

DE L'APPORT DE LA GEOSTATISTIQUE A LA RESOLUTION DU PROBLEME
INVERSE: L'EXPERIENCE DE MACRO-PERMEABILITE EFFECTUEE AU
LABORATOIRE DU GRIMSEL, SUISSE

O. JAQUET

Colenco Power Consulting Ltd
Parkstrasse 27, 5401 Baden,
Suisse

S. VOMVORIS

Cédra, Société Coopérative Nationale
pour l'Entreposage de Déchets Radioactifs
Parkstrasse 23, 5401 Baden, Suisse

RESUME. La macro-perméabilité d'une zone de cisaillement est estimée à l'aide d'un modèle inverse. L'information concernant les paramètres d'entrée du modèle est obtenue par les techniques de la géostatistique. L'approche géostatistique - méthode d'estimation a priori - est complémentaire de la modélisation inverse - méthode d'estimation a posteriori -.

ABSTRACT. The macro-permeability of a shear zone is estimated with the help of an inverse model. The information regarding the input parameters of the model are obtained using geostatistical methods. The geostatistical approach - a priori estimation method - is complementary to inverse modelling - a posteriori estimation method.

TABLE DES MATIERES

- 1 - INTRODUCTION
- 2 - MODELE CONCEPTUEL
- 3 - MODELISATION INVERSE
- 4 - FONCTION OBJECTIVE
- 5 - ESTIMATION A PRIORI DE LA TRANSMISSIVITE
- 6 - ESTIMATION A PRIORI DU DEBIT IMPOSE
- 7 - ESTIMATION DU CHAMP DU POTENTIEL HYDRAULIQUE
- 8 - CALIBRATION DU MODELE
- 9 - CONCLUSIONS
- 10 - REFERENCES

1 - INTRODUCTION

Depuis 1983 des expériences in-situ ont été entreprises par la société coopérative nationale pour l'entreposage de déchets radioactifs (Cédra) au laboratoire souterrain du Grimsel situé au coeur des Alpes Suisses. Leur but principal est d'évaluer des méthodes expérimentales permettant de caractériser un site d'entreposage localisé dans des roches cristallines peu perméables.

Parmi ces méthodes, le test de ventilation (VE) vise à déterminer la perméabilité à grande échelle ou macro-perméabilité de la roche d'accueil à partir d'une galerie du laboratoire. La roche dans laquelle est réalisée la galerie est constituée d'une matrice pratiquement homogène recoupée par une zone de cisaillement. Afin de pouvoir déterminer la macro-perméabilité (échelle hectométrique) de la matrice rocheuse par ventilation, il est nécessaire de connaître précisément la macro-perméabilité de la zone de cisaillement. Son estimation est effectuée à l'aide d'un modèle inverse dont les paramètres d'entrée sont obtenus par des méthodes géostatistiques. Cette étude montre la complémentarité de l'approche géostatistique avec la technique de modélisation inverse utilisée.

2. MODELE CONCEPTUEL

La zone de cisaillement étudiée, intersectant la galerie VE, est formée de gneiss granodioritiques. L'épaisseur de la zone de cisaillement, d'orientation subverticale, est d'environ une dizaine de mètres et son extension est évaluée à plusieurs centaines de mètres.

L'achèvement du creusement de la galerie remonte à plus de six ans. En conséquence, les conditions d'écoulement dans la zone de cisaillement sont supposées permanentes. Les caractéristiques hydrauliques de la zone de cisaillement sont assimilées à celles d'un milieu poreux saturé, les interactions entre la zone de cisaillement et la matrice rocheuse encaissante étant considérées comme négligeables. De plus, la zone de cisaillement est supposée pouvoir être représentée, dans la zone proche de la galerie, de façon adéquate par une surface planaire. Sur la base de ces différentes hypothèses l'étude des écoulements de la zone de cisaillement peut être réalisée à l'aide d'un modèle numérique bidimensionnel à éléments finis. Le réseau d'éléments représentant la zone de cisaillement possède une géométrie elliptique, car la zone recoupe la galerie de manière oblique (voir figure 3).

3. MODELISATION INVERSE

Le problème inverse consiste à estimer les paramètres du modèle en comparant ses prédictions avec des données expérimentales sur les caractéristiques de l'aquifère. Ainsi, les paramètres issus de la résolution du problème inverse permettront d'améliorer la

calibration du modèle avec la réalité.

L'approche utilisée dans cette étude a été développée par Carrera (1986). Celle-ci considère le problème inverse dans le cadre de la théorie du maximum de vraisemblance et prend en compte aussi bien les mesures de potentiel que l'information a priori relative aux paramètres du modèle. Le choix de la méthode probabiliste du maximum de vraisemblance est lié aux incertitudes affectant les paramètres d'entrée du modèle. La quantification des incertitudes de ces paramètres est réalisée à l'aide de méthodes géostatistiques.

4. FONCTION OBJECTIVE

La macro-transmissivité correspond à la valeur effective représentant les propriétés de l'ensemble de la zone de cisaillement modélisée. L'estimation optimale de la macro-transmissivité de la zone de cisaillement est réalisée par minimisation de la fonction objective (voir également annexe A) suivante:

$$J = \begin{aligned} & (h^* - h^0)^T v_h^{-1} (h^* - h^0) \\ & + (y^* - y^0)^T v_y^{-1} (y^* - y^0) \\ & + (q^* - q^0)^T v_q^{-1} (q^* - q^0) \end{aligned} \quad (1)$$

avec:

- h^*, h^0 : vecteurs des potentiels mesurés et des potentiels calculés
- y^*, y^0 : vecteurs de la log-transmissivité estimée a priori et de la log-transmissivité estimée a posteriori
- q^*, q^0 : vecteur du débit estimé a priori et du débit estimé a posteriori
- $v_h^{-1}, v_y^{-1}, v_q^{-1}$: matrices inverses des variances des potentiels, de la log-transmissivité et du débit.

La phase de calibration - la minimisation de la fonction objective par rapport aux potentiels mesurés et aux paramètres du modèle - permet d'améliorer l'estimation de la macro-transmissivité de la zone de cisaillement. La minimisation est effectuée à l'aide du programme INVERT développé par Carrera (1986). Celle-ci requiert l'emploi de méthodes itératives, car la fonction objective des paramètres du modèle est non linéaire.

5. ESTIMATION A PRIORI DE LA MACRO-TRANSMISSIVITE

L'estimation a priori de la macro-transmissivité est le paramètre d'entrée principal du modèle. La zone de cisaillement

est modélisée par une zone unique caractérisée par deux paramètres: l'estimation a priori de la macro-transmissivité, i.e. la transmissivité moyenne, ainsi que son erreur d'estimation.

Dans le but d'estimer la transmissivité moyenne de la zone de cisaillement, des valeurs locales de la transmissivité ont été obtenues à l'aide de tests hydrauliques conduits dans quatre forages intersectant la zone de cisaillement (Heiniger 1989). L'estimation du variogramme ne peut être réalisée à partir de seulement quatre données de transmissivité. Les modèles de variogrammes généralement utilisés pour décrire la variabilité spatiale de la transmissivité sont le variogramme sphérique et le variogramme linéaire (de Marsily et al., 1984). Le variogramme linéaire, le modèle le plus simple, est choisi et s'exprime comme suit:

$$\gamma(h) = C_0 + w h \quad (2)$$

avec:

C_0 : effet de pépité

w : pente à l'origine

h : distance.

La variabilité spatiale de la transmissivité est supposée isotrope dans l'espace tridimensionnel, ce qui nous permet de déduire par analogie la pente à l'origine à partir du variogramme des transmissivités du forage dans le cristallin exécuté à Leuggern (Belanger et al., 1989) dans le Nord de la Suisse. L'effet de pépité est considéré comme étant dû aux erreurs de mesure. Celui-ci est évalué à $\pm \frac{1}{2}$ ordre de grandeur (exprimé en $\log_{10}$) pour les valeurs de log-transmissivités obtenues (Lavanchy, communication personnelle, Colenco). Sur la base de ces hypothèses, le modèle de variogramme linéaire des log-transmissivités est le suivant:

$$\gamma^V(h) = 0.063 + 0.004 \cdot h \quad (3)$$

avec:

$\gamma^V(h)$: variogramme régularisé.

Ce modèle correspond au variogramme régularisé des log-transmissivités déterminées sur le support v , zone d'influence du test hydraulique. La taille du support est approximée par un carré d'une surface de 100 m² (Jaquet & Thompson, 1991).

L'estimation de la macro-transmissivité de la zone de cisaillement requiert la connaissance du variogramme décrivant la variabilité spatiale des log-transmissivités de support ponctuel. Le variogramme ponctuel des log-transmissivités est obtenu par déconvolution du variogramme régularisé à l'aide de la formule

approchée suivante:

$$\gamma \cdot (h) \approx \gamma^V(h) + \bar{\gamma}(v, v) \quad h \gg v \quad (4)$$

avec:

$\gamma \cdot (h)$: variogramme ponctuel

$\bar{\gamma}(v, v)$: variogramme moyen pour la surface v .

Le variogramme moyen pour un variogramme linéaire isotrope est calculé à l'aide de la relation suivante (Journel, 1977):

$$\bar{\gamma}(v, v) = 0.521 \cdot w \cdot d \quad (5)$$

avec:

d : longueur de la surface v .

La déconvolution se manifeste par une translation du variogramme régularisé. La détermination de la transmissivité est une méthode indirecte, les erreurs de mesure en découlant sont évaluées par excès. En conséquence, les erreurs de mesure n'ont pas été déconvoluées. Ce qui nous donne pour le variogramme ponctuel des log-transmissivités le modèle suivant:

$$\gamma \cdot (h) = 0.083 + 0.004 \cdot h \quad (6)$$

L'étape suivante consiste à calculer à l'aide de ce modèle la valeur moyenne de la transmissivité pour une zone de surface V , représentant la surface de la zone de cisaillement modélisée. L'estimateur de la log-transmissivité de la zone de cisaillement est formé à partir d'une moyenne pondérée des quatre données de transmissivité:

$$Y_V^* = \sum_{\beta=1}^n k^{\beta} Y(x_{\beta}) \quad (7)$$

avec:

Y_V^* : estimateur de la log-transmissivité moyenne (surface V)

k^{β} : pondérateur

$Y(x_{\beta})$: donnée de log-transmissivité (surface v).

Les pondérateurs sont déterminés par krigeage. Cette méthode d'estimation permet de calculer le meilleur estimateur linéaire non biaisé de la transmissivité connaissant son variogramme. Les résultats du krigeage pour la zone de cisaillement sont les suivants:

$$y_V^* = -8.47 \quad \sigma_y^2 = 0.04$$

avec:

y_V^* : estimation de la log-transmissivité pour la zone V

σ_y^2 : variance de krigeage.

Finalement l'estimation a priori de la macro-transmissivité de la zone de cisaillement avec son intervalle de confiance (gaussien à 95%) peut s'exprimer sous la forme suivante:

$$t_V^* = 10^{y_V^* \pm 2 \cdot \sigma_y} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$t_V^* = 3.4 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$1.3 \cdot 10^{-9} < t_V^* < 8.9 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

avec:

t_V^* : estimation a priori de la macro-transmissivité de la zone de cisaillement.

6. ESTIMATION A PRIORI DU DEBIT IMPOSE

L'intersection de la zone de cisaillement avec la galerie constitue la limite interne du modèle. Le débit en provenance de la zone de cisaillement a été mesuré le long de cette limite pendant une période de temps donnée. Il est spécifié comme étant la condition aux limites internes du modèle.

Les mesures du débit provenant de la zone de cisaillement vers la galerie ont été effectuées sur une période de cinq mois. Pour l'exécution des mesures, la zone de cisaillement a été entièrement recouverte de feuilles de plastique dans le but de récolter la totalité de l'eau s'écoulant des parois de la galerie. L'intervalle de temps séparant deux mesures consécutives est irrégulier d'une mesure hebdomadaire à quatre mesures journalières. La figure 1 montre la variation temporelle du débit durant la période de mesure ainsi que l'histogramme des données.

La variabilité temporelle du débit est analysée à l'aide de l'approche développée par Rouhani & Wackernagel (1990). Le variogramme expérimental du débit est calculé à l'aide des mesures. Son ajustement est réalisé à l'aide d'un modèle gaussien avec effet de pépité (voir figure 2):

$$\gamma(\Omega) = C_0 + C_1 \cdot [1 - \exp(-\Omega^2/a^2)] \quad (8)$$

avec:

Ω : intervalle temporel

C_0 : effet de pépité [=2.65·10⁻³ (1/heure)²]

C_1 : palier [=1.30·10⁻³ (1/heure)²]

1.73·a = a_p: portée pratique correspondant à 95% du palier
[=600 heures].

L'hypothèse de stationnarité temporelle du débit faite dans ce modèle géostatistique est équivalente à celle d'un régime en moyenne permanent pour le débit en provenance de la zone de cisaillement. Cette hypothèse se base sur l'absence de dérive présentée par les données ainsi que par le variogramme expérimental.

L'estimation de la valeur du débit moyen sur la période considérée est réalisée par krigeage à l'aide du variogramme et des données mesurées. L'estimateur du débit s'écrit sous la forme suivante:

$$Q_T^* = \sum_{\alpha=1}^m p^{\alpha} Q(t_{\alpha}) \quad (9)$$

avec:

Q_T^* : estimateur du débit moyen sur la période T

p^{α} : pondérateur

$Q(t_{\alpha})$: mesure du débit au temps t_{α} .

Les résultats du krigeage de l'estimation a priori du débit moyen imposé sur la limite interne du modèle sont les suivants:

$$q_T^* = 0.814 \text{ l/heure} \quad \sigma_q^2 = 1.19 \cdot 10^{-4} \text{ (l/heure)}^2$$

7. ESTIMATION DU CHAMP DU POTENTIEL HYDRAULIQUE

La principale source d'information requise par le modèle inverse sont les données du potentiel. Ces données sont issues de quatre forages qui intersectent la zone de cisaillement, d'observations faites dans la galerie, ainsi que des potentiels aux limites externes de la zone de cisaillement, calculés par le modèle local GTS (Adank & Voborny, 1990).

La variabilité spatiale du potentiel est due d'une part à la présence de gradients hydrauliques et d'autre part à la variabilité spatiale de la transmissivité du milieu rencontré. Le long d'une direction d'écoulement, le comportement spatial du potentiel présente une dérive, symptôme d'un phénomène

spatialement non stationnaire. La description d'un tel comportement requiert l'utilisation de covariances généralisées dans le cadre du modèle des fonctions aléatoires intrinsèques d'ordre k (Matheron & Delfiner, 1980).

La détermination de la covariance généralisée est effectuée à partir des mesures expérimentales (quatre forages intersectant la zone de cisaillement et seize mesures effectuées dans la galerie VE) uniquement, car les potentiels calculés par le modèle local sont entachés d'une trop grande incertitude (Jaquet & Thompson, 1991). Les résultats suivants ont été obtenus pour le degré de la dérive ainsi que pour le modèle de covariance généralisée:

$$k = 1, \quad K(h) = -10.96 \cdot h$$

avec:

k : degré de la dérive polynomiale

$K(h)$: covariance généralisée.

Le champ de la transmissivité ainsi que le champ du potentiel sont interprétés comme des réalisations de fonctions aléatoires intrinsèques, respectivement d'ordre 0 et d'ordre 1. Cette interprétation est en accord avec les développements théoriques effectués par Dong (1990) qui a montré que les fonctions aléatoires intrinsèques choisies pour modéliser la transmissivité et le potentiel présentent un ordre de différence.

Les données du potentiel sont interpolées par krigeage, basé sur la covariance généralisée, aux noeuds du réseau d'éléments finis du modèle de la zone de cisaillement. Les conditions aux limites formées de potentiels imposés sont également estimées par krigeage aux limites externes du modèle.

En chaque noeud du modèle l'on dispose d'une estimation du potentiel ainsi que de sa variance de krigeage. Cette estimation du champ du potentiel sert d'information de base lors de la phase de calibration du modèle (voir figure 3).

8. CALIBRATION DU MODELE

La calibration du modèle nécessite la connaissance de l'erreur d'estimation du champ du potentiel krigé et de l'erreur liée aux potentiels calculés par le modèle. Cette dernière est constituée de deux termes, d'une part de l'erreur numérique liée au type de modèle numérique choisi et d'autre part de l'erreur d'interprétation faite en considérant dans le modèle d'écoulement la transmissivité comme étant homogène:

$$\Sigma_h^2 = \sigma_k^2 + \sigma_0^2 + \sigma_h^2 \quad (10)$$

avec:

Σ_h^2 : variance totale du potentiel

σ_k^2 : variance de krigeage (potentiel mesuré)

σ_o^2 : variance numérique (potentiel calculé)

σ_h^2 : variance d'interprétation (potentiel calculé)

La somme des variances de toutes ces erreurs, supposées indépendantes, constitue la diagonale de la matrice des variances des potentiels de la fonction objective (voir annexe A).

La minimisation de la fonction objective à partir du champ du potentiel et de l'information relative aux paramètres du modèle permet d'estimer la macro-transmissivité de la zone de cisaillement. L'estimation a posteriori de la macro-transmissivité par modélisation inverse est la suivante:

$$t_v^o = 9.3 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$9.2 \cdot 10^{-10} < t_v^o < 9.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$$

avec:

t_v^o : estimation a posteriori de la macro-transmissivité de la zone de cisaillement.

L'estimation et la précision de la macro-transmissivité sont améliorées par la prise en compte de toute l'information concernant les propriétés hydrauliques de la zone de cisaillement.

9. CONCLUSIONS

Les méthodes géostatistiques appliquées dans cette étude fournissent les estimations a priori des paramètres d'entrée du modèle inverse d'une zone de cisaillement. Les variances d'estimation de ces paramètres déterminent le degré de calibration du modèle à atteindre. De plus ces méthodes présentent l'avantage de tenir compte de la corrélation spatiale ou temporelle de l'information analysée.

La méthodologie présentée montre la complémentarité de l'approche géostatistique - méthode d'estimation a priori - avec la modélisation inverse - méthode d'estimation a posteriori -. Les développements récents de la géostatistique multivariable (Ahmed, 1987) pourraient également être intégrés avec profit dans l'approche présentée.

Les incertitudes des paramètres d'entrée du modèle peuvent généralement être déterminées et sont relativement faibles comparées à l'incertitude liée au choix du modèle conceptuel

(modèle d'écoulement permanent bidimensionnel en milieu poreux saturé). Cette incertitude conceptuelle intrinsèque au modèle est extrêmement difficile à estimer.

L'utilisation combinée de techniques géostatistiques avec un modèle inverse économisant le temps consacré à la calibration va permettre de concentrer les efforts sur l'évaluation de différents modèles conceptuels.

10. REFERENCES

- Adank P. & Voborny O. (1990), Modellierung der Grundwasserströmung im Gebirgskörper um das Felslabor Grimsel LokalmodeLL FLG 1989, Project MOD, Jahrbericht 1989, Nagra Internal Report.
- Ahmed S. (1987), Estimation des Transmissivités des Aquifères par Méthodes Géostatistiques MultivariabLes et Résolution Indirecte du Problème Inverse, Thèse, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Armstrong M. (1981), Basic Geostatistics Applied to Coal, C-87, Centre de Géostatistique, Fontainebleau, France.
- Belanger D.W., Freeze G.A., Lolcama J.L. & Pickens J.F. (1989), Interpretation of Hydraulic Testing in Crystalline Rock at the Leuggern Borehole, Nagra Technical Report, NTB 87-19.
- Carrera J. (1986)a,b,c, Estimation of Aquifer Paramaters under Transient and Steady State Conditions, Water Resources Research, Vol. 22, No. 2, p.199-242.
- Dong A. (1990), Estimation Géostatistique des Phénomènes Régis par des Equations aux Dérivées Partielles, Thèse, Centre de Géostatistique, Fontainebleau, France.
- Heiniger P. (1989), Ventilationstest Hydrogeologische Untersuchungen in den Bohrungen Bove 88.001, 88.002, 88.003, 88.004 und in der Bohrung BOSB 80.005, Nagra Interner Bericht, NIB 89-69 .
- Jaquet O. & Thompson B. (1991), Inverse Modelling in the Macro-permeability Experiment at the Grimsel Test Site, Nagra Internal Report, in preparation.
- Journel A. G. (1977), Géostatistique Minière, Centre de Géostatistique, Fontainebleau, France.
- Marsily de G. et. al. (1984), Interpretation of Interference Tests in a Well Field using Geostatistical Techniques to Fit the Permeablity Distribution in a Reservoir Model, Geostatistics for Natural Resources Characterization, Part. 2, Reidel Publishing Company.

Matheron G. & Delfiner P. (1980), Les Fonctions Aléatoires Intrinsèques d'Ordre k, C-84, Centre de Géostatistique, Fontainebleau, France.

Rouhani S. & Wackernagel H. (1990), Multivariate Geostatistical Approach to Space-Time Data Analysis, Water Resources Research, Vol. 26, No. 4, p.585-591.

ANNEXE A: fonction objective

$$J = \begin{bmatrix} h^*_1 - h^{\circ}_1 & h^*_2 - h^{\circ}_2 & \dots & h^*_{256} - h^{\circ}_{256} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{h1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Sigma_{h2}^2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Sigma_{h256}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} h^*_1 - h^{\circ}_1 \\ h^*_2 - h^{\circ}_2 \\ \vdots \\ h^*_{256} - h^{\circ}_{256} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} y^*_V - y^{\circ}_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_y^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y^*_V - y^{\circ}_V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q^*_T - q^{\circ}_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_q^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q^*_T - q^{\circ}_T \end{bmatrix}$$

avec:

h^*_n, h°_n : potentiel "mesuré" et potentiel calculé ($n=1-256$)

Σ_{hn}^2 : variance totale du potentiel

y^*_V, y°_V : log-transmissivité estimée a priori et log-transmissivité estimée a posteriori

σ_y^2 : variance de la log-transmissivité

q^*_T, q°_T : débit estimé a priori et débit estimé a posteriori

σ_q^2 : variance du débit.

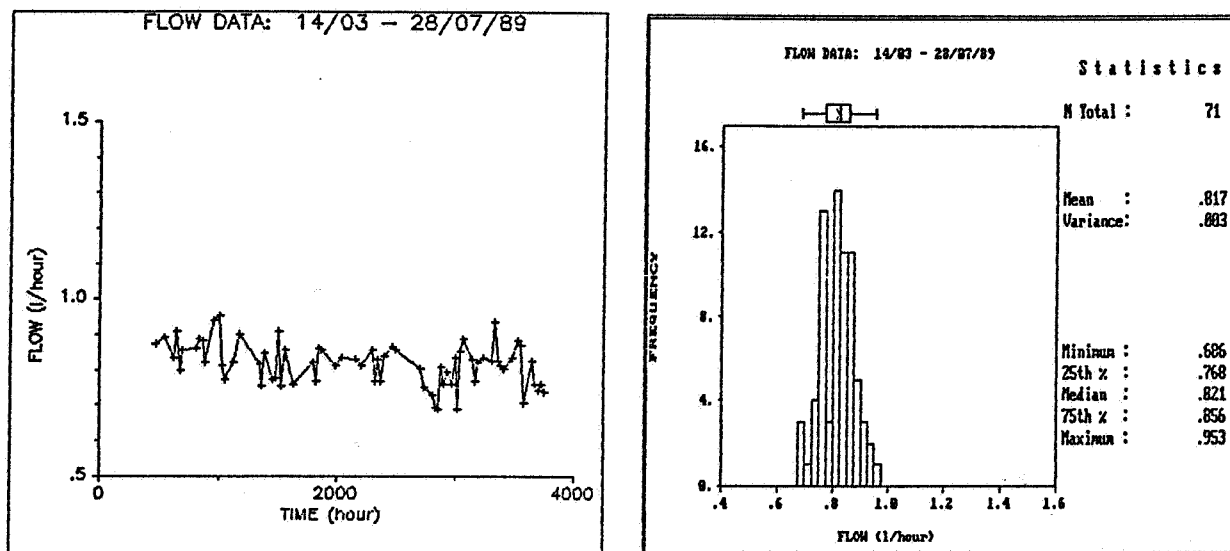


Figure 1. Mesures du débit.

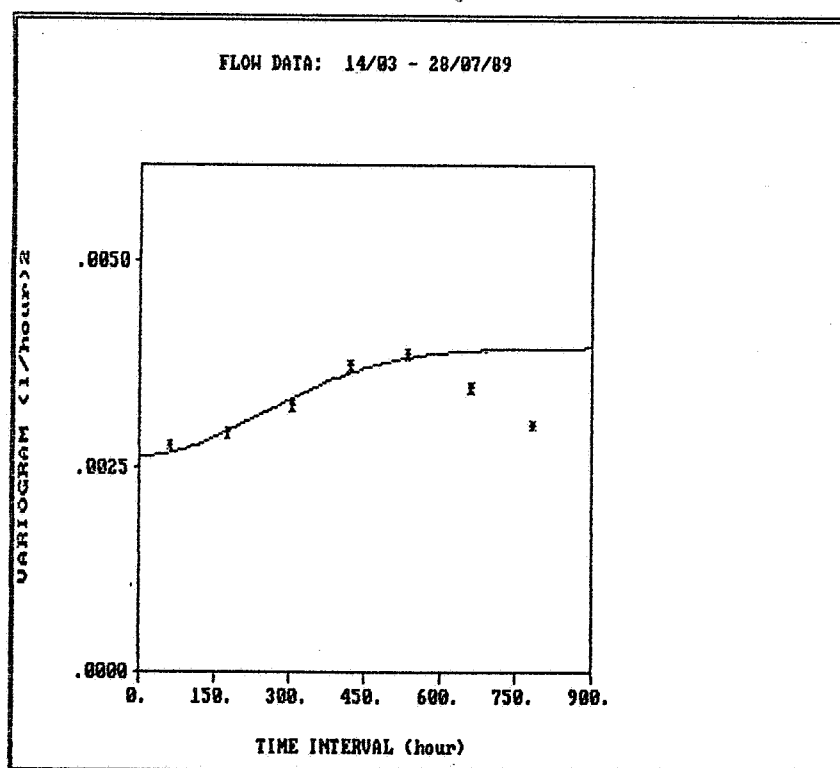


Figure 2. Variogramme expérimental modélisé.

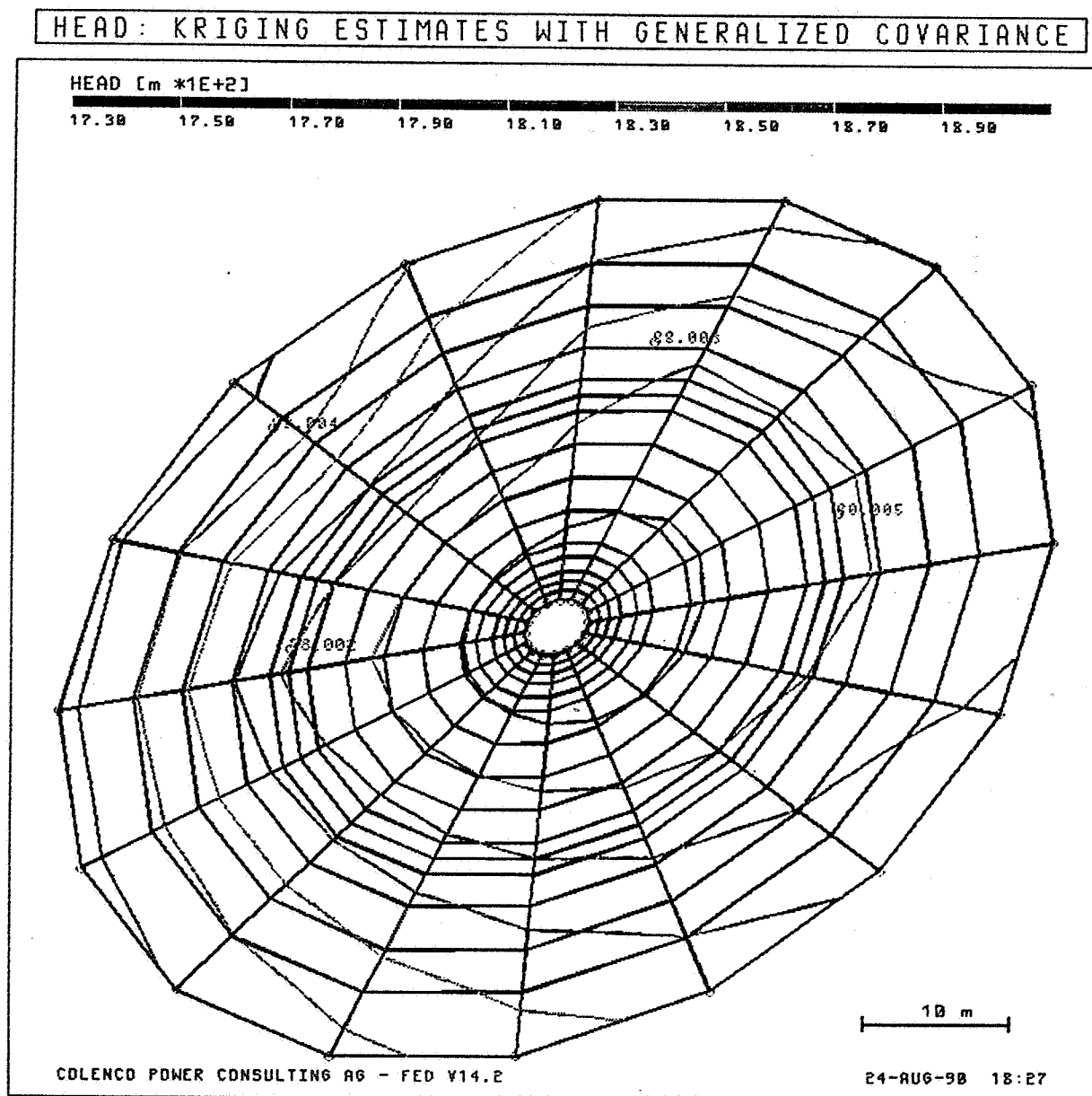


Figure 3. Champ du potentiel krigé.