

## Modèle probabiliste de la rugosité obtenue par électro-érosion

Pascal LAURENCE<sup>(1)</sup>, Dominique JEULIN<sup>(2)</sup>

(1) Centre de Géostatistique, (2) Centre de Morphologie Mathématique  
Ecole des Mines de Paris, 35 rue Saint-Honoré, 77305 Fontainebleau, France

**RÉSUMÉ.** La dernière étape du laminage des tôles d'acier consiste à imprimer, à partir du cylindre du laminoir, une rugosité bien définie sur la tôle. L'état de surface imprimé est déterminant pour certaine propriété d'emploi telle que l'emboutissabilité de la tôle. Le caractère aléatoire de l'électro-érosion, technique de gravage des cylindres, permet une modélisation probabiliste de la rugosité obtenue. La construction d'un modèle de fonctions aléatoires à fonctions primaires est proposée en considérant le phénomène physique de l'électro-érosion. Divers paramètres du modèle, comme l'histogramme des grains primaires et une distance de répulsion sont utilisés dans les simulations. Pour valider le modèle, les moments d'ordre 1 (histogramme) et d'ordre 2 (variogramme) des simulations et des données sont utilisés.

**ABSTRACT.** During final cold rolling of steel sheets, a well defined roughness is transferred from the roll to the steel strip. This printed topography is important for some physical properties such as friction. The Electric Discharge Texturing (EDT) is a technique which gives textures widely used in the industry. This texture has random characteristics which could be modelised with random functions. A model based on primary functions is proposed with the aim of simulating the EDT texture. Simulations with various parameters are made in the aim to obtain different textures which are characterized using histograms and variograms. The parameters of the model can be correlated to industrial process parameters.

### Table des Matières

1 — INTRODUCTION .....	114
2 — L'ÉLECTRO-ÉROSION .....	114
3 — CARTOGRAPHIES DE CRATÈRES ISOLÉS .....	115
4 — CONSTRUCTION DU MODÈLE DE FONCTION ALÉATOIRE .....	116
5 — CARACTÉRISATION DE LA TEXTURE EDT RÉELLE .....	118
6 — PROCESSUS DE POISSON ET HARD-CORE .....	118
7 — SIMULATIONS ET CARACTÉRISATION DE TEXTURES EDT .....	119
8 — CONCLUSION .....	124

## 1 Introduction

Lors de la fabrication industrielle des tôles, la dernière étape consiste à lui donner ses propriétés mécaniques finales et corriger sa planéité. Elle a également pour objectif d'imprimer un état de surface par transfert de la rugosité du cylindre sur la tôle. Cette opération, appelée le skin-pass, est un laminage à froid et modifie très peu l'épaisseur de la tôle.

L'état de surface d'une tôle est important pour ses propriétés d'emploi telles que son emboutissabilité (où les conditions de frottement sont très dépendantes de la rugosité de la tôle); mais aussi l'aspect visuel de la surface. La rugosité permet aussi une meilleure déposition d'éventuelles couches de peinture.

Pour obtenir une rugosité définie sur la tôle, le cylindre du laminoir doit être lui-même gravé d'une rugosité bien définie. Plusieurs modes de gravage sont utilisés actuellement. Le plus ancien, le grenailage, consiste à envoyer des grenailles d'acier sur le cylindre avec une énergie cinétique suffisamment importante pour créer un relief à la surface du cylindre. L'échelle de la rugosité est réglée en fonction de la taille des grenailles. L'état de surface obtenu est très dépendant de la dureté du cylindre qui est très élevée de manière à ce que la rugosité ne s'use pas pendant le laminage.

Le second mode de gravage utilisé à l'échelle industrielle est l'électro-érosion (EDT). Ce mode de gravage comporte beaucoup d'avantages par rapport au grenailage : plus grande reproductibilité des rugosités gravées, obtention de rugosités plus précises, motifs imprimés intéressants du point de vue tribologique, etc... Nous exposons en début de ce texte le principe du gravage par électro-érosion.

Nous nous proposons dans cet article de reproduire la rugosité EDT obtenue après électro-érosion (voir figure 1). Pour cela nous allons bâtir un modèle probabiliste qui s'approche au mieux d'une texture électro-érodée réelle. L'objectif de ce modèle est d'obtenir un modèle de simulation qui puisse être intégré en amont d'un modèle de simulation du transfert de la rugosité. Ainsi des simulations de la rugosité du cylindre pourront être faites et, grâce à un modèle de transfert, les rugosités des tôles dans diverses conditions de laminage pourront être déterminées à partir d'une texture du cylindre simulée (Laurence, 1995).

## 2 L'électro-érosion

L'électro-érosion ou EDT (Electro Discharge Texturing) est un gravage par décharges électriques entre une électrode et la surface du cylindre. Celui-ci baigne dans un liquide diélectrique qui favorisera les décharges électriques entre le cylindre et une électrode placée à quelques dizaines de  $\mu m$  de sa surface. Pour cela un courant de haute fréquence est appliqué à l'électrode et celle-ci forme alors avec le cylindre un condensateur.

Le résultat de cette décharge est la formation de cratères selon les étapes suivantes :

- La décharge provoque un dégagement de chaleur.
- La chaleur provoque la fusion du métal du cylindre ainsi que celle de l'électrode.
- Au même moment le diélectrique s'échauffe et se vaporise brutalement, ce qui entraîne les particules de métal fondu et crée un cratère à la surface du métal.
- La circulation du diélectrique froid entraîne une redéposition du métal fondu.

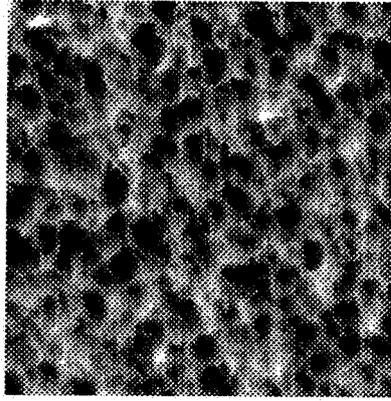
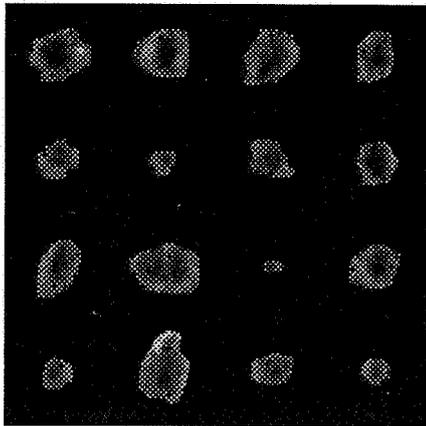
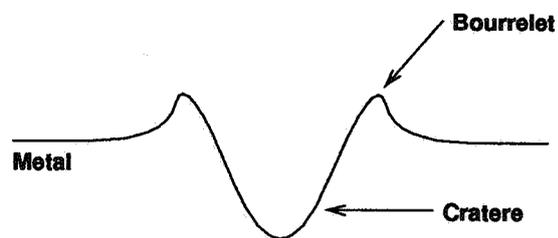


FIG. 1 - Cartographie  $1.28 \times 1.28 \text{ mm}$  d'un cylindre gravé par la technique de l'EDT. On observe les cratères (parties sombres) bordés d'aspérités (parties claires) correspondant au métal redéposé.



(a) Exemples de cratères cartographiés



(b) Dessin schématique d'un cratère EDT

FIG. 2 - Exemple de cratères.

Les cratères sont formés d'une cavité plus ou moins sphérique avec autour un bourrelet qui résulte du métal fondu lors de la décharge électrique (voir figure 2).

### 3 Cartographies des cratères isolés

Les remarques précédentes ont été faites à partir de cartographies des états de surface du cylindre électro-érodé (cartographie de la figure 1). La cartographie s'obtient grâce à un rugosimètre 3-D: un palpeur mécanique (pointe de  $5 \mu\text{m}$  de diamètre) relève, par balayage de la surface, les variations d'altitude. Nous montrerons toutes les cartographies sous forme d'images en niveaux de gris.

Les cratères seuls s'observent aux bords du cylindre où les conditions de l'électro-érosion donnent des impacts en faible concentration et donc sans recouvrement. Les cratères isolés sont cartographiés afin de constituer une bibliothèque de cratères. Nous montrons à la figure 2(a), 16 cratères cartographiés en bord de cylindre. Le diamètre moyen des cratères est d'environ  $100 \mu\text{m}$  pour une profondeur pouvant atteindre  $5 \mu\text{m}$ .

Ces cartographies de cratères vont être considérées comme des fonctions primaires et être utilisées dans un modèle de fonction aléatoire permettant d'obtenir la rugosité du cylindre. Pour cela nous devons construire le modèle le plus approprié à la réalité physique du phénomène de l'électro-érosion.

## 4 Construction du modèle de fonction aléatoire

### 4.1 Processus de points

La texture du cylindre résulte d'une combinaison de motifs élémentaires que sont les cratères et leur bourrelet. L'implantation des cratères correspond aux décharges électriques qui, a priori, ont des points d'impact aléatoires sur la surface du cylindre. Un processus de points poissonniens semble approprié pour représenter des points d'impacts répartis uniformément dans un plan.

### 4.2 Modèles de fonctions aléatoires possibles

Sur ces points poissonniens nous implantons les fonctions primaires que sont les cratères. Il existe plusieurs modèles possibles (Jeulin,1991) pour construire la fonction aléatoire représentant la rugosité du cylindre comme par exemple la fonction aléatoire booléenne (implantation par le sup), les feuilles mortes numériques, la fonction de dilution ou encore la fonction alternée séquentielle.

Nous allons simuler, à partir des fonctions primaires définies précédemment, des réalisations de ces fonctions aléatoires. Nous ferons une première comparaison visuelle avec la rugosité réelle du cylindre afin d'exclure les modèles ne convenant pas.

### 4.3 Choix du modèle

#### 4.3.1 La fonction aléatoire booléenne

Les fonctions primaires sont implantées par le sup (noté  $\bigvee$ ) sur un processus de Poisson  $\mathcal{P}$  dans  $\mathcal{R}^n \times \mathcal{R}$ . Si  $Z(x)$  est la fonction aléatoire de la rugosité du cylindre et  $Z'_i(x)$  représente les fonctions primaires (Jeulin,1981,1987), on a la relation suivante :

$$Z(x) = \bigvee Z'_{t_k}(x - x_k), (t_k, x_k) \in \mathcal{P} \quad (1)$$

Une réalisation est montrée à la figure 4 (b). Le nombre de points poissonniens a été choisi de manière à recouvrir le champ de simulation. En effet le processus d'électro-érosion n'est arrêté que lorsque toute la surface du cylindre est gravée.

On voit que la fonction aléatoire booléenne ne convient pas car les bourrelets du cratère recouvrent les cavités, ce qui ne s'observe pas sur le cylindre. Ceci peut être évité en prenant un processus de points de telle manière à ce que les fonctions primaires ne se superposent pas en introduisant une distance de répulsion. Dans ce cas, la fonction aléatoire booléenne n'est plus à germes poissonniens.

#### 4.3.2 Les feuilles mortes numériques

Dans ce modèle les fonctions primaires sont implantées séquentiellement et chaque fonction implantée à l'instant  $t$  "efface" la fonction déjà existante.

La figure 4(c) montre une réalisation de cette fonction feuilles mortes à  $t = +\infty$ .

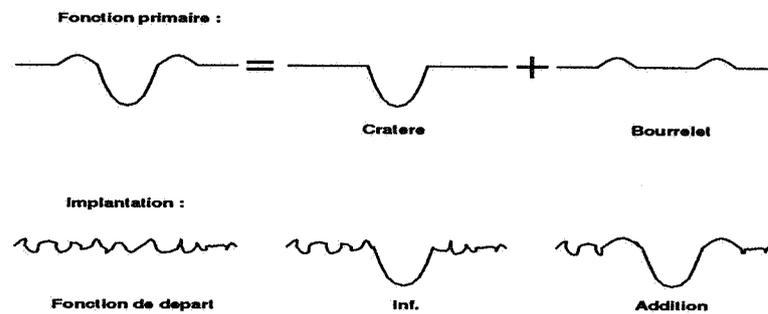


FIG. 3 - Processus d'implantation des fonctions primaires pour le modèle de fonction type alterné séquentiel.

La comparaison visuelle montre que la réalisation s'approche mieux de la structure du cylindre. Les cavités ne sont pas recouvertes comme avec la FAB. Par contre, des discontinuités sont introduites par l'implantation types feuilles mortes, ce qui peut être difficilement acceptable du point de vue physique.

#### 4.3.3 Fonction alternée séquentielle

Les modèles précédents, même s'ils ne conviennent pas, indiquent toutefois que les bourrelets sont gênants car ils introduisent plus de discontinuités que les cavités. Il vient alors à l'idée de séparer la fonction primaire en deux : les cratères et les bourrelets. Ceux-ci peuvent être alors implantés de manière différente : les cratères (fonctions primaires notées  $Z_t^1$ ) par l'inf et les bourrelets (fonctions primaires notées  $Z_t^2$ ) par le sup.

$$Z_{t+dt}(x) = [Z_t(x) \wedge Z_{t_k}^1(x - x_k)] \vee Z_{t_k}^2(x - x_k) \quad (2)$$

Nous justifions ce modèle par le fait que les implantations se font séquentiellement, c'est-à-dire que le résultat de la réalisation de la simulation va dépendre de la succession des implantations. Le point de départ est une fonction constante qui va être peu à peu modifiée. Les itérations de ce processus simulent très bien le fait que les arcs électriques, donc la formation de cratères et bourrelets, forment séquentiellement la rugosité.

En outre le choix d'une implantation par l'inf respecte le fait qu'un cratère peut se former n'importe où et creuser ce qu'il y avait auparavant.

Pour les bourrelets, le choix d'une implantation par addition est en fait plus pertinent que le sup, puisque le métal fondu ne peut que se déposer.

L'équation finale définissant le modèle retenu (Senut,1991) est donnée par: (voir aussi figure 3)

$$Z_{t+dt}(x) = [Z_t(x) \wedge Z_{t_k}^1(x - x_k)] + Z_{t_k}^2(x - x_k) \quad (3)$$

Une réalisation est montrée à la figure 4(d). La structure obtenue est plus proche de celle du cylindre que les précédents modèles. Nous choisirons ce modèle pour simuler la structure du cylindre.

À ce stade de la construction du modèle, les paramètres sont les suivants :

- densité poissonnienne
- histogramme des fonctions primaires

La validation du modèle retenu pourra se faire au moyen des critères suivants : comparaison entre texture réelle et simulée à l'aide de l'histogramme des hauteurs, du variogramme et de l'aspect visuel. D'autres caractéristiques statistiques, plus coûteuses en temps de calcul

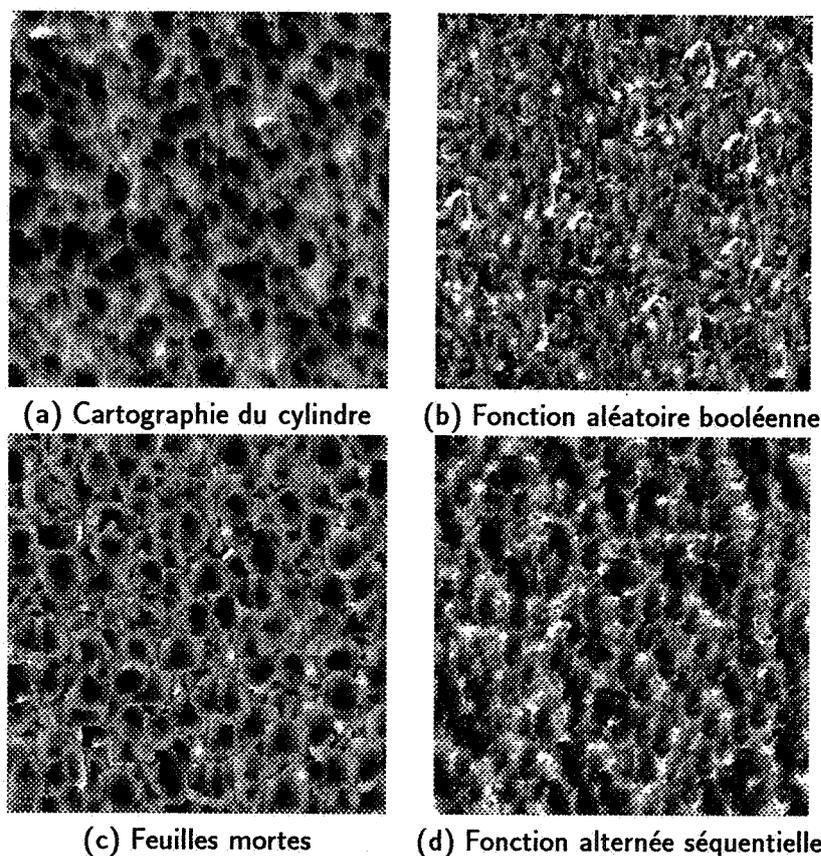


FIG. 4 - Réalisations de plusieurs modèles de fonction aléatoire et cartographie de la rugosité réelle du cylindre.

peuvent être utilisées: loi bivariable, loi trivariable et plus généralement la capacité de Choquet (Matheron,1975)(Jeulin,1991).

## 5 Caractérisation de la texture EDT réelle

Pour pouvoir faire les comparaisons avec un cylindre réel nous utiliserons le variogramme comme outil structural. Sur la figure 5 sont donnés l'histogramme des hauteurs et le variogramme de la cartographie d'un cylindre EDT (voir la figure 1 pour la cartographie). On observe que le variogramme possède des valeurs supérieures à son palier. Ceci est du à un effet de répulsion entre les motifs élémentaires qui les empêchent de s'interpénétrer entre eux. Cet effet, qu'on appelle aussi effet de trou, sera produit en introduisant une distance de répulsion (hard-core) dans les simulations.

Par ailleurs, la position du maximum reflète une moyenne de la taille des grains primaires. Ceci va nous permettre de choisir l'histogramme des grains primaires qui vont être implantés.

## 6 Processus de Poisson et hard-core

Le variogramme du cylindre nous montre que la fonction possède un caractère de répulsion qui peut être introduit grâce à l'utilisation d'une distance de répulsion dans le processus de points poissonniens. Ce dernier consiste à introduire une distance minimale entre les points  $x_k$ . On définit une zone interdite autour de chaque point dans laquelle

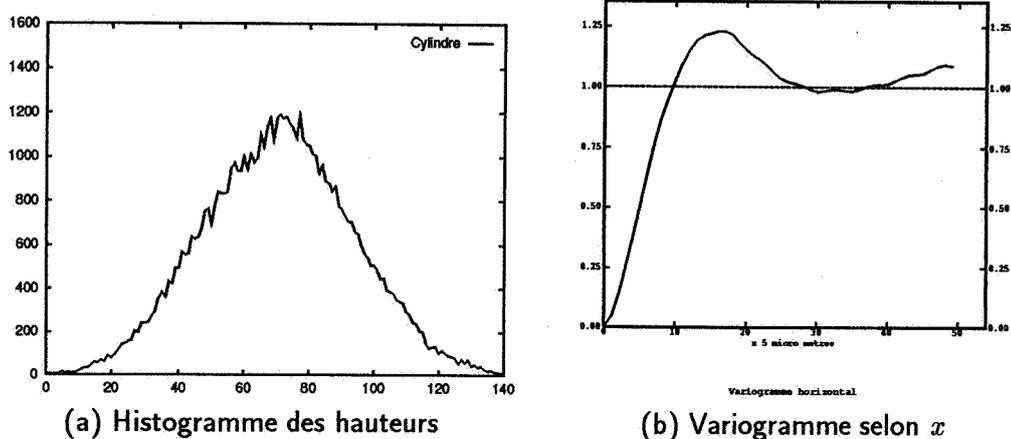


FIG. 5 - *Le cylindre réel : histogramme et variogramme selon la direction x*

aucun autre point ne peut être présent. Cette distance de répulsion qu'on appellera *hard-core* est un paramètre du modèle. Nous avons choisi un processus de Poisson itératif où les points sont tirés séquentiellement; le point est retiré dans le cas où il tombe dans une zone "interdite".

Si on simule un processus de Poisson avec une distance de répulsion supérieure ou égale au rayon maximum du grain primaire (dans notre cas le rayon d'un grain primaire est celui du disque minimum dans lequel le cratère et son bourrelet sont inclus), il ne peut y avoir superposition des grains primaires. Dans ce cas, différents modes d'implantation donnent des réalisations similaires.

Étant donné que les grains primaires des cratères sont de tailles variables, nous avons envisagé un *hard-core* qui s'adapte à chaque grain. En effet, avec un *hard-core* simple, il reste autour des grains de petites tailles, une zone où il n'y a aucun autre grain qui viendra s'implanter. Cette situation ne s'observe jamais dans la réalité. C'est pourquoi en adaptant la taille du *hard-core* au grain, on conserve une non-pénétration des grains tout en couvrant la totalité du champ.

Pour nos simulations, la zone interdite est créée par des dilatations des points poissonniens, l'élément structurant étant un hexagone de la taille du *hard-core*.

- Définition des 2 types de *hard-core* :

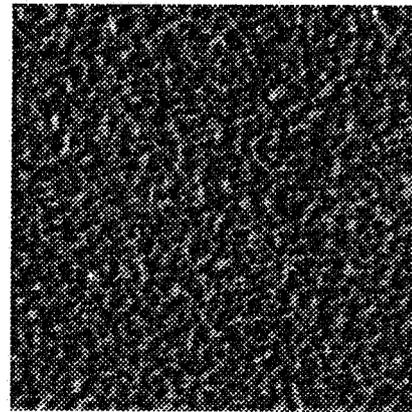
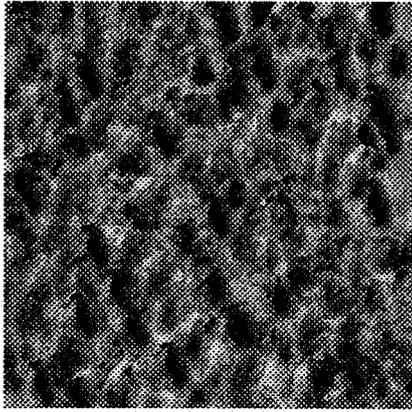
- *Hard-core* simple : la zone de répulsion est identique pour tous les points.
- *Hard-core* proportionnel : la zone de répulsion dépend du grain implanté au point. Nous prendrons des tailles égales à une fraction du rayon moyen de la surface occupée par la fonction primaire.

Pour une fonction primaire unique, la non-superposition des fonctions primaires intervient pour une distance de répulsion égale à 2 fois le rayon donc au diamètre du grain.

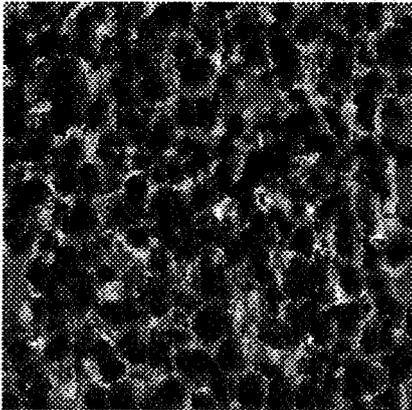
## 7 Simulations et caractérisation de textures EDT

### 7.1 Choix des fonctions primaires

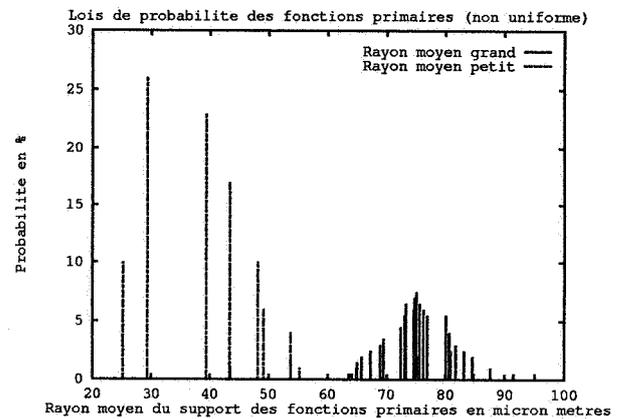
Nous faisons varier ici la loi de probabilité des fonctions primaires. Nous disposons de 48 fonctions primaires différentes extraites de cartographies de bord de cylindre (voir



(a) Rayon moyen des grains =  $50 < R < 100 \mu m$  (b) Rayon moyen des grains =  $20 < R < 40 \mu m$



(c) Rayon uniforme des grains



(d) Lois de probabilité (non uniforme)

FIG. 6 - Réalisations de rugosité EDT avec des lois de probabilité des fonctions primaires donnant des échelles de rugosité différentes.

paragraphe 3). Ces fonctions sont classées en fonction du rayon moyen de la surface occupée par le support de la fonction et à chacune est affectée une probabilité d'être implantée. Nous présentons à la figure 6 trois réalisations où la loi de probabilité des fonctions primaires privilégie (la probabilité des grands grains est augmentée par rapport aux petits) dans un cas les grands grains, dans un autre cas les petits grains; et un dernier avec tous les grains selon une loi uniforme. La première réalisation (a) a été obtenue en choisissant une taille moyenne de grains primaires grande ( $50 < R < 100 \mu m$ ) et la seconde (b) une taille moyenne plus petite ( $20 < R < 40 \mu m$ ). La distance de répulsion a été prise comme nulle. Les histogrammes de la figure 7 montrent que la distribution des altitudes est mieux respectée pour la réalisation avec des grains grands. La portée du variogramme (voir figure 5(b)) sur le cylindre se situe entre 50 et  $100 \mu m$ . On retrouve cette portée sur la réalisation avec les gros grains où elle est de  $75 \mu m$  (voir variogramme de la figure 8). Pour les petits grains cette portée se situe vers  $30 \mu m$ . Pour une loi uniforme des rayons, la portée est intermédiaire.

On prendra donc préférentiellement des grains d'une taille moyenne grande. Toutefois d'autres paramètres du modèle, comme la distance de répulsion, peuvent pour une même taille de grain, changer la position de ce maximum.

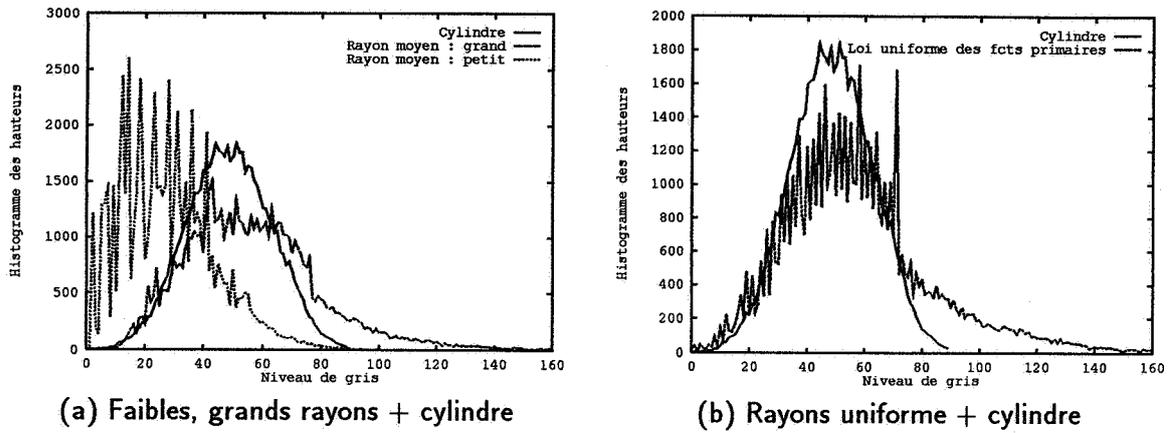
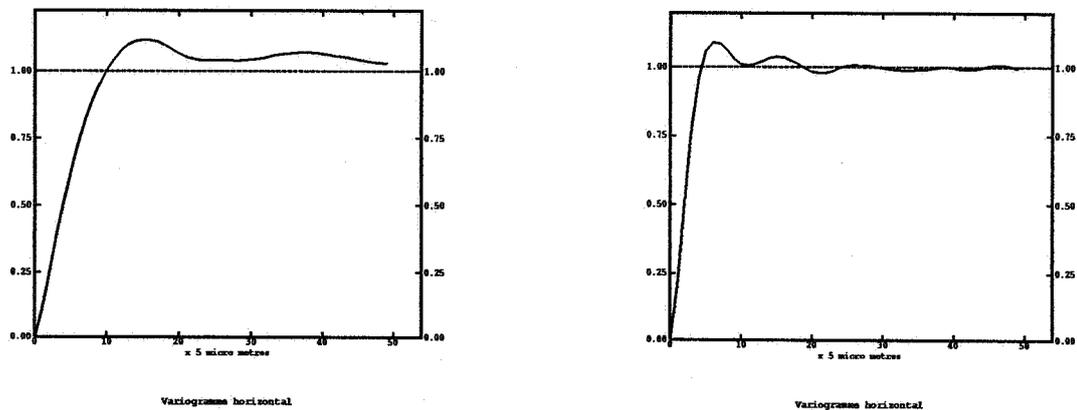
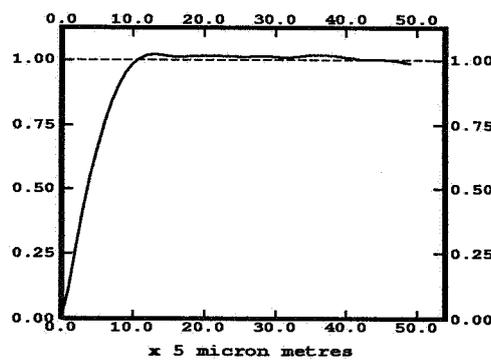


FIG. 7 - Histogrammes des altitudes des 3 réalisations précédentes avec histogramme du cylindre.



(a) Rayon moyen des grains =  $50 < R < 100 \mu m$  (b) Rayon moyen des grains =  $20 < R < 40 \mu m$



(c) Rayon uniforme des grains

FIG. 8 - Variogrammes calculé selon l'axe  $x$  estimé sur des réalisations où la loi de probabilité des fonctions primaires varie. La distance de répulsion est nulle.

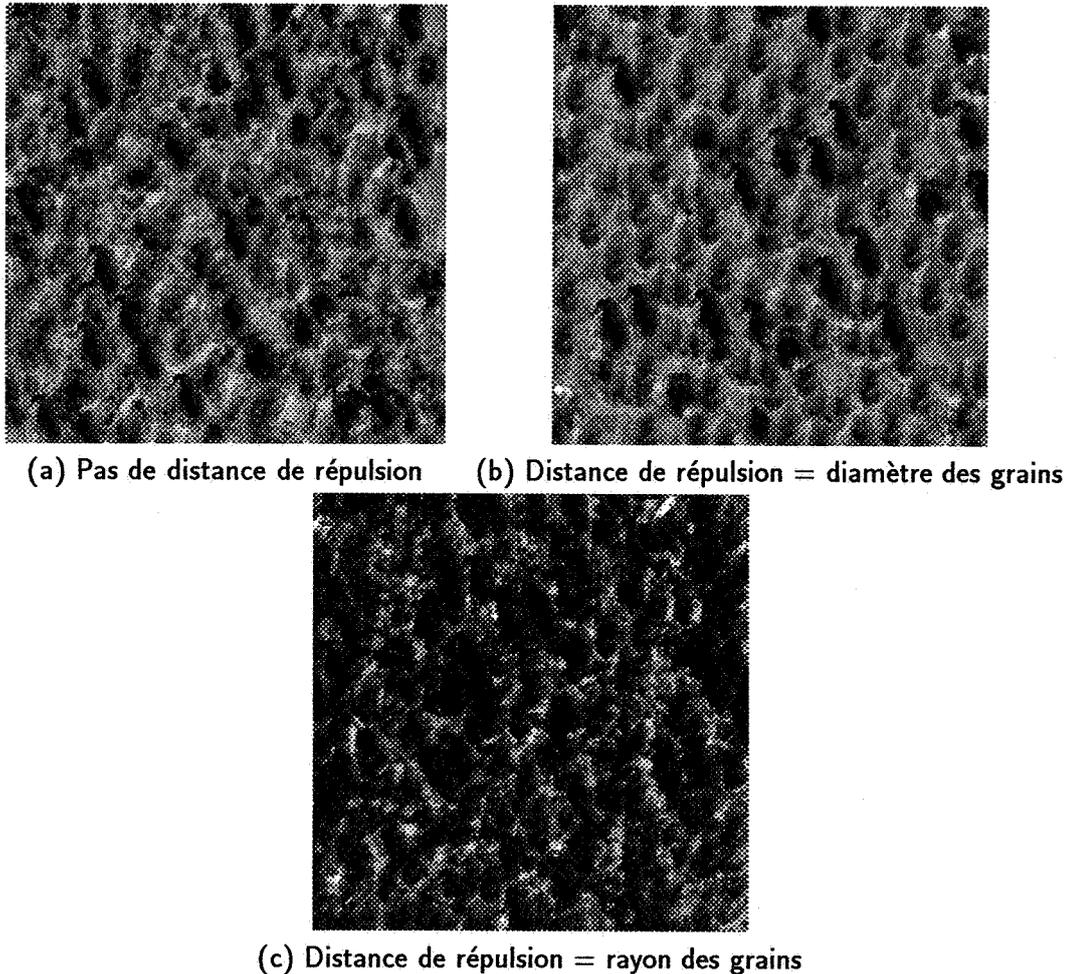


FIG. 9 - Réalisations de rugosité EDT avec et sans distance de répulsion proportionnelle.

## 7.2 Distance de répulsion (hard-core)

Nous fixons maintenant l'histogramme des fonctions primaires en choisissant un rayon de moyenne élevée (qui nous permet de nous approcher de la texture réelle du cylindre). La figure 9 montre des réalisations avec 3 distances de répulsion différentes : nul, égal au rayon et égal au diamètre du grain implanté. Pour cette dernière réalisation, on empêche les grains de se superposer: cela a pour effet de donner une structure pseudo-périodique à la fonction simulée.

Les histogrammes des 3 réalisations (figure 10) sont presque identiques et se rapprochent de celui du cylindre. Le variogramme va nous permettre de mieux distinguer ces 3 structures.

Le variogramme des réalisations (figure 11) montre un effet de trou avec des oscillations autour du palier pour la distance de répulsion égale au diamètre. Ces oscillations disparaissent lorsque la distance de répulsion est inférieure au diamètre du grain. Le variogramme (b) correspond à celui qui peut être observé sur celui du cylindre réel. Ceci montre que l'introduction d'une distance de répulsion s'avère nécessaire pour reproduire la texture réelle EDT.

L'ajustement du modèle pourrait être affiné en introduisant une fréquence plus élevée de petits grains, de manière à se rapprocher encore de la cartographie réelle qui présente des cratères de petites tailles en plus des grands (comparer les figures 9b et 4a).

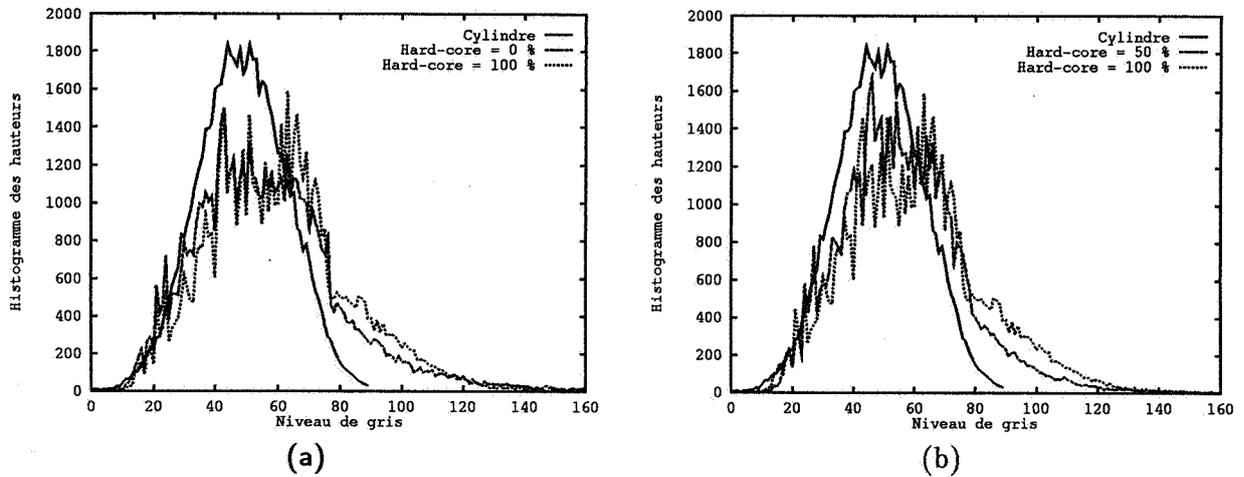


FIG. 10 - Histogrammes des altitudes des réalisations précédentes avec l'histogramme du cylindre. (a) Distance de répulsion nulle et égale au diamètre des grains (100 %). (b) Distance de répulsion égale au diamètre des grains et égal au rayon des grains (50 %).

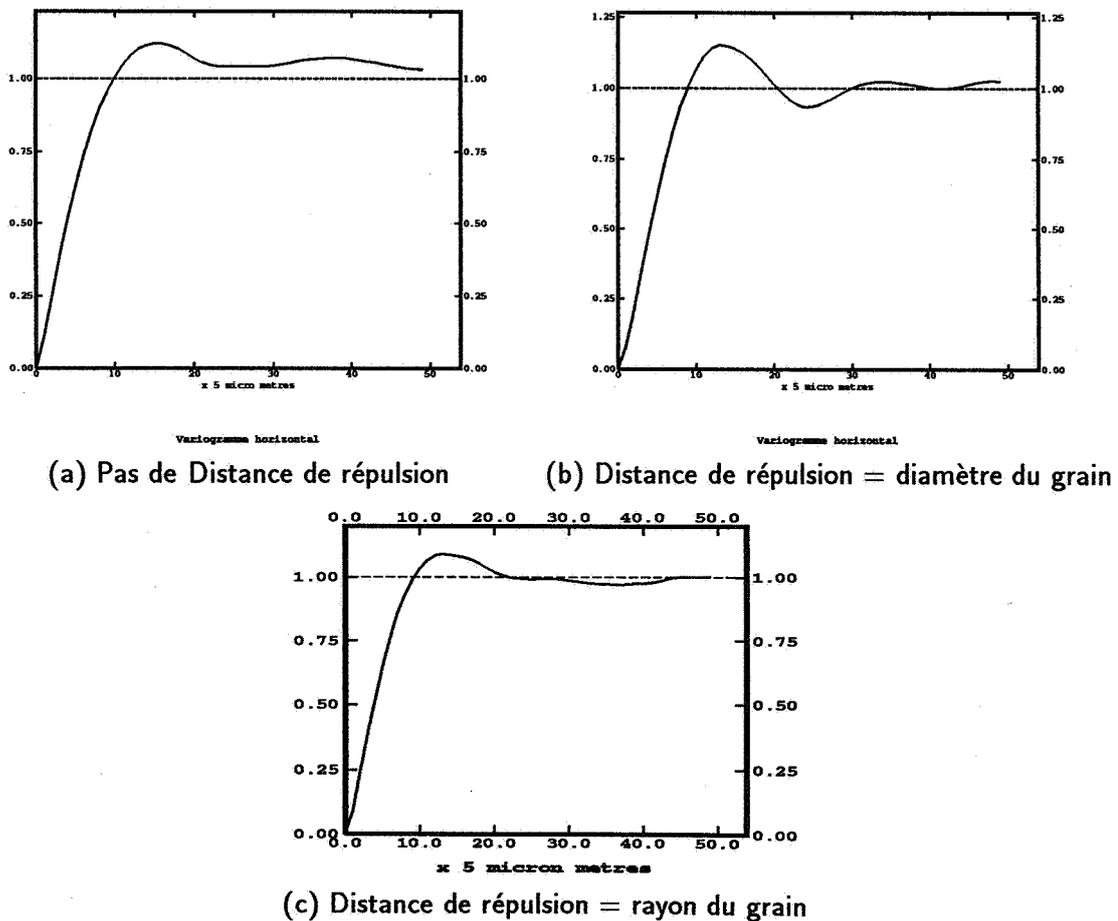


FIG. 11 - Variogrammes selon l'axe  $x$  estimé sur des réalisations avec différentes distances de répulsion.

### 7.3 Modèle retenu pour la texture EDT du cylindre

Les résultats précédents montrent que pour représenter la texture EDT du cylindre (cartographie de la figure 1), une distance de répulsion égale au diamètre du grain est nécessaire. Celle-ci permet d'obtenir l'effet de trou important observé sur le variogramme de la texture EDT (figure 1). La comparaison visuelle des simulations avec la cartographie du cylindre montre que la réalisation avec une grande distance de répulsion permet d'obtenir une texture proche de la réalité. Une distance inférieure provoque des recouvrements de cratères qui n'ont pas lieu.

## 8 Conclusion

Pour choisir les bons paramètres du modèle, il est nécessaire de choisir d'abord l'échelle de la rugosité EDT à modéliser en prenant une loi de probabilité des fonctions primaires adéquate. Ensuite, la distance de répulsion doit être ajustée au mieux pour une meilleure représentation de la texture réelle.

Nous possédons suffisamment de paramètres dans ce modèle pour obtenir des simulations présentant une rugosité similaire à une vraie rugosité EDT. Ces paramètres nous permettent d'obtenir un jeu de rugosités EDT variées. Dans le contexte plus général de l'étude du transfert de la rugosité, cette modélisation nous permettra d'utiliser ces réalisations comme données pour le modèle de transfert afin de les tester et de proposer une rugosité du cylindre optimale pour le transfert.

Le modèle de fonction aléatoire proposé dans cet article permet de simuler diverses rugosités EDT du cylindre à graver. Il serait intéressant de pouvoir corrélérer les paramètres du modèle à des paramètres spécifiques de gravage (intensité, le temps, le nombre de passages de l'électrode sur le cylindre, etc...) afin de compléter le modèle.

*Cette étude bénéficie d'une aide financière de l'IRSID et du MRE (contrat n° 92.A.0518). Les auteurs tiennent à remercier H. Petigand et B. Fournel pour leur contribution à l'étude expérimentale.*

## 9 Références

- 1 SENUT C. "Modèles de surfaces rugueuses aléatoires. Application au transfert de rugosité". Rapport de 3ème année. École des Mines de Paris - 1991.
- 2 JEULIN D. "Modèles morphologiques de structures aléatoires et de changement d'échelle". Thèse de Docteur d'État ès Sciences Physiques. Université de Caen - 1991.
- 3 JEULIN D., JEULIN P. "Synthesis of rough surfaces by random morphological models". Stereol. Jugosl., 3, Suppl. 1, pp. 239-246 - 1981.
- 4 JEULIN D. "Anisotropic rough surface modelling by random morphological functions". Acta Stereologica. Vol. 6 - 1987.
- 5 MATHERON G. "Random Sets and Integral Geometry", J. Wiley - 1975.
- 6 LAURENGE P. "Modélisation de l'interaction métal-cylindre en skin-pass". Thèse de Docteur en Géostatistique en cours de préparation.