1986). Ces processus sont perceptibles s'ils ont un impact sur l'allure des variogrammes expérimentaux qui sont alors modélisés au moyen d'une série de fonctions $g^u(h)$. Le choix délicat du nombre et des caractéristiques (modèle, portée) des fonctions $g^u(h)$ peut être facilité par une bonne connaissance des phénomènes étudiés. Un bel exemple en est donné par l'étude de Chilès et Guillen (1984).

III - B. Analyse des Matrices de Corégionalisation

La décomposition des variables $Z_i(x)$ en N_s composantes spatiales $Z_i^u(x)$ peut écrire sous forme matricielle

$$Z = \sum_{u=1}^{N_s} Z^u \quad \text{avec} \quad Z^u = Y^u A^{uT}$$

Les relations entre variables, au niveau de chaque échelle spatiale u , sont résumées dans la matrice de variance-covariance des $Z_i^u(x)$, qui est en fait la matrice de corégionalisation B^u

$$\frac{1}{n} Z^{uT} Z^u = \frac{1}{n} A^u Y^{uT} Y^u A^{uT} = A^u A^{uT} = B^u \quad \text{avec} \quad \frac{1}{n} Y^{uT} Y^u = I$$

Sous l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2 et du comportement asymptotique des variogrammes normés $g^u(h)$, la matrice de variance-covariance V peut s'écrire comme la somme des N_s matrices de corégionalisation B^u

$$V = \sum_{u=1}^{N_s} B^u$$

Chaque matrice B^u décrivant les relations entre variables propres à la catégorie spatiale u , la matrice V nous apparaît comme un mélange de différentes structures de corrélation présentes à différentes échelles.

De nombreuses méthodes (ACP, analyse discriminante, analyse des corrélations canoniques...) sont disponibles pour l'analyse des matrices de corégionalisation (Wackernagel et al., 1989). Parmi celles-ci, l'analyse en composantes principales conduit à la décomposition suivante des matrices B^u

$$B^u = Q^u \Lambda^u Q^{uT} = (Q^u \sqrt{\Lambda^u}) (Q^u \sqrt{\Lambda^u})^T = A^u A^{uT}$$

Les coefficients de transformation $a_{v_i}^u$, contenus dans la matrice A^u , correspondent ici aux covariances entre les facteurs régionalisés $Y_v^u(x)$ et les composantes spatiales $Z_i^u(x)$. L'utilisation du cercle des corrélations permet de représenter de manière synthétique la structure de corrélation présente à chaque échelle spatiale u .

III - C. Cartographie de l'Information Multivariable

Pour illustrer le comportement et les relations entre variables aux différentes échelles spatiales, plusieurs quantités peuvent être cartographiées : les variables régionalisées $Z_i(x)$, les composantes spatiales $Z_i^u(x)$ et les facteurs régionalisés $Y_v^u(x)$. Dans chaque cas, l'estimation est réalisée par cokrigeage à partir des observations $z_i(x_\alpha)$ des p variables $Z_i(x)$. On trouvera une description des systèmes de cokrigeage dans Wackernagel (1988).

3. APPLICATION

Cette étude a été réalisée sur une jachère, d'une superficie d'environ 40 ares, située à Louvain-la-Neuve (Belgique). En avril 1990, 169 échantillons ont été prélevés selon le dispositif de la Figure 1. Sur chaque échantillon, les 6 propriétés suivantes ont été mesurées : pH, conductivité électrique, teneur en carbone oxydable, humidité pondérale, teneur en NH_4^+ échangeable et en azote potentiellement minéralisable. Etant donné la diversité des unités de mesure rencontrées, on travaillera sur les valeurs standardisées des variables et on utilisera la métrique identité lors de l'ACP des différentes matrices.

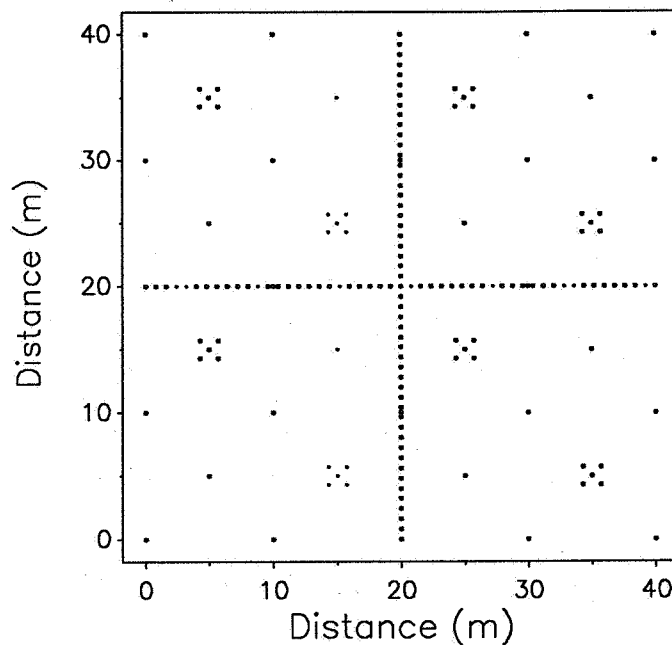


Figure 1. Dispositif d'échantillonnage.

I. Analyse de la matrice de variance-covariance

Une analyse en composantes principales a été réalisée sur la matrice de corrélation. En examinant le cercle des corrélations (Figure 2(a)), on remarque l'opposition entre le pH et l' NH_4^+ échangeable ainsi que la conductivité électrique. On observe également le groupement des 3 autres variables. De manière à faciliter l'interprétation physique des composantes principales, on a effectué une rotation orthogonale (méthode varimax) des 2 premiers axes (Figure 2(b)). De par la nature des 3 variables auquel il est fortement corrélé, le premier facteur peut être associé à la texture du sol. En effet, la texture du sol agit sur la rétention en eau de celui-ci et donc son humidité pondérale. Une texture lourde (argile) et une humidité importante ralentiraient les processus de minéralisation de la matière organique, provoquant une accumulation du carbone oxydable et corrolairement des quantités d'azote organique potentiellement minéralisable. Le premier facteur sera donc appelé "facteur textural" tandis que l'on désignera sous le nom de "facteur chimique" le deuxième facteur corrélé notamment au pH et à l' NH_4^+ échangeable.

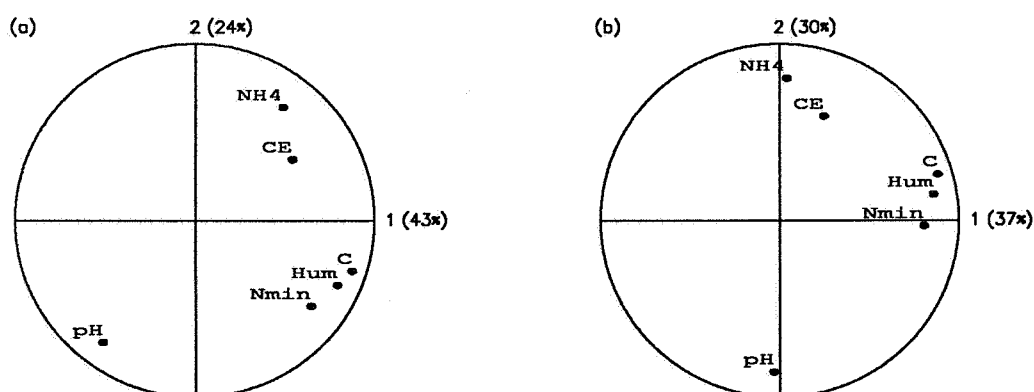


Figure 2. Résultats (cercles des corrélations) de l'ACP de la matrice de corrélation : (a) avant et (b) après rotation orthogonale des 2 premiers axes.

Les deux facteurs ont fait l'objet d'une analyse structurale. Aucune anisotropie n'a été détectée sur les variogrammes calculés dans la direction de chacun des 2 transects. Les variogrammes simples et croisé (Figure 3) ont été modélisés au moyen d'un effet de pépité et de 2 modèles sphériques de portée 6 et 17 mètres. Contrairement au facteur chimique, le variogramme du facteur textural se caractérise par un effet de pépité important et l'absence de la structure de petite portée. Les 2 facteurs sont non corrélés spatialement. Les cartes obtenues par krigeage sont représentées à la Figure 4.

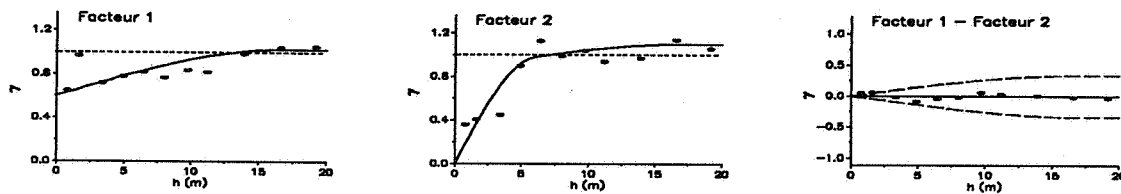


Figure 3. Variogrammes simples et croisé des 2 facteurs. Les courbes discontinues tracées sur le variogramme croisé représentent l'enveloppe de corrélation structurale parfaite (Wackernagel, 1985).

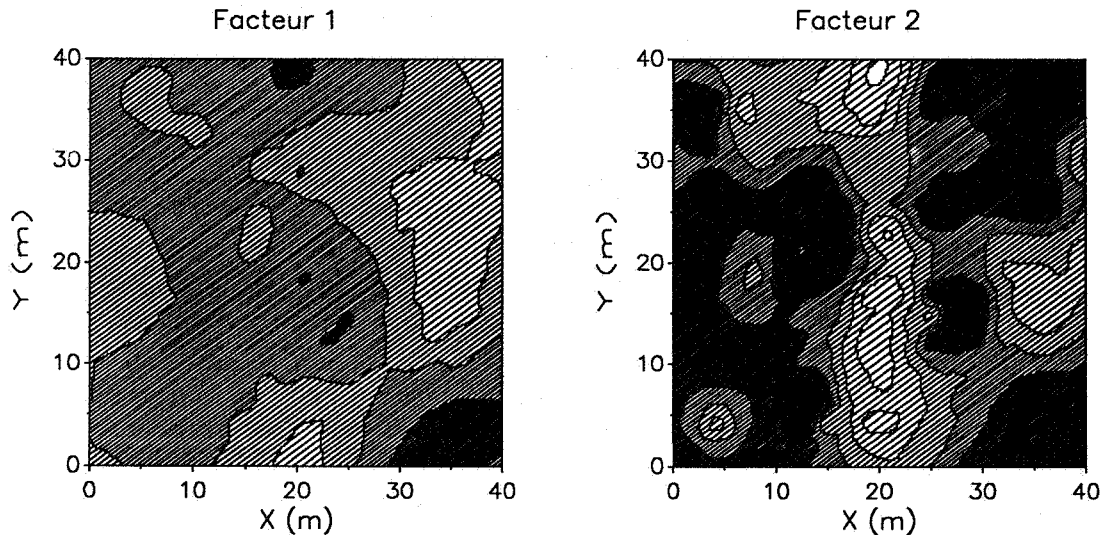


Figure 4. Cartographie des 2 facteurs.

Ces premiers résultats suggèrent l'existence de 2 facteurs responsables de la structure de corrélation observée et auxquels on peut associer un variogramme et une répartition spatiale caractéristiques.

II. Analyse des matrices de variogramme

L'ensemble des variogrammes expérimentaux sont représentés à la Figure 5. La présence d'un palier sur ces variogrammes met en évidence le comportement stationnaire des variables à l'échelle étudiée. Une analyse en composantes principales a été réalisée sur les matrices de variogramme des 11 premières classes de distance. L'examen des cercles des corrélations (Figure 6) montre la relative stabilité de la structure de corrélation. On remarque cependant l'indépendance, jusque 14 mètres (neuvième classe de distance), des accroissements des valeurs de conductivité électrique avec ceux du pH et de NH_4^+ échangeable. Suite au comportement stationnaire des variables, la structure de corrélation s'identifie, pour les grandes distances, à celle déduite de l'analyse de la matrice de corrélation.

III. Analyse des matrices de corégionalisation

Le modèle linéaire de corégionalisation, ajusté au moyen du programme LINMOD (Wackernagel, 1989), se compose d'un effet de pépite et de 2 modèles sphériques de portée 6 et 17 mètres (Figure 5). Les variogrammes simples possèdent un palier atteint plus ou moins rapidement et qui correspond généralement à la variance globale de l'échantillon symbolisée par un trait discontinu. L'effet de pépite représente de 20 à 80 % de la valeur du palier, traduisant une forte variabilité des valeurs sur de courtes distances. En examinant les variogrammes simples, on peut distinguer un premier groupe de variables (pH, conductivité électrique, NH_4^+ échangeable) caractérisées par un effet de pépite modéré (20 - 40 %) et la prépondérance du modèle sphérique de portée égale à 6 mètres. Pour les 3 autres propriétés (carbone oxydable, humidité pondérale et azote potentiellement minéralisable), on remarque l'importance de l'effet de pépite et l'absence de structure de courte portée. On retrouve ici les 2 groupes déduits de l'analyse de la matrice de corrélation. Les variogrammes croisés indiquent une bonne corrélation spatiale entre le pH, la conductivité électrique et NH_4^+ échangeable. Pour ces 3 propriétés, le peu d'importance de l'effet de pépite est le résultat de l'action du variogramme croisé comme filtre du bruit blanc. Ce bruit consiste probablement en des erreurs de mesure indépendantes.

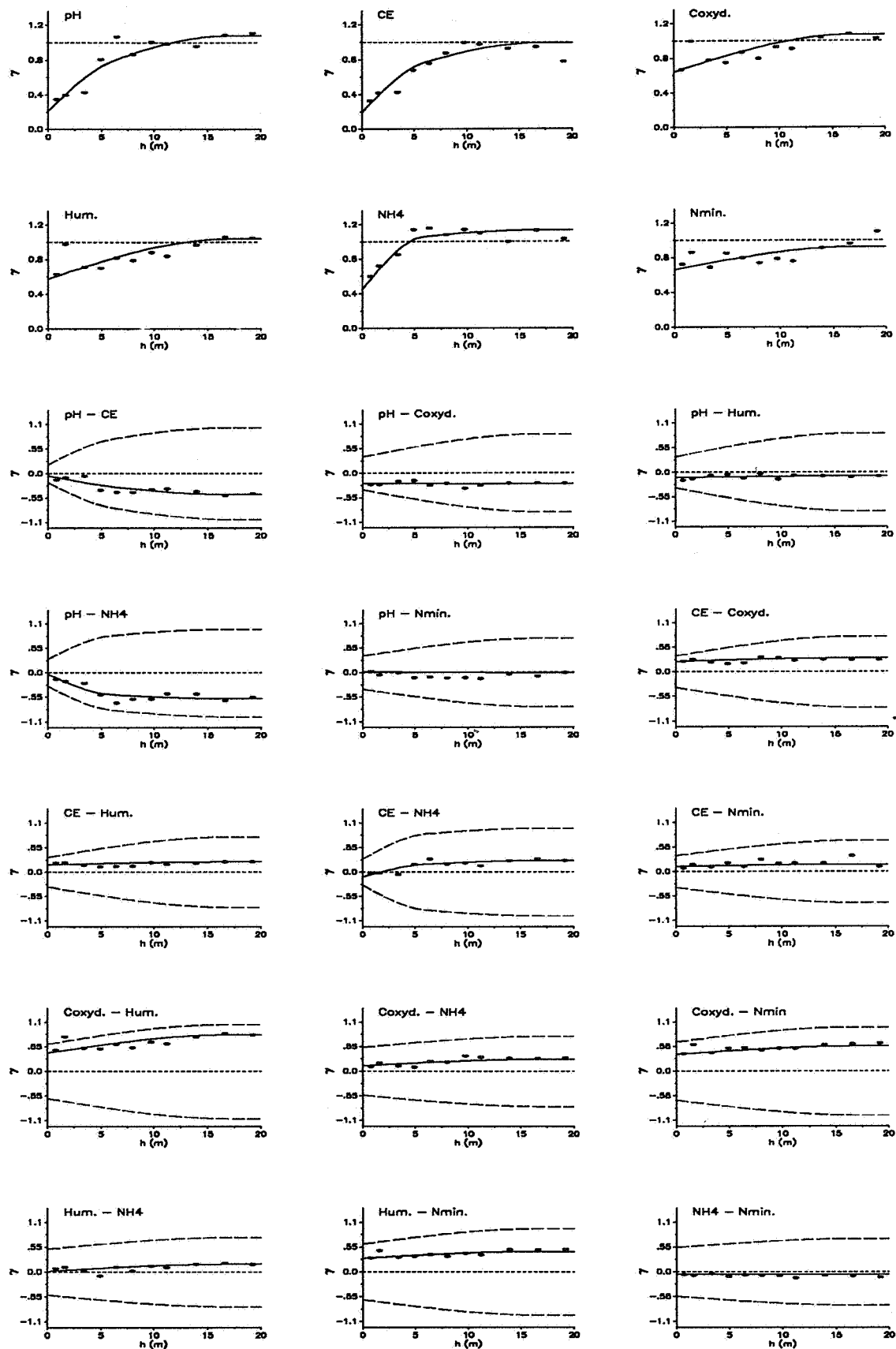


Figure 5. Variogrammes simples et croisés des 6 variables.

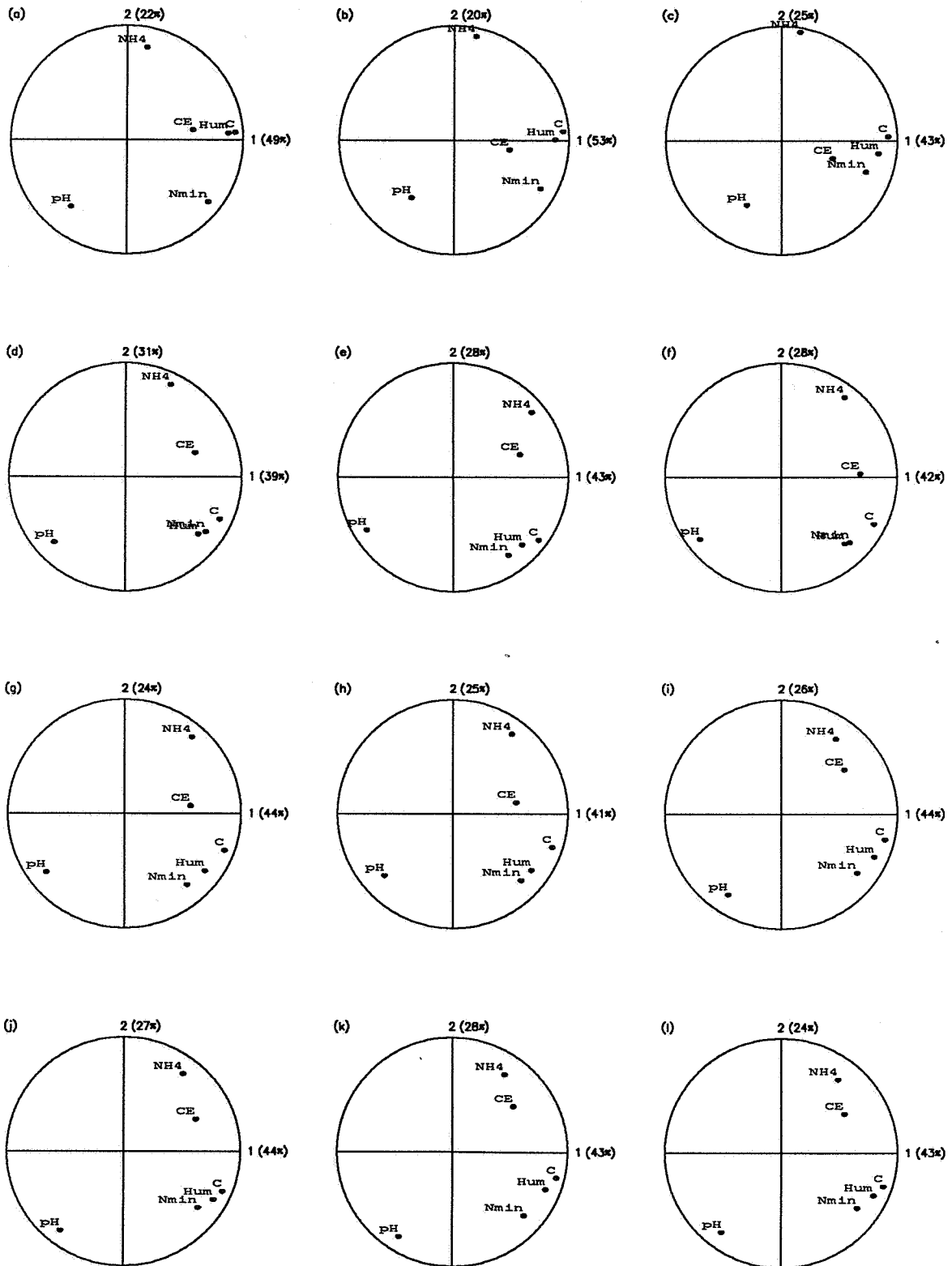


Figure 6. Résultats (cercles des corrélations) de l'ACP des matrices de variogramme associées aux 11 premières classes de distance ((a) à (k)) ainsi que de la matrice de corrélation (l).

Le carbone oxydable, l'humidité pondérale et l'azote potentiellement minéralisable sont corrélés spatialement mais ici l'effet de pépite n'est pas filtré par le variogramme croisé. Etant donné la précision des méthodes expérimentales utilisées, l'importance de l'effet de pépite observé sur les variogrammes simples et croisés ne peut s'expliquer que par l'existence de microstructures communes aux 3 variables. On peut émettre l'hypothèse de la présence de poches d'humidité associées à une texture plus lourde et provoquant une accumulation des quantités de carbone oxydable.

La Figure 7 nous renseigne sur les relations existant entre les variables aux 3 échelles spatiales étudiées. Etant donné que l'on travaille avec la métrique identité, l'influence des variables sera, pour chaque échelle, proportionnelle à l'importance de la structure pépitique ou sphérique dans le modèle. Parallèlement à la matrice de corrélation, ces graphes mettent en évidence la corrélation négative existant entre le pH et les teneurs en NH_4^+ échangeable ainsi que la conductivité électrique. La décomposition en 3 structures fait cependant apparaître que le pH est opposé à l' NH_4^+ échangeable principalement au niveau de la première structure sphérique, mais au niveau de la deuxième structure sphérique pour la conductivité électrique. Ceci suggère l'intervention de facteurs différents agissant à des échelles spatiales spécifiques. On observe également que le filtrage des deux premières composantes conduit à une augmentation de la corrélation entre le carbone oxydable et l'humidité pondérale.

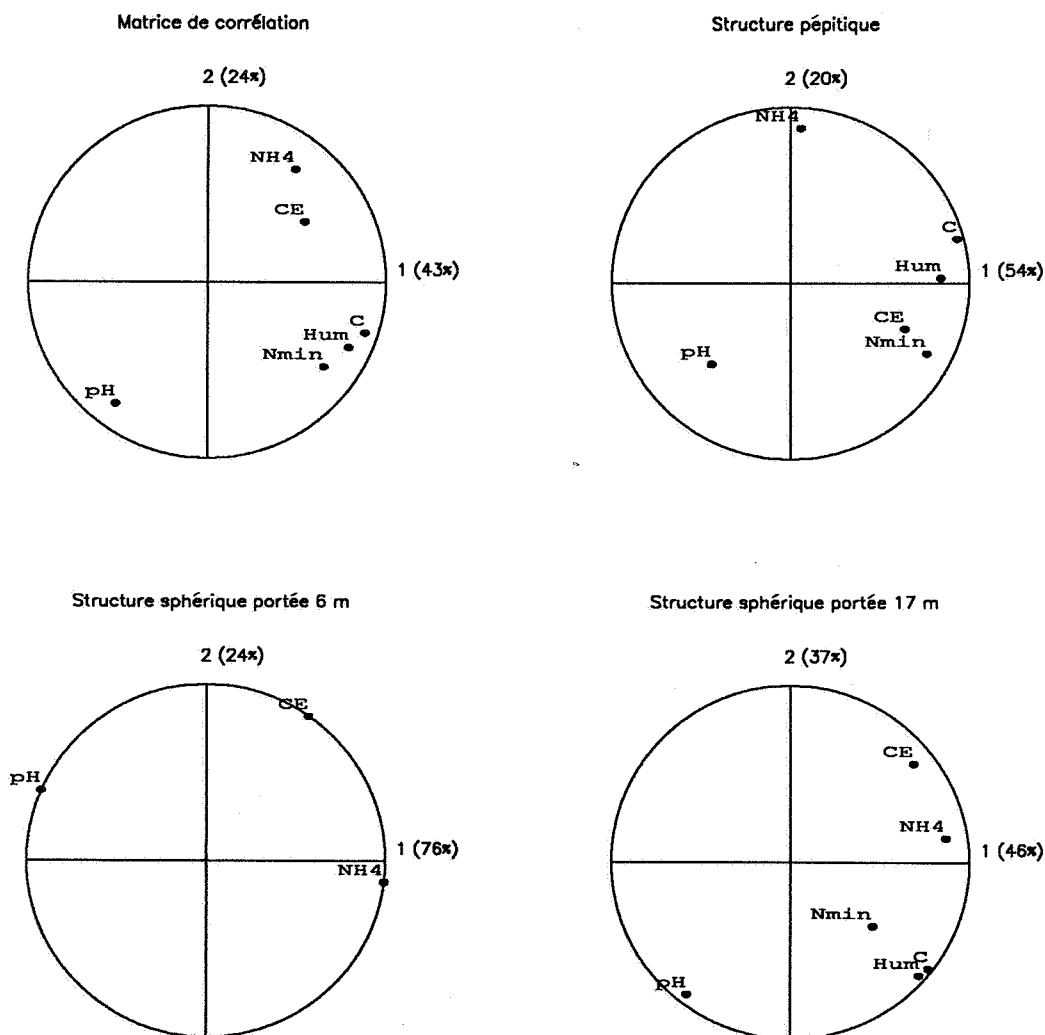


Figure 7. Résultats (cercles des corrélations) de l'ACP de la matrice de corrélation et des 3 matrices de corégionalisation.

Le comportement des variables ainsi que leurs relations aux différentes échelles spatiales sont illustrés aux Figures 8 à 10. Ces figures montrent notamment l'influence de l'échelle spatiale sur l'importance de la corrélation négative entre le pH et la conductivité électrique ainsi que les teneurs en NH_4^+ échangeable. Les cartes de carbone oxydable et d'humidité pondérale présentent de nombreuses similitudes, particulièrement pour les composantes spatiales associées au modèle sphérique de portée 17 mètres. Les Figures 11 et 12 fournissent une synthèse des principales sources de variation présentes aux 2 échelles étudiées.

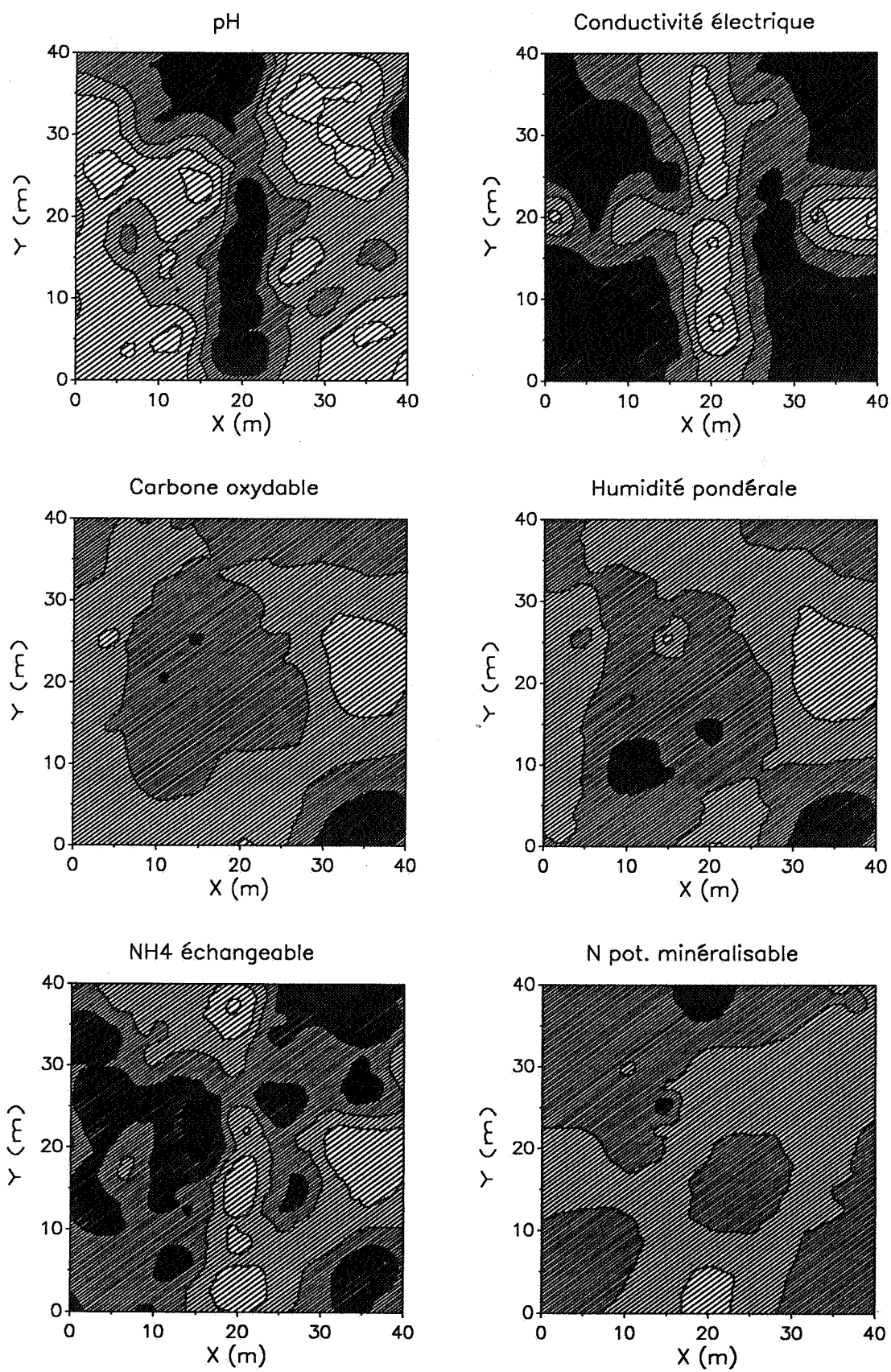


Figure 8. Cartographie des 6 variables.

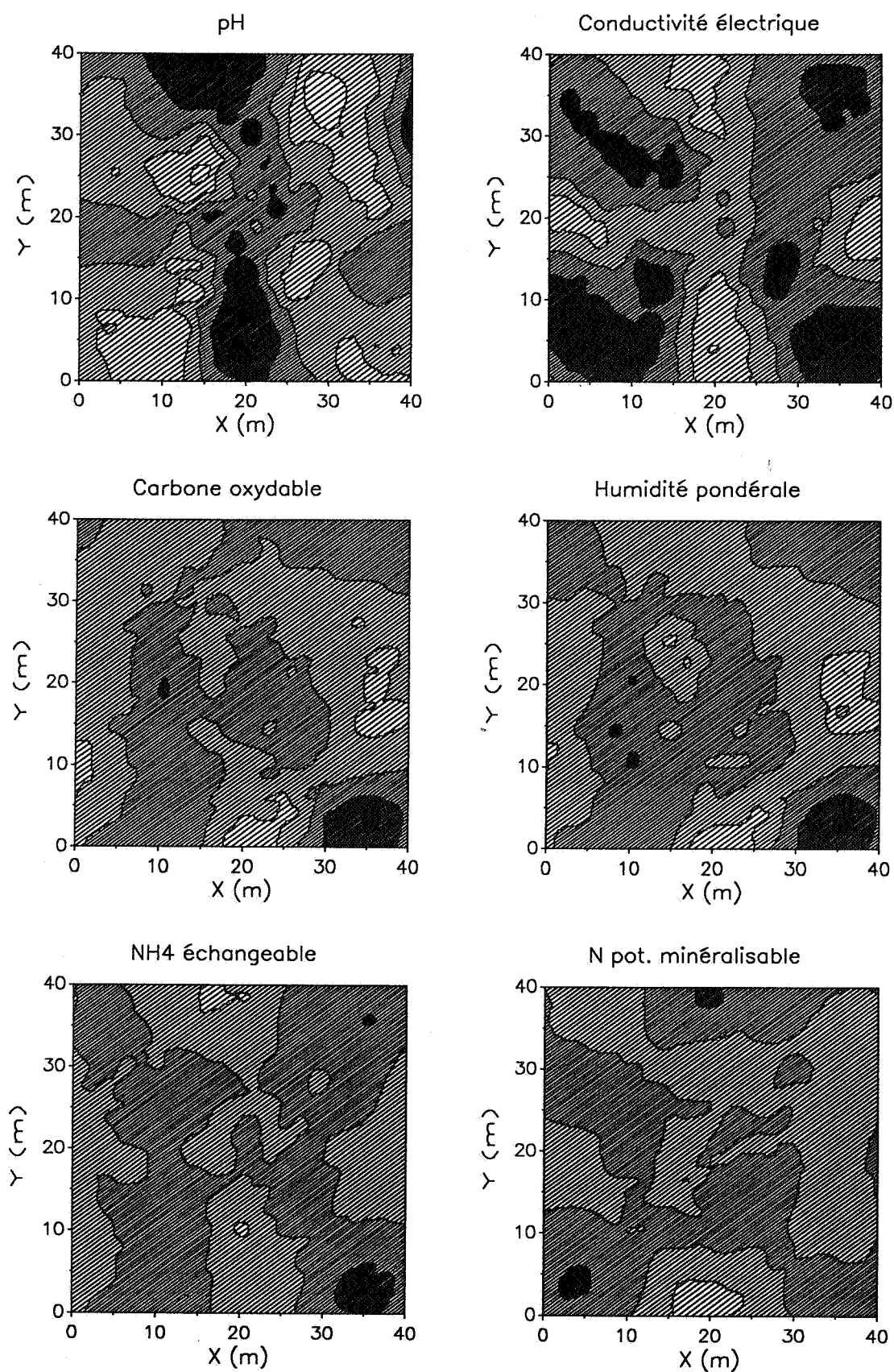


Figure 10. Cartographie des composantes spatiales associées au modèle sphérique de portée 17 mètres.

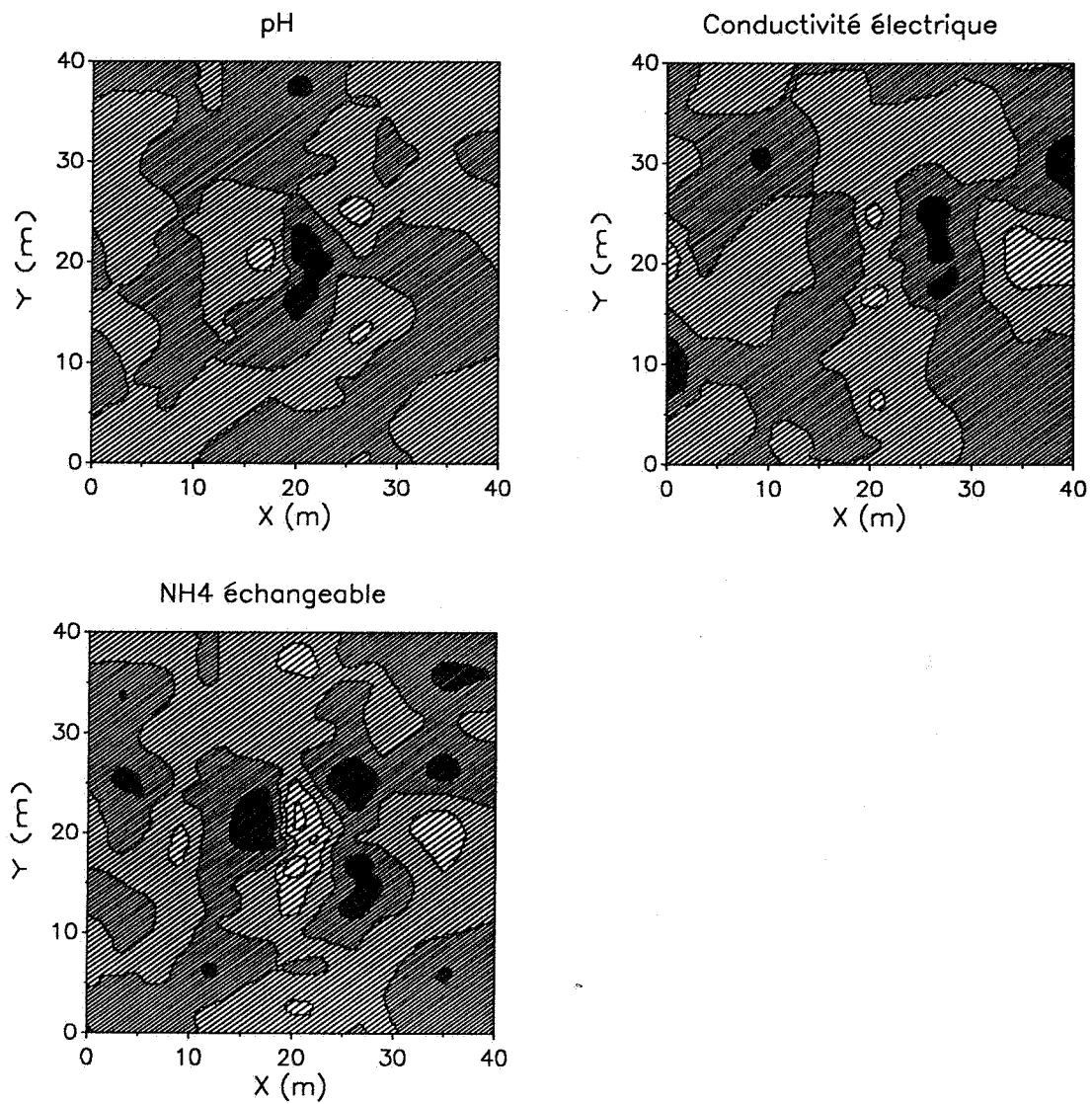


Figure 9. Cartographie des composantes spatiales associées au modèle sphérique de portée 6 mètres.

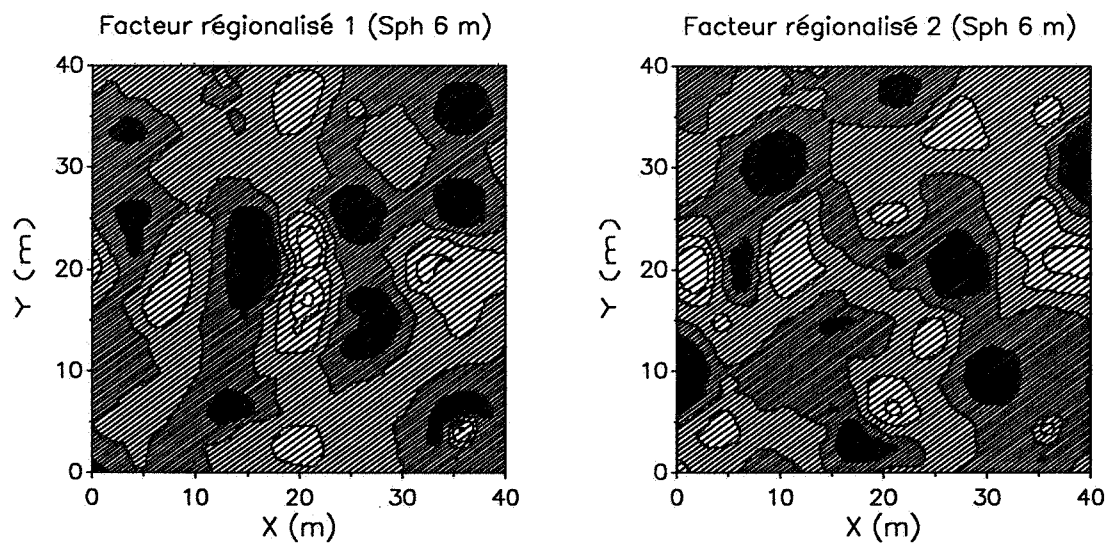


Figure 11. Cartographie des facteurs régionalisés associés au modèle sphérique de portée 6 mètres.

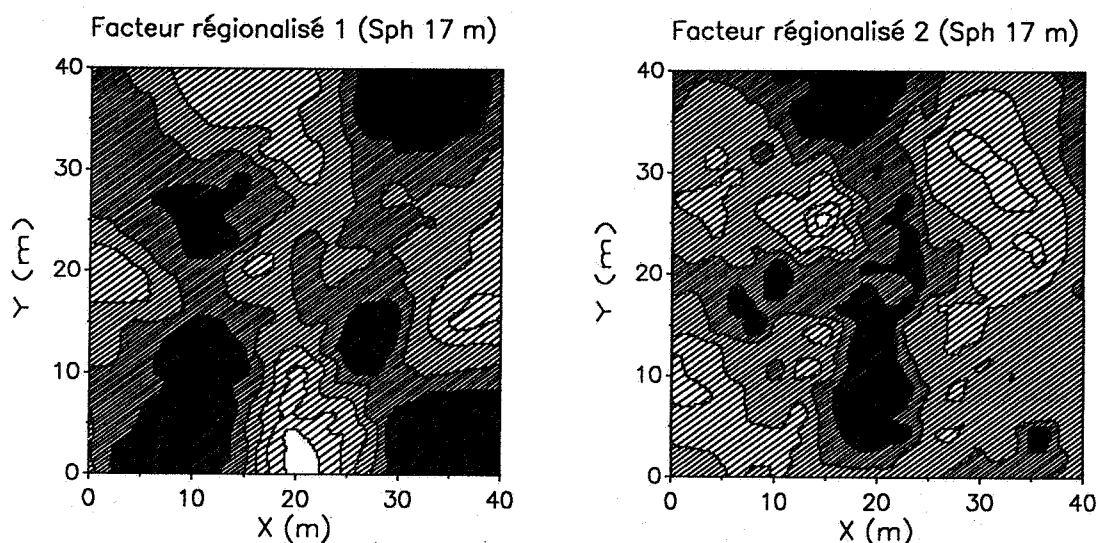


Figure 12. Cartographie des facteurs régionalisés associés au modèle sphérique de portée 17 mètres.

régionalisé associé au modèle sphérique de portée 6 mètres nous renseigne ainsi sur la répartition spatiale du facteur responsable, à petite échelle, de la corrélation négative entre le pH et les teneurs en NH_4^+ échangeable.

CONCLUSIONS

La géostatistique multivariante met à notre disposition des outils adaptés au traitement d'une information à la fois multivariante et spatiale. L'approche adoptée ici consiste à étudier non seulement la matrice de variance-covariance qui fournit une description unique de la structure de corrélation mais aussi les matrices de variogramme et de corrélation. L'analyse des matrices de variogramme permet d'étudier la stabilité des relations entre variables dans l'espace. Les matrices de corrélation renseignent quant à elles sur la structure de corrélation associée à une catégorie spatiale donnée. Cette dernière approche repose cependant sur une modélisation préalable de la corrélation. On peut, pour chaque catégorie spatiale, estimer par cokrigage les valeurs des composantes spatiales et des facteurs régionalisés. Ceux-ci constituent le point de départ d'un nombre croissant d'applications dans des domaines tels la géochimie (Douset & Sandjivy, 1986), la géologie (Sousa, 1989), l'analyse d'images (Ma & Royer, 1988), les sciences du sol (Wackernagel et al., 1988)...

Dans l'exemple traité, la structure de corrélation est relativement stable dans l'espace et correspond généralement à celle déduite de l'analyse de la matrice de corrélation. La décomposition en trois structures de corrélation met cependant en évidence l'influence de l'échelle spatiale sur l'importance de la corrélation négative entre le pH et l' NH_4^+ échangeable ainsi que la conductivité électrique. L'étude des variogrammes croisés contribue à l'interprétation de l'effet de pépite. La cartographie des composantes spatiales illustre les structures de corrélation associées aux 2 modèles sphériques.

REMERCIEMENTS

Cette recherche a pu être poursuivie grâce au soutien du Fonds National de la Recherche Scientifique (Belgique). Le traitement géostatistique des données a été principalement effectué lors d'un séjour au Centre de Géostatistique de Fontainebleau. L'auteur tient à remercier particulièrement H. Wackernagel pour avoir mis à sa disposition les programmes d'analyse krigéante.

REFERENCES

- DOUSSET, P.E. & SANDJIVY, L. 1986. Analyse krigéante des données géochimiques multivariées prélevées sur un site stannifère en Malaisie. *Sciences de la Terre, Série Informatique* 26, 1-22.
- CHILES, J.P. & GUILLEN, A. 1984. Variogrammes et krigéages pour la gravimétrie et le magnétisme. *Sciences de la Terre, Série Informatique* 20, 455-468.

- GOULARD, M., VOLTZ, M. & MONESTIEZ, P. 1987. Comparaison d'approches multivariées pour l'étude de la variabilité spatiale des sols. *Agronomie* 7, 657-665.
- MA, Z.Y. & ROYER, J.J. 1988. Local geostatistical filtering - Application to remote sensing. *Sciences de la Terre, Série Informatique* 27, 17-36.
- MATHERON, G. 1982. *Pour une analyse krigéante des données régionalisées*. Note interne N-732. Centre de Géostatistique, Fontainebleau.
- MYERS, D.E. 1988. Some aspects of multivariate analysis. In *Quantitative Analysis of Mineral and Energy Resources* (eds C.F. Chung et al.), pp. 669-687. D. Reidel, Dordrecht.
- SAPORTA, A. 1990. *Probabilités, analyse des données et statistique*. Technip, Paris.
- SOUSA, A.J. 1989. Geostatistical data analysis - an application to ore typology. In *Geostatistics*, Vol. 2 (ed. M. Armstrong), pp. 851-860. Kluwer Academic, Dordrecht.
- TAYLOR, C.C. & BURROUGH, P.A. 1986. Multiscale sources of spatial variation in soil. III. Improved methods for fitting the nested model to one-dimensional semivariograms. *Mathematical Geology*, 18, 811-821.
- TRANGMAR, B.B., YOST, R.S. & UEHARA, G. 1985. Application of geostatistics to spatial studies of soil properties. *Advances in Agronomy* 38, 45-94.
- WACKERNAGEL, H. 1985. *L'inférence d'un modèle linéaire en géostatistique multivariée*. Thèse ENSM, Paris, 100 p.
- WACKERNAGEL, H. 1988. Geostatistical techniques for interpreting multivariate spatial information properties. In *Quantitative Analysis of Mineral and Energy Resources* (eds C.F. Chung et al.), pp. 393-409. D. Reidel, Dordrecht.
- WACKERNAGEL, H. 1989. Description of a computer program for analyzing multivariate spatially distributed data. *Computers & Geosciences* 15, 593-598.
- WACKERNAGEL, H., WEBSTER, R. & OLIVER, M.A. 1988. A geostatistical method for segmenting multivariate sequences of soil data. In *Classification and Related Methods of Data Analysis* (ed. H.H. Bock), pp. 641-650. Elsevier, North-Holland.
- WACKERNAGEL, H., PETITGAS, P. & TOUFFAIT, Y. 1989. Overview of methods for coregionalisation analysis. In *Geostatistics*, Vol. 1 (ed. M. Armstrong), pp. 409-420. Kluwer Academic, Dordrecht.