

C-1.
C-15

PROBLEME D'ESTIMATION
=====

ENONCE :

Soit une urne contenant des boules numérotées de 1 à N.
 X est le plus fort nombre tiré dans un échantillonnage non exhaustif (c'est-à-dire pour lequel chaque boule tirée est remplacée dans l'urne avant un nouveau tirage) de n boules.

1- Expression de la fonction de répartition

$$F(k) = P\{x < k\}$$

2- En déduire les probabilités discrètes :

$$P_k = P\{X = k\}$$

3- Calculer $E(X)$

Montrer que pour N assez grand :

$$E(X) \simeq \frac{n}{n+1} N$$

4- Expression de la fonction de répartition de la variable

$$Z_N = \frac{X}{N} : G_N(z) = P\{Z_N < z\}$$

5- Montrer que Z_N converge en loi vers Z lorsque $N \rightarrow \infty$,
c'est-à-dire que les $G_N(z)$ convergent vers une
fonction de répartition $G(z)$.

Calculer la densité $g(z)$, l'espérance mathématique
et la variance de cette loi limite.