

**CONGRÈS DU CENTENAIRE
DE LA
SOCIÉTÉ DE L'INDUSTRIE MINÉRALE**

**JOURNÉES D'ÉTUDES
DES MÉTHODES
DE RECHERCHE MINIÈRE**

COMMUNICATIONS

Utilité des méthodes statistiques dans la recherche minière

par G. MATHERON (1)

La statistique est à l'ordre du jour en matière de recherche minière. Ces dernières années ont vu paraître un grand nombre d'articles et d'études consacrés à cette question, et peu à peu, malgré la répugnance bien compréhensible des praticiens devant les formules à première vue étranges et compliquées qu'on leur demande de substituer à leurs bonnes vieilles moyennes arithmétiques, peu à peu, cependant, l'idée s'est fait jour qu'en effet il y a un certain intérêt à se servir des méthodes statistiques. La raison en est simple. Il est absurde de dépenser des millions pour reconnaître un gisement et de reculer ensuite devant la dépense de quelques milliers de francs que représente l'étude, d'un point de vue statistique, des résultats obtenus, alors que cette étude conduit à un gain de précision sans commune mesure avec son coût, donc finalement à une économie, puisque la même précision ne serait obtenue, avec les vieilles méthodes, qu'avec des millions de travaux supplémentaires. Mais l'élaboration d'une doctrine pratique suppose naturellement qu'il soit possible de confronter des milliers de résultats provenant des gisements les plus divers, et là, malheureusement, on se heurte à une politique de secret, pratiquée par beaucoup de sociétés minières, qui freine considérablement les progrès dans ce domaine.

Que peut-on attendre, pratiquement, de l'utilisation du calcul des probabilités ? Un gisement peut être considéré de deux points de vue, un point de vue différentiel et un point de vue intégral. Le point de vue différentiel, cela consiste à dire : ici j'ai fait un sondage qui a rencontré trois mètres de minéralisation à 4 % de plomb, dans quelle mesure puis-je considérer qu'il y a réellement une couche de 3 m à 4 % ? Dans la pratique courante des sondages à mailles rigides, on admet sans plus que le « polygone d'influence » du sondage est effectivement occupé par une couche de 3 m à 4 %. Cependant le simple bon sens suggère qu'il peut aussi bien y avoir 2 m à 3 % ou 5 m à 5 %. Le calcul des probabilités montre que la notion de « Zone d'influence » est sans fondement, et permet de préciser la valeur la plus probable de la teneur réelle et du poids de métal au m². Cette valeur, comme Krige (réf 3) l'a montré, est plus forte que la valeur indiquée par l'échantillonnage, si celle-ci est inférieure à la valeur moyenne du gisement, et plus faible dans le cas contraire. Il permet aussi de calculer les limites inférieures et supérieures, à l'intérieur desquelles on a 95 ou 90 chances sur 100 d'encadrer la valeur réelle (voir annexe IV). La limite inférieure est la seule que les gens du métier acceptent de considérer, et effectivement, dans certaines mines, on calcule des coefficients de sécurité, inférieurs à 1, et fonction du nombre de sondages, qui

(1) Ingénieur des Mines (B.R.M.A.).

correspondent à cette limite inférieure. Dans le cas de prélèvements par pelletées sur le tout-venant, il s'introduit également une erreur d'échantillonnage, dont il faut connaître l'ordre de grandeur, et que seule l'analyse statistique peut déterminer.

Le point de vue intégral, cela consiste à dire, après une campagne de reconnaissance par sondages ou travaux souterrains, il y a tant de tonnes à telles teneurs, c'est-à-dire évaluer le gisement. Généralement, on somme les tonnages des polygones d'influence et on prend la teneur moyenne pondérée. On obtient ainsi des résultats très corrects, du moins s'il y a un nombre suffisant d'échantillons. En effet, bien que chaque polygone ait une teneur différente de celle du sondage correspondant, il y a compensation statistique et la teneur moyenne obtenue est peu différente de la teneur réelle. Mais on ignore de combien. La méthode statistique permet d'évaluer l'erreur ; dans le cas où la distribution est lognormale, elle fournit une évaluation plus précise de la moyenne (annexe I), elle permet également de décomposer le tonnage par tranches de teneurs et enfin, dans bien des cas, et particulièrement dans le cas des gisements polymétalliques, elle fait apparaître des faits nouveaux et conduit à des hypothèses géologiques fécondes. J'en donnerai plus loin un exemple.

En résumé, la méthode statistique permet :

- 1° d'apprécier la confiance qu'il faut attribuer à un échantillon isolé, c'est-à-dire, en gros, de déterminer la précision de l'échantillonnage ;
- 2° d'évaluer de façon plus correcte les tonnages et leur décomposition par tranches de teneurs ;
- 3° de présenter de façon synthétique l'ensemble des renseignements disponibles, ce qui parfois met en lumière des faits nouveaux.

LA LOI LOGNORMALE

Avant d'illustrer ces trois points au moyen de quelques exemples, je pense qu'il serait bon de dire quelques mots de la loi de distribution des teneurs dans un gisement, c'est-à-dire de la loi lognormale. M. Allais vous en a parlé avec beaucoup plus de compétence que je ne pourrais le faire. Je suis personnellement son disciple, et c'est à lui que le B.R.M.A. est redevable de son bagage théorique sur la question ; je me contenterai donc d'attirer votre attention sur quelques points particuliers.

Tout d'abord, il faut dissiper une équivoque fréquente. La loi de distribution des teneurs est une loi de probabilité, non une loi fonctionnelle fixant la répartition géographique des teneurs. Cette loi m'apprendra, par exemple, qu'il y a 100 000 tonnes à teneurs supérieures à 5 % dans le gisement. Mais elle ne dira pas où se trouvent ces 100 000 tonnes. Pas plus qu'une compagnie d'assurance, qui sait très bien que, sur ses 100 000 clients, 2 000 mourront dans l'année, ne peut nommer personnellement ceux qui doivent mourir. Ceci dit, résu-

mons brièvement les caractères de la loi lognormale, en renvoyant en annexe les formules mathématiques.

1° Qu'est-ce qui est lognormal ?

Il est essentiel, en effet, de définir ce que les statisticiens appellent la population (réf. 3). Il existe, en gros, deux façons d'envisager la population étudiée :

a) ou bien on considère le gisement comme formé de la juxtaposition de petits cubes élémentaires de volume ou de poids constant. Ce poids peut être de 10 tonnes ou de 10 kilogrammes. L'essentiel est qu'il soit fixé une fois pour toutes. La population est alors constituée par les teneurs x de ces cubes élémentaires ;

b) ou bien on considère le gisement comme une grande superficie divisée en petites surfaces élémentaires, toutes égales entre elles, et affectées chacune d'une hauteur h variable de minéralisation. Cette surface peut être la section d'une carotte, ou celle d'une saignée. La

population est alors constituée par les hauteurs réduites hx (produit de la hauteur h par la teneur x) de chacune de ces surfaces. Il est plus rigoureux (réf. 8) de considérer les produits $\rho h x$, ρ étant la densité, c'est-à-dire les poids métal au m^2 . En pratique il n'y a pas de différence appréciable.

Théoriquement, on doit se servir des teneurs x des cubes élémentaires lorsque le gisement n'a pas de direction privilégiée, c'est-à-dire lorsqu'il s'agit d'un amas, et des hauteurs réduites (ou des poids métal/ m^2) lorsqu'une dimension est nettement plus faible que les autres, par exemple pour un gisement filonien ou un gisement en couches minces.

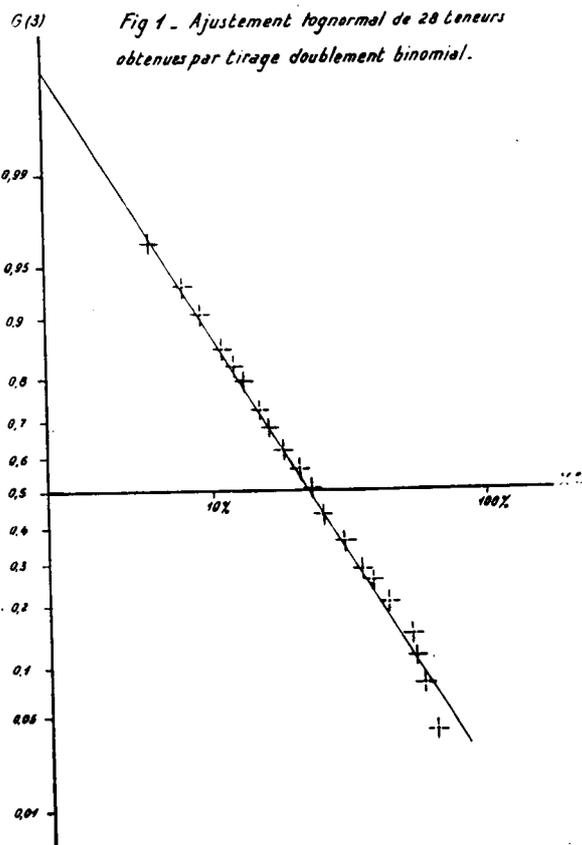
Pratiquement, si le gisement est reconnu par galeries, on est obligé d'ajuster les teneurs ; s'il est reconnu par sondages, on est tenté de se servir des hx ou des $\rho h x$. Cependant, si le gisement est un amas, ou s'il est formé de lentilles discontinues et superposées, il peut y avoir intérêt à prendre les teneurs, qui permettent souvent une analyse plus fine. Pour un gisement typiquement filonien, les $\rho h x$ seront en général préférables.

2° Pourquoi la loi est-elle lognormale ?

C'est avant tout un fait d'expérience. La pratique des mines de l'Afrique du Sud en témoigne. On peut objecter que les gisements du Rand sont d'un type très particulier. Pour ma part, j'ai fait au B.R.M.A. un grand nombre d'ajustements, sur des gisements de types variés. La loi lognormale a presque toujours été vérifiée ; il y a eu des exceptions. Le cas de Guettara, que je vous citerai tout à l'heure, en est une. Une analyse plus poussée a toujours montré que ces prétendues exceptions correspondaient à des gisements où se juxtaposaient deux ou plusieurs types de minéralisation, chaque type correspondant à une distribution lognormale. Le mélange de deux populations lognormales de paramètres différents ne donne pas une population lognormale. Il y a des cas où la séparation est possible par des voies statistiques, et alors le statisticien peut dire au géologue, ici c'est la minéralisation du type I, là celle du type II.

M. Allais (1) indique que la lognormalité s'explique par la loi d'action de masse, c'est

tout à fait exact. On peut le vérifier de façon très simple. Un gisement peut être divisé, par la pensée, en grains assez petits pour être soit du minerai pur, soit du stérile pur, sans intermédiaire. En se représentant le cheminement des solutions, on conçoit très bien que si un grain est minéralisé, il y a de fortes chances pour que les grains suivants le soient aussi, et inversement.



Remplaçons alors l'ensemble tridimensionnel des grains de minerai et de stérile par une suite linéaire, de sorte que chaque grain ait deux voisins immédiats seulement, et admettons que, si un grain est minéralisé, la probabilité pour que le suivant le soit aussi est constante et égale à p , p étant très voisine de 1, et la probabilité pour que le suivant soit stérile est $q = 1 - p$, très voisine de 0. De même, si un grain est stérile, les probabilités pour que le suivant soit stérile ou minéralisé sont p' et $q' = 1 - p'$, p' étant voisin de 1. Ce schéma

engendre une suite de séries alternativement stériles et minéralisées, les longueurs moyennes de ces séries étant d'autant plus grandes que p et p' sont plus voisins de 1.

Prélevons alors un échantillon constitué de n grains consécutifs. Lorsque n est grand vis-à-vis de la longueur moyenne des séries, la loi de probabilité de la teneur de l'échantillon, c'est-à-dire du nombre de grains minéralisés divisé par n , converge vers une loi lognormale.

Il est facile de vérifier expérimentalement ce théorème. Admettons que, dans un livre, les voyelles soient le minerai et les consonnes le stérile. Ouvrons le livre au hasard, prenons la première lettre de la première ligne, c'est par exemple une voyelle. Prenons alors la première voyelle de la deuxième ligne, puis de la troisième, etc... jusqu'à ce que cette voyelle soit un U ; ouvrons alors une série de consonnes, en prenant la première consonne de la ligne suivante, et ainsi de suite, jusqu'à ce que cette consonne soit un R. A ce moment recommence une série de voyelles, et ainsi de suite.

La probabilité q d'arrêter une série minéralisée est donc égale à la probabilité pour qu'une voyelle au hasard soit un U, la probabilité d'interrompre une série stérile à la probabilité pour qu'une consonne choisie au hasard soit un R.

J'ai procédé de cette façon à 2 800 tirages. Les séries étant comprises entre 1 et 75, j'ai fixé à 100 grains la dimension de l'échantillon, de façon à diluer les noyaux de minerai ou de stérile. Les 28 échantillons ainsi obtenus ont fourni un ajustement presque parfait suivant la loi lognormale (fig. 1). Je pense que cette expérience aide à comprendre pourquoi la loi est lognormale.

3° Qu'est-ce que la loi lognormale ?

(réf. 1, 2, 3, etc... les notations sont celles de M. Allais)

Dire que les teneurs sont distribuées suivant une loi lognormale, cela signifie que les logarithmes des teneurs sont distribués suivant une loi normale, ou loi de Gauss, ou loi « du hasard » bien connue sous la forme de la courbe en cloche. Cette loi dépend de deux paramètres, μ et σ . Il suffit de les évaluer pour connaître la répartition des teneurs.

μ est la médiane, c'est la moyenne géométrique des teneurs du gisement. Elle est toujours inférieure à la teneur moyenne. On calcule son logarithme en faisant la moyenne arithmétique des logarithmes des teneurs des échantillons prélevés.

σ est l'écart type des logarithmes. Son carré σ^2 est la variance. On la calcule par la formule :

$$\sigma^2 = \frac{\sum (Lx - L\mu)^2}{n - 1}$$

où x représente les teneurs des échantillons, et n le nombre d'échantillons. σ caractérise la dispersion relative des teneurs. Plus ce paramètre est grand, plus largement ouvert est l'éventail des teneurs.

σ n'est pas indépendant de la teneur moyenne du gisement. La dispersion en effet est toujours inférieure à une limite. Cette limite correspond au cas extrême où le gisement est composé de blocs de minerai pur et de blocs de stérile pur. Si x_0 est la teneur théorique du minerai pur (86,6 % de plomb pour la galène, par exemple) et m la teneur moyenne du gisement, on montre facilement que l'on a :

$$\sigma^2 < L \frac{x_0}{m}$$

(voir annexe III)

Cette limite supérieure est d'autant plus basse que m est plus voisin de x_0 . C'est ce qui explique le fait bien connu que les gisements à haute teneur moyenne sont également des gisements à faible dispersion.

Ayant calculé μ et σ , on a immédiatement la teneur moyenne m par la formule :

$$m = \mu e^{\frac{\sigma^2}{2}}$$

Si étrange que cela puisse paraître, on obtient ainsi, surtout si σ est grand, une bien meilleure évaluation de m qu'en faisant l'habituelle moyenne arithmétique (réf. 1, 3, etc...). Sichel (réf. 5) propose une formule plus compliquée, dérivée de celle-ci, qui donne une précision un peu plus grande encore.

Des formules simples permettent ensuite de décomposer le tonnage par tranches de teneur,

et aussi de répondre de façon précise à la question : Si je me fixe comme limite d'exploitabilité la teneur marginale x_m , quel tonnage me reste-t-il, et à quelle teneur moyenne ? x_m pouvant varier suivant la conjoncture économique, on conçoit l'intérêt d'un tableau présentant le tonnage et la teneur moyenne en fonction de la limite d'exploitabilité (voir annexes I et II).

Précisons cependant que les tonnages ne sont donnés qu'en pourcentage du tonnage total au gisement. Pour avoir les valeurs vraies, il faut connaître ce dernier, et ceci suppose l'introduction d'un élément géométrique, qui est le volume du gisement, si l'on se sert des teneurs, ou la surface minéralisée, si l'on se sert des ρ h x. C'est du reste la nécessité d'une telle donnée géométrique, nécessité impérative, qui justifie la pratique des sondages à maille fixe. Il serait illusoire de connaître avec une extrême précision la répartition du tonnage par tranches de teneur, si une erreur grossière était commise sur le tonnage lui-même. Si le gisement se présente sous forme de runs irréguliers et chevelus, cet élément géométrique devient de loin le facteur prépondérant.

4° Cas des gisements polymétalliques

Dans le cas d'un gisement polymétallique, par exemple un gisement de plomb et zinc, ou plomb argentifère, chacun des métaux Pb, Zn, Ag obéit à une loi lognormale avec ses paramètres propres. Mais de plus, ils ne sont pas indépendants les uns des autres. On sait qu'il y a en général une corrélation positive entre Pb et Zn, c'est-à-dire que les échantillons riches en plomb sont, en moyenne, également riches en zinc. Cette notion banale peut se préciser, grâce à l'introduction du coefficient ρ de corrélation entre Pb et Zn par exemple. ρ est compris entre -1 et $+1$. Si ρ est nul, les deux métaux sont indépendants l'un de l'autre. Si ρ est égal à -1 , il y a une relation fonctionnelle et les teneurs des deux métaux varient en raison inverse, si ρ est égal à $+1$, il y a encore relation fonctionnelle, mais les teneurs varient en raison directe. Les valeurs intermédiaires indiquent le degré de corrélation, le signe $+$ indiquant que la minéralisation a tendance à être riche ou pauvre à la fois pour les deux métaux, le signe $-$ indiquant au contraire une certaine exclusivité (annexes I et II).

Ceci étant, des formules permettent de décomposer le tonnage par tranches de teneurs simultanément pour les différents métaux. Prenons un exemple. A l'Oued Kébir, il y a un gisement complexe contenant Pb, Zn, Cu, Ag, Au et pyrite. Voici quelques-uns des coefficients de corrélation entre ces métaux :

Entre Pb et Zn, $\rho = +0,9$, très forte corrélation positive.

Tout le monde sait que le plomb et le zinc sont liés.

Entre Fe et Zn et entre Cu et Zn, $\rho = 0$, pas de corrélation.

Entre Fe et Pb, une faible corrélation positive $\rho = 0,3$, et entre Cu et Pb, une corrélation encore plus faible de 0,1.

Entre Fe et Cu, une corrélation positive de 0,37.

Entre Pb et Ag, $\rho = 0,82$ (forte corrélation).

Entre Ag et Cu, $\rho = 0,4$; cette faible corrélation positive correspond au fait qu'une partie de l'argent est liée à la tétraédrite.

Ceci étant, on obtient, en ne considérant que le plomb et l'argent, le tableau suivant :

x	T	m (Pb)	m (Ag)
0	100 %	2,36 %	89 g/t
0,5	88 %	2,53 %	99 g/t
1	67 %	3,2 %	120 g/t
1,5	50 %	3,9 %	157 g/t
2	39 %	4,75 %	166 g/t
3	23,7 %	5,9 %	210 g/t
4	15,3 %	7,15 %	254 g/t
5	10,4 %	8,5 %	298 g/t

x est la teneur limite d'exploitabilité choisie pour le plomb, T le tonnage exprimé en pourcentage du tonnage total, m (Pb) la teneur moyenne en plomb, m (Ag) la teneur moyenne en argent.

Si l'on exploite au-dessus de 1,5 % de plomb, on prendra 50 % du tonnage, la teneur moyenne sera de 3,9 % pour le plomb, et 157 g/t pour l'argent.

5° Etude de la dispersion

La variance logarithmique σ^2 représente la dispersion des teneurs de blocs de minerai de volume v dans un gisement de volume V (les volumes étant à remplacer par des surfaces si

au lieu des teneurs, on a considéré les poids métal/m²). On peut se demander si σ^2 conserve sa valeur si on prend des blocs de volume v' plus grand ou plus petit que v , ou bien si au lieu de considérer le gisement V dans son ensemble, on n'en considère qu'une portion de volume V_i . La réponse est non, σ^2 dépend de v et de V_i . Il est bien évident, d'ailleurs, que des blocs de 100 tonnes donneront des teneurs moins dispersées que des carottes de quelques kg, et que, quel que soit v , la dispersion sera moins forte si les échantillons sont prélevés dans un même panneau de volume V_i , que s'ils le sont dans le gisement tout entier. Il est possible de préciser ces notions grâce à deux formules. La première est la formule de Krige (réf. 3, 4). Krige dit ceci : soit σ_v^2 la variance des teneurs des échantillons v prélevés dans un panneau de volume V_i ; soit σ_μ^2 la variance des teneurs moyennes de panneaux de volume V_i dans le gisement V entier, soit enfin σ^2 la variance des échantillons v dans le gisement V entier, on a :

$$\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_\mu^2$$

Autrement dit, les variances sont additives. On voit que la dispersion de v dans V est plus grande à la fois que celle de v dans V_i et celle de V_i dans V , elle est la somme des deux. Dans une reconnaissance par sondage, les carottes font quelques kg, alors que la véritable unité, dans des conditions normales d'exploitation, est la dizaine ou la centaine de tonnes. La dispersion σ^2 , que l'on calcule à partir des analyses de carottes, excède donc la véritable dispersion du gisement d'une quantité σ_v^2 , qui n'est autre que la variance de ces carottes dans un bloc d'une dizaine ou d'une centaine de tonnes. Autrement dit, on surestime la dispersion véritable du gisement. Krige montre qu'il en résulte, en moyenne, une sous-estimation des panneaux pauvres, et une surestimation des panneaux riches, et cette erreur peut être importante. Nous indiquons, en annexe (annexe IV), d'après Krige (réf. 3), des formules permettant de corriger, statistiquement, cette erreur, connaissant σ_v^2 .

La seconde formule est la formule de de Wijs ; elle permet de se faire une idée a priori de cette variance excédentaire σ_v^2 , donc de corriger l'erreur envisagée ci-dessus. L'idée fon-

damentale de de Wijs (réf. 6 et 7) est une sorte de principe de similitude géométrique, qui revient à admettre que des échantillons de volume v dans un panneau de volume V ont la même dispersion que des échantillons de volumes $2v, 3v, \text{etc...}$ dans un panneau de volumes $2V, 3V, \text{etc...}$ du même gisement. Autrement dit, σ^2 est une fonction de la forme $g(V/v)$. Or, de la formule de Krige, on déduit facilement que σ^2 est de la forme $f(V) - f(v)$, il en résulte que l'on a :

$$\sigma^2 = \alpha L \frac{V}{v}$$

Telle est la formule de de Wijs, où α est un coefficient caractéristique du gisement. On peut naturellement la déduire directement des propriétés de la loi log-binominale, que de Wijs préfère employer, loi qui ne diffère d'ailleurs pratiquement pas de la loi lognormale (voir annexe V).

Messieurs, cette formule n'a pas fait l'objet d'une vérification expérimentale suffisante pour qu'on puisse la considérer comme certaine. C'est un peu pour cela que j'ai tenu à vous l'exposer, espérant que ceux d'entre vous qui en ont la possibilité, auront à cœur de procéder à cette vérification, vérification qui n'est possible que dans une grande mine, ayant fait l'objet d'un échantillonnage systématique, quartiers par quartiers, panneaux par panneaux. Si sa validité devait se confirmer, cette formule permettrait de résoudre la plupart des problèmes théoriques, et un grand nombre des problèmes pratiques posés par la reconnaissance scientifique des gisements.

EXEMPLE : DJEBEL GUETTARA

(ref. 2)

Après avoir parlé de la loi lognormale, je terminerai en vous citant, à titre d'exemple, l'étude statistique, exécutée par le B.R.M.A., en novembre 1954, à propos du gisement de manganèse de Guettara. Le Djebel Guettara se trouve à 200 km au sud-ouest de Colomb-Béchar, dans le Sud Oranais. Dans de puissantes séries rhyolitiques du précambrien, se présentent des intercalations pyroclastiques (tufs, cinérites, arkoses), correspondant sans doute à un ancien bassin lagunaire. Le manganèse se

trouve sous forme de lentilles de braunite intercalées dans les cinérites et les arkoses. Il offre cette particularité d'être chargé d'arsenic à des teneurs pouvant atteindre quelques %. L'arsenic est toujours sous la forme d'un minéral très rare, la tilasite, qui est un fluoarséniate de calcium et magnésium. On conçoit que la présence d'arsenic, à des teneurs aussi fortes, pose un problème très sérieux. C'est pourquoi la répartition de l'arsenic a été également étudiée. Et cette étude a mis en lumière, par des voies purement statistiques, un fait intéressant : le gisement n'est pas homogène, mais doit être considéré comme le résultat de la superposition de deux gisements, l'un très riche en arsenic et à faible teneur en manganèse, l'autre moins riche en arsenic et à forte teneur en manganèse. Nous résumerons ici cette étude en examinant successivement :

- a) La précision de l'échantillonnage ;
- b) Les lois de répartition du manganèse et de l'arsenic ;
- c) L'interprétation géologique des résultats obtenus ;
- d) Le tonnage et les teneurs.

a) **Précision de l'échantillonnage**

Pour l'essentiel, le gisement a été reconnu par petits puits, une cinquantaine en tout. L'échantillonnage se fait à la volée. Une volée

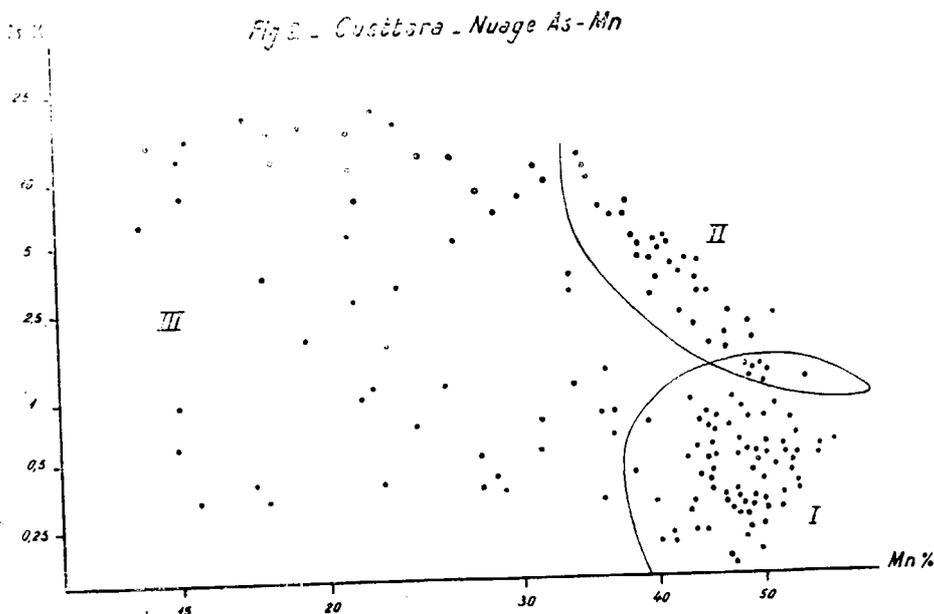
représente 50 cm environ, soit 4 à 5 tonnes de minerai. Le tout-venant est remonté par cuffat. Sur chaque cuffat, on prélève une pelletée, soit une vingtaine de pelletées par volée. Les échantillons obtenus ainsi, de 200 kg environ, sont concassés, puis quartés à 25 kg et envoyés à l'analyse. Au laboratoire, l'échantillon subit à nouveau une série de broyages et de quartages, jusqu'à la prise finale, pour analyse, de 0,5 g sur 200 g broyés à 0,2 mm.

Chaque étape de ce processus a été analysée. L'erreur commise dans l'ensemble des opérations se traduit par une variance de 0,06 (ce n'est pas une variance logarithmique, mais une variance ordinaire), ce qui signifie que le chiffre donné par le laboratoire a 95 chances sur 100 de représenter la teneur réelle à $\pm 0,5$ %. Les teneurs étant supérieures à 40 %, cette précision doit être considérée comme satisfaisante.

La variance de 0,06, correspondant à l'erreur totale, se décompose comme suit :

Prélèvement et quartage sur le terrain..	0,01
Broyages et quartages en laboratoires..	0,01
Prise finale de 0,5 g et analyse chimique	0,04

On voit que c'est la dernière phase qui introduit l'erreur la plus importante. Si les deux dernières phases n'introduisaient pas d'erreur, l'erreur commise, correspondant seulement au mode de prélèvement sur le terrain, serait de



$\pm 0,2 \%$. Pour grossier qu'il puisse paraître, le prélèvement par pelletées n'introduit pas ici d'erreur notable.

De toutes les façons, cette variance d'échantillonnage est négligeable vis-à-vis de la variance du gisement (16 environ). Il est clair que la variance des échantillons prélevés représente la variance réelle des volées de 5 tonnes dans le gisement.

b) Répartition du Manganèse et de l'Arsenic

Si l'ajustement de l'ensemble des données relatives au manganèse était à la rigueur acceptable, l'ajustement pour l'arsenic était franchement mauvais. On était en présence d'une exception apparente à la loi lognormale. En fait, l'histogramme des fréquences de l'arsenic suggérait une décomposition en deux populations hétérogènes. Cette décomposition apparaît de façon intuitive sur le nuage As-Mn. Sur ce diagramme, on a porté, en échelle logarithmique, en abscisses, les teneurs en Mn, et en ordonnées les teneurs en As, de sorte que chaque point représente un résultat d'analyse. La considération de nuages de cette sorte est souvent très instructive. Il est clair qu'ici les points se répartissent entre trois zones bien distinctes (fig 2).

En bas et à droite, apparaît un nuage de points bien groupés, sans corrélation apparente, c'est la zone I qui comprend des teneurs en manganèse allant de 38 à 56 %, alliées à des teneurs en arsenic inférieures à 1,5 %.

En haut et à droite, apparaît un nuage très allongé, à forte corrélation négative, c'est la zone II. Les teneurs en Mn sont plus faibles (de 34 à 54 %) et les teneurs en As sont très fortes (toujours supérieures à 1 %). Le coefficient de corrélation est égal à $-0,97$, c'est-à-dire qu'il y a pratiquement relation fonctionnelle. La théorie statistique veut que cette relation soit une relation linéaire entre les logarithmes des teneurs en Mn et As. Elle s'écrit ici :

$$(\text{As}) (\text{Mn})^a = C^b$$

Ce n'est pas autre chose que la loi d'action de masse. M. Tabourin, du laboratoire de chimie du B.R.M.A., a trouvé l'explication de ce fait surprenant, grâce à une réaction chimique, qui paraît tout à fait compatible avec ce que l'on sait de la géologie du gisement.

Les autres points sont dispersés sur le reste du diagramme. Ils sont sans intérêt, car ils correspondent à des teneurs inférieures à 38 %. Géologiquement, ils représentent les bancs d'arkoses et de cinérites faiblement minéralisées, alors que les zones I et II représentent le minerai proprement dit.

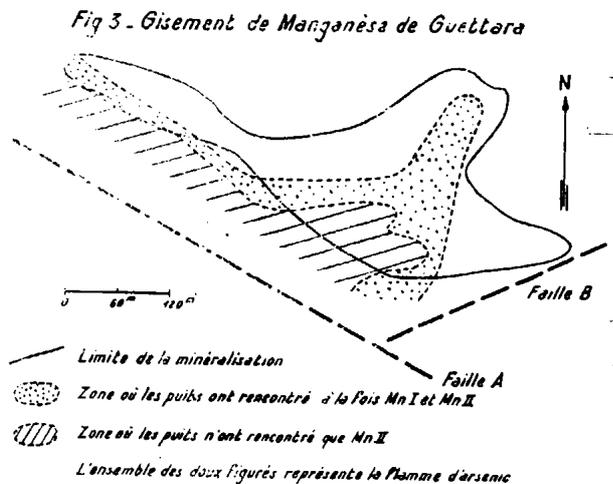
Le manganèse I et le manganèse II, l'arsenic I et l'arsenic II suivent très bien la loi lognormale. Les paramètres ont les valeurs suivantes :

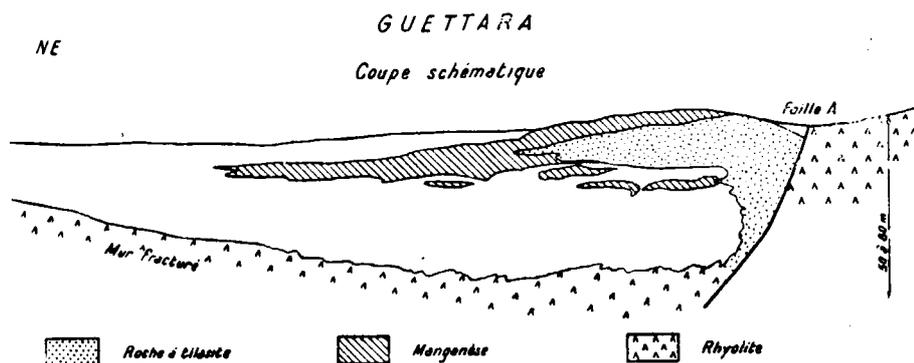
	μ	σ	$m = \mu e^{\frac{\sigma^2}{2}}$
Mn I	47,2	0,085	47,4
Mn II	41,7	0,085	42
As I	0,44	0,54	0,51
As II	3,35	0,69	4,25

On remarque que les deux manganèses ont le même écart type 0,085, d'ailleurs très faible, ce qui est normal, puisque la teneur est élevée. Ils ne diffèrent que par leurs médianes (ou leurs moyennes). L'arsenic a un écart type beaucoup plus élevé (0,54 ou 0,69).

c) Interprétation

La possibilité de séparer les données relatives aux zones I et II nous a permis, en retour, de dire à propos de chaque puits, à quelle catégorie il se rattache, et a fait appa-





raître une répartition géographique remarquable. Tout se passe, en effet, comme si une grande flamme d'arsenic, partie de la faille A, faille qui limite au sud le bassin lagunaire où s'est fait le dépôt, avait envahi le gisement sans le traverser complètement (fig. 3). Cette flamme est bien visible sur une coupe schématique faite par M. Byramjee (fig.4). M. Byramjee, qui a étudié la géologie du gisement, a également participé à son étude statistique.

Arrivé à ce stade, on est tenté de proposer l'interprétation suivante :

— Initialement existait un gisement homogène de manganèse, dont les paramètres devaient être ceux de la zone I.

— Ensuite, venant de la faille A, des solutions envahissent le gisement, et déposent l'arsenic sous forme de tilasite. Corrélativement, et conformément à la loi d'action de masse, il y a départ d'une partie du manganèse. Dès lors, le gisement cesse d'être homogène. Les parties qui n'ont pas été atteintes par la venue arsenicale conservent les caractères du gisement primitif. Là au contraire où la tilasite s'est déposée, il y a eu appauvrissement en manganèse, sans modification de la dispersion. Le fait que la loi d'action de masse soit

pratiquement vérifiée dans la zone II indique que le dépôt de tilasite a dû se faire dans un temps très bref, et dans des conditions physico-chimiques remarquablement constantes.

Cette conception d'une venue hydrothermale de tilasite postérieure à la formation du gisement est confirmée par l'étude pétrographique du minerai. Sur les échantillons de la zone II, on voit, en effet, la tilasite cristallisée sous forme de filonnets traversant la braunite. Sur les échantillons de la zone I, au contraire, la tilasite n'est jamais visible, bien que l'analyse chimique révèle son existence. Cette forme, finement diffuse et invisible, de tilasite correspond à l'arsenic I, alors que As II s'identifie à la tilasite hydrothermale et métasomatique nettement postérieure au minerai.

On peut donc dire que la méthode statistique a permis de mieux comprendre la géologie du gisement de Guettara.

d) Tonnages et teneurs

Le tableau ci-dessous résume l'étude du tonnage et des teneurs faites en novembre 1954. Les tonnages sont donnés en milliers de tonnes :

x	T _I	Mn _I	As _I	T _{II}	Mn _{II}	As _{II}	T	Mn	As
	%	%	%	%	%	%	%	%	%
39	595	47,4	0,51	214	42	4,25	869	45,5	1,69
40	590	47,5	0,512	219	43,1	3,03	809	46,2	1,19
40	580	47,6	0,513	186	43,6	2,64	766	46,5	1,03
41	570	47,8	0,515	158	44,3	2,36	728	47,0	0,92
48	225	51	0,55	16	50	0,90	241	50,9	0,56

Le tonnage actuellement reconnu (mars 1955) est sensiblement le double des tonnages ci-dessus. La décomposition par tranche de teneurs n'est pas modifiée, de sorte qu'il suffit de multiplier par deux les valeurs de T_I, T_{II} et T pour avoir l'état actuel de nos con-

naissances sur ce gisement. Les puits creusés après cette étude ont rigoureusement justifié les conclusions relatives à une flamme d'arsenic hydrothermal.

G. MATHERON.

ANNEXE

LA LOI LOGNORMALE

(Réf. 1 et 2, les notations sont celles de M. Allais)

I. — Formules générales

Si x désigne la teneur, son logarithme Lx est distribué suivant la loi normale. Cela veut dire qu'un échantillon prélevé au hasard a la probabilité

$$(1) \quad p = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(Lx - L\mu)^2}{2\sigma^2}} d(Lx)$$

d'avoir une teneur dont le logarithme est compris entre Lx et $Lx + d(Lx)$, c'est-à-dire une teneur comprise entre x et $x + dx$. p représente aussi le pourcentage du tonnage dont la teneur est comprise entre x et $x + dx$. Deux paramètres suffisent à définir cette loi, μ et σ .

La Médiane μ — Son logarithme est la valeur moyenne de Lx . On l'évalue, à partir d'un échantillonnage ayant donné n valeurs, par la formule

$$(2) \quad L\mu = \frac{1}{n} \sum Lx$$

μ est la moyenne géométrique des teneurs. C'est aussi la médiane, ce qui veut dire que 50 % du tonnage est à teneur inférieure à μ , et 50 % à teneur supérieure. Cependant μ est toujours inférieure à la teneur moyenne.

La variance σ^2 — C'est la variance des logarithmes des teneurs. On l'évalue par la formule.

$$(3) \quad \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum (Lx - L\mu)^2$$

De ces deux paramètres, on déduit tous les autres.

Moments d'ordre n — (Par rapport à l'origine). Ils sont donnés par la formule générale

$$(4) \quad m_n = \mu^n e^{\frac{n^2 \sigma^2}{2}}$$

La moyenne arithmétique. — C'est-à-dire la teneur moyenne du gisement, est en particulier :

$$(5) \quad m = \mu e^{\sigma^2/2}$$

C'est par cette formule que m doit être évaluée. Si σ^2 est calculé par la formule (3), il est préférable d'utiliser la formule :

$$(5') \quad m = \mu e^{\frac{n-1}{2n} \sigma^2}$$

Siechel (Ref. 5) indique une formule plus compliquée, en pratique à peine plus précise.

Précision de l'évaluation de la teneur moyenne par la formule (5'). — Il y a 95 chances sur cent pour que la teneur moyenne réelle soit comprise dans l'intervalle :

$$m e^{-\frac{\sigma^2}{2n} - \frac{\sigma^4}{4n} - 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^4}{2n}}} \leq m \leq m e^{-\frac{\sigma^2}{2n} - \frac{\sigma^4}{4n} + 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^4}{2n}}}$$

Si l'on préfère n'envisager qu'une limite inférieure, le coefficient de sécurité

$$(6) \quad k = e^{-\frac{\sigma^2}{2n} - \frac{\sigma^4}{4n} - 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^4}{2n}}}$$

appliquée à m donnée par (5) fournit la limite à laquelle il y a 97,5 chances sur cent que la teneur moyenne soit supérieure. Le coefficient

$$(6') \quad k' = e^{-\frac{\sigma^2}{2n} - \frac{\sigma^4}{4n} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^4}{2n}}}$$

donne la limite pour une probabilité de 84 %.

Tonnage dont la teneur est supérieure à x_0 . — Si l'on pose

$$(7) \quad z = \frac{1}{\sigma} L \frac{x}{\mu} \quad z_0 = \frac{1}{\sigma} L \frac{x_0}{\mu}$$

l'intégrale

$$(8) \quad G(z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_0}^{\infty} e^{-z^2/2} dz$$

donne ce tonnage (en pourcentage du tonnage total). La fonction $G(z)$ est tabulée dans toutes les tables de statistiques.

Tonnage compris entre x_0 et x_1 . — Il est donné, en pourcentage, par :

$$(9) \quad T_0^1 = G(z_0) - G(z_1)$$

Teneur moyenne du tonnage dont les teneurs sont comprises entre x_0 et x_1 . Elle est donnée par :

$$(10) \quad m_0^1 = m \frac{G(z_0 - \sigma) - G(z_1 - \sigma)}{G(z_0) - G(z_1)}$$

En particulier, si x_1 est infini, la teneur moyenne du tonnage à teneur supérieure à x_0 est :

$$(11) \quad m_0 = m \frac{G(z_0 - \sigma)}{G(z_0)}$$

Cas des gisements polymétalliques. — x et y désignent les teneurs d'un même échantillon en métal A et en métal B, μ_1 et μ_2 , σ_1 et σ_2 les paramètres respectifs de la distribution de ces métaux. Le coefficient de corrélation ρ entre A et B est donné par la formule :

$$(12) \quad \rho = \frac{1}{n} \sum \frac{(Lx - L\mu_1)(Ly - L\mu_2)}{\sigma_1 \sigma_2}$$

Si ρ est égal à +1, x et y sont liés par une relation fonctionnelle qui s'écrit :

$$(13) \quad \left(\begin{array}{c} x \\ \vdots \\ \mu_1 \end{array} \right) \frac{1}{\sigma_1} = \left(\begin{array}{c} y \\ \vdots \\ \mu_2 \end{array} \right) \frac{1}{\sigma_2}$$

Si ρ est égal à -1, il y a également une relation fonctionnelle, qui s'écrit :

$$(14) \quad \left(\begin{array}{c} x \\ \vdots \\ \mu_1 \end{array} \right) \frac{1}{\sigma_1} = \left(\begin{array}{c} y \\ \vdots \\ \mu_2 \end{array} \right) \frac{1}{\sigma_2} = 1$$

Dans les deux cas, cette relation représente la loi d'action de Masse. Les coefficients des corps A et B dans l'équilibre chimique correspondant sont proportionnels à $1/\sigma_1$ et $1/\sigma_2$.

Formule des minerais connexes. — Si A est le plomb et B l'argent, on peut se demander quelle sera la teneur moyenne de l'argent si l'on n'extrait que le minerai à teneur en plomb supérieure à x_0 . Cette teneur est donnée, en fonction de la teneur m_2 en argent du gisement entier, par la formule des minerais connexes :

$$(15) \quad m_2(x_0) = m_2 \frac{G(z_0 - \rho \sigma_2)}{G(z_0)}$$

$G(z_0 - \rho \sigma_2)$ représente le pourcentage de l'argent total récupéré lorsqu'on exploite au-dessus de x_0 pour le plomb. Dans la formule (11), de même, $G(z_0 - \sigma)$ représente le pourcentage de métal extrait du gisement.

II. — Exemple de feuille de calcul

L'exemple choisi est extrait de l'étude de Guetara. Le premier tableau est relatif au manganèse II. En fonction de la teneur limite x indiquée dans la première colonne, on calcule successivement :

$$z = \frac{1}{\sigma} L \frac{x}{\mu} = \frac{1}{0,085 \times 0,434} \log \frac{x}{41,7}$$

$$z - \sigma = z - 0,085$$

Dans la quatrième et la cinquième colonne on porte $G(z)$ et $G(z - \sigma)$, dont les valeurs sont lues sur une table. La sixième colonne indique la teneur moyenne $m(x)$ de la tranche, donnée par la formule (11). Le tonnage T s'obtient en multipliant $G(z)$ par le tonnage total $T = 279 \times G(z)$ (10^3 tonnes).

x	z	z - σ	G (z)	G (z - σ)	m (x)	T
39	- 0,85	- 0,935	0,8023	0,8251	43,10 %	219
40	- 0,485	- 0,570	0,6861	0,7156	43,60 %	136
41	- 0,195	- 0,280	0,5772	0,6102	44,30 %	158
48	+ 1,548	+ 1,463	0,060	0,0718	50 %	16

Le deuxième tableau est un exemple d'application de la formule des minerais connexes. Il s'agit de calculer la teneur moyenne en arsenic des tranches de manganèse étudiées dans le premier tableau. En fonction de la limite d'exploitabilité x du manganèse, on trouve dans la deuxième colonne z (le même que ci-dessus), dans la troisième :

$$z - p \sigma_2 = z + 0,97 \times 0,69$$

dans la quatrième (G (z)), dans la cinquième G (z - p σ₂) lus dans la table, dans la sixième, enfin, la teneur moyenne en As donnée par la formule (15), où m₂ est égale à 4,25 %.

x	z	z - p σ ₂	G (z)	G (z - p σ ₂)	m ₂ (x)
39	- 0,85	- 0,181	0,8023	0,5718	3,03 %
40	- 0,485	+ 0,184	0,6861	0,4270	2,64 %
41	- 0,195	+ 0,464	0,5772	0,3212	2,36 %
48	+ 1,548	- 2,217	0,060	0,013	0,9 %

C'est ainsi qu'a été construit le tableau du paragraphe d) du chapitre relatif à Guettara.

(17) $m = p x_0$

Or, la variance Σ² est ici égale à :

(18) $\Sigma^2 = p x_0^2 - m^2 = p x_0 (x_0 - m) = m (x_0 - m)$

C'est la plus grande variance possible. De (16) et (18) on tire :

$$m^2 (e^{\sigma^2} - 1) < m (x_0 - m)$$

D'où

(19) $\sigma^2 < L$

III. — Démonstration de l'inégalité

$$\sigma^2 < L \frac{x_0}{m}$$

x₀ est la teneur théorique du minerai pur (86,6 % de Pb pour la galène), m la teneur moyenne du gisement, σ² la variance logarithmique. La variance des teneurs elles mêmes, Σ², s'en déduit facilement. La formule (5) nous montre que le moment du second ordre est :

$$m_2 = \mu^2 e^{\sigma^2}$$

La variance Σ² s'en déduit par

$$\Sigma^2 = m_2 - m^2$$

c'est-à-dire

$$\Sigma^2 = \mu^2 e^{\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) = m^2 (e^{\sigma^2} - 1)$$

Or, la plus grande dispersion possible des teneurs correspond au cas où le gisement est constitué de blocs de stérile pur et de blocs de minerai pur, c'est-à-dire où l'on ne rencontre que deux teneurs, 0 et x₀. Soit p la proportion de grains de minerai, et 1 - p celle de grains de stérile. On a :

IV. — Correction d'échantillonnage (réf. 3)

(Coefficient correcteur de Krige). — Dans un gisement de volume V et de teneur moyenne m, on a procédé à un échantillonnage systématique. Le mode d'échantillonnage peut être quelconque. Mais il n'est pas parfait. Si dans un panneau (ou un polygone d'influence) de teneur m_i et de volume V_i on prélevait un grand nombre d'échantillons, on constaterait que les teneurs x de ces échantillons se répartissent suivant une loi lognormale de moyenne m_i et de variance σ²_i. Soient σ_μ² la variance des m_i dans les gisement V, et σ² celle des x dans le gisement.

On a, d'après Krige :

$$(20) \quad \sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_\mu^2$$

Le problème posé est, connaissant x , de calculer la valeur probable de m , c'est-à-dire du panneau d'où est extrait l'échantillon. Cette valeur est différente de x . Elle est égale à :

$$(21) \quad E(m) = m \frac{\frac{\sigma_1^2}{\sigma^2}}{e} + x \frac{\frac{\sigma_\mu^2}{\sigma^2}}{e}$$

Elle n'est égale à x que si σ_1^2 est nul. Autrement dit, il convient de multiplier x par le coefficient correcteur de Krige, égal à :

$$(22) \quad K = e \frac{\frac{\sigma_1^2 \sigma_\mu^2}{2\sigma^2}}{\left(\frac{x}{m} \right) - \frac{\sigma_1^2}{\sigma^2}}$$

La valeur probable de la teneur du panneau n'est pas x , mais Kx . Cela signifie simplement que la teneur moyenne d'un grand nombre de panneaux, ayant tous donné la valeur x à l'échantillonnage, n'est pas x , mais Kx . Ce n'est pas une correction au sens de la physique, mais une correction de biais (au sens statistique).

Si l'on préfère un coefficient de sécurité analogue à celui de l'équation (6), il faut remplacer K par :

$$(23) \quad K' = e \frac{-2 \frac{\sigma_1 \sigma_\mu}{r}}{\left(\frac{x}{m} \right) - \frac{\sigma_1^2}{\sigma^2}}$$

ou

$$(24) \quad K'' = e \frac{\frac{\sigma_1 \sigma_\mu}{\sigma}}{\left(\frac{x}{m} \right) - \frac{\sigma_1^2}{\sigma^2}}$$

Suivant que l'on désire avoir 97,5 ou 84 chances de ne pas faire d'erreur par excès.

Remarque : L'emploi des coefficients de Krige suppose que l'on connaisse σ et m , c'est-à-dire que la reconnaissance du gisement soit déjà très avancée. Il faut de plus connaître σ_1^2 . Si le mode d'échantillonnage est complexe, il faut l'analyser

en détail. Si l'échantillon est constitué de 20 pelletées, par exemple, on pourra analyser chacune de ces 20 pelletées prélevées séparément. La variance des 20 teneurs obtenues, divisé par 20, donne la variance d'échantillonnage (0,06 à Guettara), à partir de laquelle on calcule la variance logarithmique σ_1^2 par la formule (16). Si l'échantillon est une carotte, seule la formule de de WIJS peut permettre de calculer la variance σ_1^2 .

V. — La formule de de WIJS et le principe de similitude (réf. 6, 7, 2)

A la base de la théorie log-binomiale de de Wijs, il y a l'hypothèse suivante : Si l'on coupe en deux un bloc de minerai de teneur x , l'écart relatif des teneurs x_1 et x_2 des deux blocs obtenus

$$(25) \quad d = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2}$$

est, en moyenne, le même, quelque soit le volume du bloc coupé en deux. La loi logbinomiale résulte de cette hypothèse. La variance logarithmique σ^2 de la loi logbinomiale est :

$$(26) \quad \sigma^2 = \frac{k}{4} \left(L \frac{1+d}{1-d} \right)^2$$

Or, le volume échantillonné V est constitué, par définition de k , de 2^k échantillons de volume v , donc :

$$(27) \quad k = \frac{L V/v}{L2}$$

et la variance est de la forme

$$(28) \quad \sigma^2 = a L \frac{V}{v}$$

avec

$$(29) \quad a = \frac{1}{4L2} \left(L \frac{1+d}{1-d} \right)^2$$

L'hypothèse de base (constance de d) revient à admettre que la dispersion ne dépend que du rapport V/v . Toutes choses égales d'ailleurs, la loi de répartition de blocs de 1 kg dans un panneau de 1 000 tonnes est la même que celle de blocs d'une tonne dans un gisement d'un million de tonnes. La formule (28) n'exprime rien d'autre

En vérité, la variance dépend certainement aussi de la forme de l'échantillon v , de la forme du panneau V échantillonné, de l'orientation relative de v et de V . Il peut aussi arriver, dans le cas d'un gisement sédimentaire, que les directions de l'espace ne soient pas équivalentes (répartition anisotrope). On conçoit très bien, par exemple, que des carottes très longues ne donnent pas la même dispersion que des échantillons de même poids, mais de forme ramassée, ou que des carottes de même forme, mais prises parallèlement aux épontes et non plus perpendiculairement. La dispersion ne sera pas la même non plus si le même échantillon est prélevé dans un panneau où le filon, par suite d'un enrichissement, a pris la forme d'un amas ou dans un panneau de même volume, mais où le filon présente des ramifications capricieuses.

Pour ces raisons, le principe de similitude doit s'énoncer de la façon suivante :

« Si les figures formées par l'échantillon v_i et le panneau V_i d'une part, l'échantillon v et le panneau V du même gisement d'autre part sont géométriquement semblables (à une translation près de l'échantillon v_i), les lois de répartition de v_i dans V_i et de v dans V ont la même variance logarithmique ».

Dans ces conditions, on voit que si l'on modifie les volumes v et V sans altérer leurs formes ni leurs positions relatives, c'est-à-dire en leur appliquant des similitudes de même angle de rotation, mais de modules d'homothétie différents, la variance est bien donnée par la formule (28). Il est entendu que si l'on raisonne en termes de poids métal / m^2 , les volumes V et v sont remplacés par les surfaces S et s correspondantes.

Si l'échantillon a une forme assez ramassée et si toutes ses dimensions sont négligeables par

rapport aux dimensions correspondantes du gisement, la formule devrait être pratiquement valable. La reconnaissance par galeries et recoupes d'un gisement en forme d'amas, la prospection par sondages d'un gisement couvrant une superficie étendue dans les deux dimensions, remplissent ces conditions, en termes de volumes et de surfaces respectivement. Par contre, on conçoit mal comment un réseau filonien complexe pourrait y satisfaire.

Enfin, si v tend vers 0, la formule (28) conduit à une variance infinie. Nous avons montré que, pour les teneurs, la variance était toujours inférieure à une limite. En fait, de Wijs précise que sa théorie n'est valable que si v est grand vis-à-vis des grains élémentaires. Du reste, lorsque v est petit, l'effet de « noyau métallique » modifie la répartition, qui cesse d'être lognormale ou log-binomiale et tend vers une répartition binomiale pure. Lorsque v est égal au volume des grains,

chaque échantillon, en effet, a la probabilité $p = \frac{m}{x_0}$

d'avoir la teneur x_0 et la probabilité $1 - p$ d'avoir la teneur 0, les teneurs intermédiaires étant exclues. En pratique, cependant, v est toujours assez grand pour que cet effet perturbateur ne se manifeste pas. Comme preuve expérimentale de la formule 28, il y a une indication de Krige (ref. 4) suivant laquelle σ^2 est fonction linéaire croissante de Lv . De son côté, le B.R.M.A. (ref. 2) a réalisé à Bou-Kiama un échantillonnage expérimental qui a montré que σ^2 était fonction linéaire décroissante de Lv . C'est tout à fait insuffisant. Il serait souhaitable que cette vérification soit entreprise dans toutes les mines qui en ont la possibilité. Le bénéfice qu'en tirerait la Recherche Minière serait sans commune mesure avec les quelques heures de calcul nécessaires.

REFERENCES

- (1) M. ALLAIS. — Notes de travail.
 - (2) B.R.M.A. — Notes et rapports statistiques divers (non publié).
 - (3) D.G. KRIGE. — A statistical approach to some Mine valuation and allied problems on the Witwaters rand. — *Thèse présentée à l'Université du Witwatersrand - Johannesburg* 1951.
 - (4) D.G. KRIGE. — A statistical analysis of some of the boreholes values in the Orange Free State Goldfield. — *Journal of the chemical metallurgical and Mining Society of South Africa*. — vol. 53, n° 3, septembre 1952.
 - (5) H.S. SICHEL. — Mine valuation and maximum likelihood. — *Thèse présentée à l'université du Witwatersrand - Johannesburg* 1949.
 - (6) DE WIJS. — Statistics of ore distribution, Part I. — *Geologie in Mijnbouw*. — Novembre 1951.
 - (7) DE WIJS. — Statistics of ore distribution, Part II, id. Janvier 1953.
 - (8) R. DUVAL. — Contribution à l'étude de l'échantillonnage des gisements. — *Annales des Mines*. — Janvier 1955.
- N.D.L.R. — Voir aussi le numéro des *Annales des Mines* de décembre 1955 entièrement consacré à ces questions.