M. Matheron

B.R.M.A.
Cinq Maisons
MAISON CARREE

/GM/CC/

ALGER, le 3 JUIN 1955

NOTE STATISTIQUE n° 10

Etude des correlations entre teneurs et hauteurs minéralisées

- Le cas où il existe de telles correlations n'a pas encore été envisagé. Il est cependant de la plus haute importance, puisqu'il renferme la quasi-totalité des gîtes filoniens ou alluvionnaires. La pratique normale en pareil cas consiste à raisonner sur les "teneurs pondérées" hx, ou les poids métal au m². Les hx et les h suivent la loi log-normale, de sorte que la teneur moyenne du gisement est le rapport du hx moyen au h moyen. Mais ce procédé ne donne pas la dispersion des teneurs x elles mêmes. En fait, on peut distinguer deux cas bien différents du point de vue pratique.

a) Cas d'un filon très mince - On est sur que la hauteur h' de dépilage sera presque partout supérieure à la puissance h de la minéralisation. Dans ce cas, la teneur pratique, c'est à dire la teneur que l'on obtiendra à l'exploitation, est hx - h' étant une constante, hx est ici véritablement une teneur. La dispersion des hx, en particulier, n'est pas différente de celle de la teneur, et par suite l'étude des hx suffit à épuiser le problème.

$\frac{hx}{h'}$

b) Cas d'un filon épais - La puissance h de la minéralisation est à peu près partout supérieure à la valeur minima de la hauteur h' de dépilage, telle qu'elle résulte des conditions techniques de l'exploitation. Alors l'étude des hx ne suffit plus, car c'est la teneur vraie (physique) x qui fixe la rentabilité du gisement. Il est absolument nécessaire de connaître la loi de la répartition de x en fonction du tonnage. Si le gisement est reconnu par travaux miniers, on a directement cette loi. Dans le cas, étudié ici, de la reconnaissance par sondages, ce que l'on connait, c'est la loi de répartition de x en fonction de la surface horizontale, et non pas du tonnage. Comment passer d'une loi à l'autre, et comment appliquer la correlation locale, ou correction de KRIGE (correction ayant pour but de rectifier l'erreur systématique d'échantillonnage), tel est le but de la présente note. La première partie, qui ne fait que transposer en langage log-normal la pratique seculaire des moyennes pondérées, montre comment on obtient la loi de x en fonction du tonnage. La seconde partie, après des calculs

.../...

très longe, arrive à la conclusion réconfortante que l'on a le droit d'appliquer la correction habituelle de KRIGE à la loi ainsi obtenue. Du point de vue pratique, cet--tee théorie n'est valable que pour les filons épuis. Le cas mixte, où la puissance serait tantôt supérieure, et tantôt inférieure, à la hauteur minima de dépilage, introduira d'évidentes complications.

I - Loi de répartition de la teneur x en fonction du tonnage -

Le gisement a été reconnu par sondages. Chaque carotte, prise d'une éponte à l'autre donne:

- une puissance h -
- une teneur x -
- une teneur pondérée y = hx -

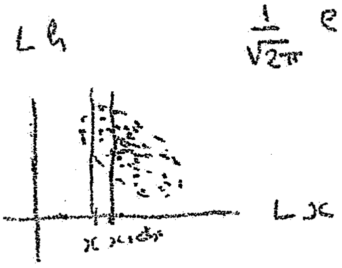
Etudier la loi de répartition des x, c'est étudier la répartition de la teneur en fonction de la surface horizontale; y, h et x sont log-normaux. Soient μ_y, μ_h, μ_x, σ_y, σ_h, σ_x, leurs paramètres. Ce ne sont pas des variables indépendan--tes. Nous désignons, (dans cette première partie) par ρ le coefficient de corre--lation, généralement négatif, entre h et x.

Considérons la tranche de teneur x - x + dx, et posons

$$z = \frac{1}{\sigma_x} L \frac{x}{\mu_x}$$

La surface du gisement étant divisée en un grand nombre de surfaces s (section d'une carotte), la proportion des surfaces s donnant des teneurs comprises entre x et x + dx est :

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz$$



La puissance moyenne h (x) des surfaces s ayant donné cette teneur x est, d'après les formules (20) [des corrélations entre variables log-normales] - (N. St. n° 1 et 2) :

$$h(x) = \mu_h\left(\frac{x}{\mu_x}\right)^{\rho\frac{\sigma_h}{\sigma_x}} e^{\frac{\sigma_h^2(1-\rho^2)}{2}} = m_h\, e^{\rho\sigma_h z - \rho^2\frac{\sigma_h^2}{2}}$$

m_h n'est autre que la valeur moyenne de h, ou puissance moyenne. Par suite, le gisement étant divisé en cylindres de sections s, le pourcentage <u>du tonnage</u> donnant une teneur comprise entre x et x + dx, est :

$$f(z)\,dz = \frac{h(x)}{m_h}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-z^2/2}\,dz$$

Soit :

$$(1) \qquad f(z)\,dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(z-\rho\sigma_h)^2}{2}}\,dz$$

Autrement dit, la loi de x en fonction du tonnage est également log-normale, la variable réduite étant, non plus z, mais:

$$(2) \qquad z' = z - \rho\sigma_h = \frac{1}{\sigma_x}\,L\,\frac{x}{\mu_x\, e^{\rho\sigma_h\sigma_x}}$$

La formule (2) montre:

1°) - que la variance de x (en fonction du tonnage) est la même que la variance σ_x^2 de x (en fonction de la surface).

2°) - que la médiane de x, en fonction du tonnage, n'est plus μ_x mais:

$$(3) \qquad \mu'_x = \mu_x\, e^{\rho\sigma_x\sigma_h}$$

3°) - que par suite la teneur moyenne m'_x du gisement (moyenne de x en fonction du tonnage), se déduit de la moyenne non pondérée m_x par la formule:

$$(4) \qquad m'_x = m_x\, e^{\rho\sigma_x\sigma_h}$$

ρ étant généralement négatif, cette moyenne est inférieure à m_x

Vérification : m'x doit être égal au rapport m_y/m_h (moyenne pondérée)

$$(5) \qquad m'_x = \frac{m_y}{m_h}$$

des valeurs moyennes de y = hx et de h. Il en est bien ainsi. En effet on a d'abord

$$m_h = \mu_h e^{\sigma_h^2/2}$$

Quant à y = hx, c'est une variable log-normale de médiane

$$\mu_y = \mu_h \mu_x$$

et de variance

$$(6) \qquad \sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_h^2 + 2\rho\sigma_x\sigma_h$$

donc de moyenne

$$m_y = \mu_y e^{\sigma_y^2/2} = \mu_h e^{\sigma_h^2/2} \mu_x e^{\sigma_x^2/2} e^{\rho\sigma_h\sigma_x} = m_x m_h e^{\rho\sigma_h\sigma_x}$$

Donc on a bien

$$\frac{m_y}{m_h} = m_x e^{\rho\sigma_x\sigma_h} \simeq m'_x$$

Il va sans dire que σ_x^2 doit subir ensuite la correction habituelle de de WIJS.

II Application de la correction de KRIGE pour les teneurs -

La teneur x doit être définie, physiquement, comme le rapport de la teneur pondérée à la hauteur minéralisée. Reprenons le raisonnement de la note statistique n°4, avec 4 variables au lieu de deux.

Notations - Soient x_1 et x_2 la teneur pondérée et la puissance d'une surface Si, x_3 et x_4 la teneur pondérée et la puissance d'une surface s; soient μ_ξ et σ_ξ les paramètres de la loi de x_ξ dans S, et $\rho_{\xi\ell}$ le coefficient de corrélation de x_ξ et x_ℓ. Montrons tout d'abord que les 6 $\rho_{\xi\ell}$ $(\xi \neq \ell)$ ne dépendent en réalité que de 2 paramètres.

a) Le principe de de WIJS montre que ρ_{12} et ρ_{34} sont égaux:

$$\boxed{\rho_{12} = \rho_{34} = \rho} \tag{6}$$

ρ n'a plus la même signification que dans la 1re partie. Il désigne ici le coefficient de corrélation de lh et de lhx.

En effet, on a:

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} \qquad \rho_{34} = \frac{\sigma_{34}}{\sigma_3 \sigma_4}.$$

De WIJS nous apprend que:

$$\sigma_{12} = \alpha_{12} \, L \frac{S}{S_i} \qquad \sigma_{34} = \alpha_{12} \, L \frac{S}{1}$$

$$\sigma_1 \sigma_2 = \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} \; L \frac{S}{S_i} \qquad \sigma_3 \sigma_4 = \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} \; L \frac{S}{1}$$

D'où

$$\rho_{12} = \rho_{34} = \frac{\alpha_{12}}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} = \rho$$

.../...

b) De même, on a nécessairement

(7) $$\boxed{\rho_{13} = \rho_{24} = \lambda}$$

En effet, d'après la N. St. n°4, formule (2)

(8) $$\begin{cases} \rho_{13} = \dfrac{\sigma_{13}}{\sigma_1 \sigma_3} = \dfrac{\sigma_1}{\sigma_3} \\[2ex] \rho_{24} = \dfrac{\sigma_{24}}{\sigma_2 \sigma_4} = \dfrac{\sigma_2}{\sigma_4} \end{cases}$$

Et, d'après la formule de de WIJS,

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\sigma_2}{\sigma_4} = \sqrt{\frac{L\,S/S_i}{L\,S/1}} = \lambda$$

Alors que ρ est un coefficient intrinseque (caractéristique du gisement), λ est un facteur purement géométrique.

c) Restent ρ_{23} et ρ_{14} - Si l'on remarque que les teneurs $x = \frac{x_3}{x_4}$ et $x_i = \frac{x_1}{x_2}$ des surfaces 1 et S_i suivent aussi la loi de de Wijs, on voit que λ est également le coefficient de corrélation de x et x_i, d'où l'on déduit

$$\lambda = \frac{E\left(L\frac{x}{\mu_x} \times L\frac{x_i}{\mu_{x_i}}\right)}{\sigma_x \sigma_{x_i}} = \frac{\sigma_{13} + \sigma_{24} - \sigma_{23} - \sigma_{14}}{\sigma_x \sigma_{x_i}}$$

Mais

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\,\sigma_1\sigma_2} = \lambda\,\sigma_x$$

et

$$\begin{cases} \sigma_{13} = \lambda\, \sigma_1 \sigma_3 = \sigma_1^2 \\ \sigma_{24} = \lambda\, \sigma_2 \sigma_4 = \sigma_2^2 \\ \sigma_{23} = \rho_{23}\, \sigma_2 \sigma_3 = \rho_{23}\, \sigma_2^2 / \lambda \\ \sigma_{14} = \rho_{14}\, \sigma_1 \sigma_4 = \rho_{14}\, \sigma_1^2 / \lambda \end{cases}$$

Il vient finalement

$$2 \rho\, \sigma_1 \sigma_2 = (\rho_{23} + \rho_{14}) \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\lambda}$$

Soit:

$$(9) \qquad \boxed{\rho_{23} + \rho_{14} = 2 \lambda \rho}$$

Montrons enfin que ρ_{23} et ρ_{14} sont égaux. Lorsque x_1 et x_2 sont fixés, la variance liée de x_3, par exemple, (voir N. St. 2, p.2, infine) est:

$$\sigma_{3.12}^2 = \sigma_3^2 \frac{1 + 2 \rho_{12} \rho_{23} \rho_{31} - \rho_{12}^2 - \rho_{23}^2 - \rho_{31}^2}{1 - \rho_{12}^2}$$

$$= \sigma_3^2 \frac{1 + 2 \lambda \rho \rho_{23} - \rho_{23}^2 - (\lambda^2 + \rho^2)}{1 - \rho^2}$$

C'est la variance de x_3 lorsque l'on a choisi le panneau S1. Si l'on ne considérait que la loi à deux variables x_1, x_3, la N. St.4 nous apprend que la variance de x_3 à x_1 fixé, donc la même variance de x_3 dans S1 est $\sigma_2^3 (1 - \lambda^2)$. On a donc:

.../...

$$(10) \quad 1 + 2\lambda\rho\rho_{23} - \rho_{23}^2 - (\rho^2 + \lambda^2) = (1-\lambda^2)(1-\rho^2)$$

et une équation identique en ρ_{14}. Compte ~~aussi~~ tenu de (9), l'addition de ces deux équations conduit à

$$(\rho_{23} - \rho_{14})^2 = 0$$

Donc on a:

$$(11) \quad \boxed{\rho_{23} = \rho_{14} = \lambda\rho}$$

Cette relation signifie que $\rho_{23 \cdot 1}$, coefficient de correlation de x_2 et x_3 lorsque x_1 est fixé, est nul: la teneur pondérée de s ne dépend de la puissance minéralisée $h_1 = x_2$ de S_1 que par l'intermédiaire de la teneur pondérée x_1 de S_1: celle ci fixée, elle n'en dépend plus. De même, $\rho_{14 \cdot 3}$ est nul.

En résumé:

$$(12) \quad \begin{cases} \rho_{12} = \rho_{34} = \rho \\ \rho_{13} = \rho_{24} = \lambda \\ \rho_{14} = \rho_{23} = \lambda\rho \end{cases}$$

Les formules classiques donnent les coefficients totaux:

$$(13) \quad \begin{cases} \rho_{34 \cdot 1} = \rho\sqrt{\dfrac{1-\lambda^2}{1-\lambda^2\rho^2}} & \rho_{34 \cdot 2} = \rho\sqrt{\dfrac{1-\lambda^2}{1-\lambda^2\rho^2}} \\ \rho_{23 \cdot 1} = 0 & \rho_{13 \cdot 2} = \lambda\sqrt{\dfrac{1-\lambda^2}{1-\lambda^2\rho^2}} \\ \rho_{24 \cdot 1} = \lambda\sqrt{\dfrac{1-\rho^2}{1-\lambda^2\rho^2}} & \rho_{14 \cdot 2} = 0 \end{cases}$$

et les coefficients analogues à x_3 et x_4 fixés. On en déduit:

$$(14) \qquad \boxed{\rho_{12\cdot 34} = \rho_{34\cdot 12} = \rho}$$

relation qui confirme le caractère intrinsèque de ρ -

— Les variances liées sont, de même:

$$(15) \qquad \begin{cases} \sigma^2_{3\cdot 12} = \sigma^2_3 (1-\lambda^2) \\ \sigma^2_{4\cdot 12} = \sigma^2_4 (1-\lambda^2) \end{cases} \qquad \begin{cases} \sigma^2_{1\cdot 34} = \sigma^2_1 (1-\lambda^2) \\ \sigma^2_{2\cdot 34} = \sigma^2_2 (1-\lambda^2) \end{cases}$$

<u>Correction de KRIGE</u> - Il s'agit de trouver la valeur probable de la teneur $x_1 = \frac{x_1}{x_2}$ du panneau Si, lorsque l'on connait la teneur pondérée x_3 et la puissance minéralisée x_4 d'une carotte s intérieure à Si - Etudions donc la loi de x_1 liée par x_3 et x_4.

a) x_3 et x_4 étant fixées, x_1 est une variable log-normale. Sa médiane μ'_1 est donnée par la note St. n°2.

$$\mu'_1 = \mu_1 \left(\frac{x_3}{\mu_3}\right)^{\beta_{1\cdot 3}} \left(\frac{x_4}{\mu_4}\right)^{\beta_{1\cdot 4}}$$

avec

$$\begin{cases} \beta_{1\cdot 3} = \dfrac{\rho_{13} - \rho_{14}\rho_{34}}{1-\rho^2_{34}} \dfrac{\sigma_1}{\sigma_3} = \lambda^2 \\ \beta_{1\cdot 4} = \dfrac{\rho_{14} - \rho_{34}\rho_{13}}{1-\rho^2_{34}} = 0 \end{cases}$$

Donc

$$\mu'_1 = \mu_1 \left(\frac{x_3}{\mu_3} \right)^{\lambda^2} \qquad (16)$$

Sa variance est:

$$\sigma'^2_1 = \sigma^2_{1.34} = \sigma^2_1 (1 - \lambda^2) \qquad (17)$$

b) De même x_2 est log-normale avec les paramètres.

$$(18) \quad \begin{cases} \mu'_2 = \mu_2 \left(\frac{x_4}{\mu_4} \right)^{\lambda^2} \\ \sigma'^2_2 = \sigma^2_{2.34} = \sigma^2_2 (1 - \lambda^2) \end{cases}$$

c) x_1 et x_2 étant liées par le coefficient ρ , $x_i = \frac{x_1}{x_2}$ est log-normale de paramètres:

$$(19) \quad \begin{cases} \mu' = \frac{\mu'_1}{\mu'_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \left(\frac{x_3}{\mu_3} \right)^{\lambda^2} \left(\frac{x_4}{\mu_4} \right)^{-\lambda^2} \\ \sigma'^2 = \sigma'^2_1 + \sigma'^2_2 - 2\rho \sigma'_1 \sigma'_2 = (1 - \lambda^2)(\sigma^2_1 + \sigma^2_2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2) \end{cases}$$

Si, reprenant une notation traditionnelle, on désigne par σ^2 la variance de la teneur x de s dans S, par σ^2_i celle de s dans Si et σ^2_μ celle de Si dans S, on voit que:

$$\sigma'^2 = (1 - \lambda^2) \sigma^2_\mu = \frac{\sigma^2_i \sigma^2_\mu}{\sigma^2} \qquad (20)$$

.../...

La valeur probable de x_i est:

$$E(x_i) = \mu' e^{\sigma'^2/2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\frac{x_3}{\mu_3}\right)^{\lambda^2}\left(\frac{x_4}{\mu_4}\right)^{-\lambda^2} e^{\frac{\sigma_i^2 \sigma_\mu^2}{2\sigma^2}}$$

Mais

$$\begin{cases} \mu_1 = m_1\, e^{-\sigma_1^2/2} \\ \mu_3 = m_1\, e^{-\sigma_3^2/2} = m_1\, e^{-\frac{\sigma_1^2}{2\lambda^2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mu_2 = m_2\, e^{-\sigma_2^2/2} \\ \mu_4 = m_2\, e^{-\sigma_2^2/2\lambda^2} \end{cases}$$

Finalement

$$E(x_i) = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{x_3}{m_1}\right)^{\lambda^2}\left(\frac{x_4}{m_2}\right)^{-\lambda^2} e^{\frac{\sigma_i^2 \sigma_\mu^2}{2\sigma^2}}$$

$\frac{m_1}{m_2}$ est la teneur moyenne vraie (pondérée) m. $\frac{x_3}{x_4}$ est la teneur x de la carotte s.
Enfin, on a

$$\lambda = \frac{\sigma_\mu}{\sigma}$$

par suite

$$(19) \qquad \boxed{E(x_i) = m\left(\frac{x}{m}\right)^{\frac{\sigma_\mu^2}{\sigma^2}} e^{\frac{\sigma_i^2 \sigma_\mu^2}{2\sigma^2}}}$$

On reconnait, dans cette formule (19), la formule classique de KRIGE 5 (N. St. n°6 formule (3)) -

.../...

III Conclusion sur le cas du filon épais -

Dans le cas d'un filon épais, la loi de répartition de la teneur en fonction du tonnage, ou loi réelle, a la même variance que la loi apparente des teneurs non pondérées des carottes. La teneur moyenne, généralement plus faible que la teneur moyenne apparente (non pondérée) s'obtient en faisant le rapport du hx moyen au h moyen calculés par les formules log-normales. La médiane s'en déduit ensuite. La correction locale de KRIGE formule (19) permet de déduire la teneur probable du panneau Si à partir de la teneur x de la carotte centrale, à condition de prendre comme valeur de m la moyenne de la loi réelle, c'est à dire la teneur moyenne réelle (pondérée) du gisement. Ce résultat, qui parait intuitif, n'était pas évident à priori, en raison de la perturbation apportée au schéma classique par l'existence d'une corrélation entre x et h. Il est remarquable, en particulier, que la valeur probable x_i ne soit pas égale au rapport des valeurs probables m'1 et m'2 de x_1 et x_2. On trouve, en effet:

$$(20) \quad E(x_i) = \frac{m'_1}{m'_2}\, e^{(1-\lambda^2)(\sigma^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)}$$

• Dans ce cas, en effet, on a $\rho = \frac{\sigma^2}{\sigma_1 \sigma_2}$

Cette divergence ne disparait que si $\lambda = 1$, c'est à dire si l'on connait la teneur réelle de Si, ou si h et x sont indépendants.• Il n'est donc pas indifférent d'appliquer la correction locale à x ou à hx. On doit l'appliquer, en fait, à celle de ces deux variables dont l'importance économique est prépondérante, x si le filon est épais, hx si le filon est mince. Le cas intermédiaire parait plus difficile.

IV Cas mixte : filon d'épaisseur moyenne -

La puissance h est ici tantôt supérieure et tantôt inférieure à la hauteur minima h' de dépilage. La loi log-normale doit être cassée en deux: pour la fraction du tonnage correspondant à h $<$ h', la teneur est $\frac{hx}{h'}$, pour la fraction h $>$ h' la teneur est x. Examinons successivement l'évaluation globale et la correction de KRIGE.

.../...

A) Evaluation d'un filon d'épaisseur moyenne - On connait les lois de répartitions de h, de hx = y et de x, et m dési-gne la teneur moyenne physique du gisement

$$(21) \qquad m = \frac{(hx)\ \text{moyen}}{h\ \text{moyen}}$$

cherchons la teneur m' qui apparaitra à l'exploitation. Soit ζ la variable réduite correspondant à h' -

$$(22) \qquad \zeta = \frac{1}{\sigma_h} \, L \frac{h'}{\mu_h}$$

Il est entendu que les variances ont subi la correction de de WIJS. Evaluons m' -

1) Teneur de la fraction $h < h'$, c'est la valeur moyenne m_1 de $\frac{hx}{h'}$ dans cette frac-tion. Elle est donnée par la formule des minerais connexes:

$$(23) \qquad m_1 = \frac{m_{hx}}{h'} \; \frac{1 - G(\zeta - \rho \sigma_{hx})}{1 - G(\zeta)}$$

ρ désigne ici (comme dans la partie II) le coefficient de corrélation entre hx et h. La surface correspondante est donnée (en pourcentage de la surface totale) par

$$(24) \qquad S_1 = 1 - G(\zeta)$$

Le tonnage correspondant est donné, en pourcentage du tonnage physique du gisement, (puisque la surface S_1 est définie, par hypothèse, par une hauteur h'), par

$$(25) \qquad T_1 = \frac{h'}{m_h} \left[1 - G(\zeta) \right]$$

.../...

2) Teneur moyenne de la fraction $h > h'$ - La loi de répartition de h est une loi fonction des surfaces horizontales, et non des tonnages. On est obligé de définir la teneur moyenne m_2 de cette fraction par le rapport

$$(26) \qquad m_2 = \frac{(hx)\,m}{hm}$$

des valeurs moyennes, dans cette fraction, de hx et de h. On a:

$$\begin{cases} (hx)_m = m_{h,x} \dfrac{G(\zeta - \rho\,\sigma_{h,x})}{G(\zeta)} \\[2ex] h_m = m_h \dfrac{G(\zeta - \sigma_h)}{G(\zeta)} \end{cases}$$

D'où

$$(27) \qquad m_2 = m \frac{G(\zeta - \rho\,\sigma_{hx})}{G(\zeta - \sigma_h)}$$

Le tonnage, en pourcentage du tonnage physique, est:

$$(28) \qquad T_2 = \frac{h_m}{m_h} G(\zeta) = G(\zeta - \sigma_h)$$

La teneur moyenne (des deux fractions) se calcule par la formule:

$$(29) \qquad m' = \frac{m_1T_1 + m_2T_2}{T_1 + T_2}$$

où T1 + T2 représente le tonnage minerai, en pourcentage du tonnage physique, tou--jours plus petit, et $m_1T_1+m_2T_2$ le tonnage métal.

<u>Remarque</u> - m_1, m_2 et m' sont les teneurs calculées dans l'hypothèse où l'on exploi- -te la totalité du gisement, avec une hauteur de dépilage supérieure ou égale à h'. En fait, les panneaux pauvres sont laissés en place. On ne prend que les panneaux tels que $\frac{hx}{h'}$ où x soit supérieur à la teneur limite d'exploitabilité. Mais, ayant cassé la loi log-normale, il n'est pas possible de calculer par une formule simple la teneur du tonnage répondant aux conditions

$$\begin{cases} h > h' \\ x > x_0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} h < h' \\ hx > h'x_0 \end{cases}$$

L'existence de deux inégalités conduit à des formules non intégrales (à moins que h et x ne soient indépendants).

Pour les filons moyens, il n'existe pas de formule des tranches de teneurs. Il est possible, cependant, de faire une évaluation approximative de la répartition par tranches à partir de la correction de KRIGE.

B) Correction de KRIGE pour un filon moyen -

Les formules précédentes sont des formules exactes. A partir de maintenant, nous devons nous contenter de formules approximatives. Une carotte a donné les valeurs h, x et hx. h est supérieur, ou inférieur à h', mais la hauteur h est variable dans le panneau centré sur ce sondage. Il se peut que h y soit tantôt supérieur et tantôt inférieur à h'. Une première approximation va consister à admettre que h est cons- -tant dans tout le panneau, et égal à la valeur moyenne probable de h dans ce pan- -neau, valeur donnée par la formule de KRIGE:

$$(30) \qquad E(h) = m_h \left(\frac{h}{m}\right)^{\frac{\sigma_m^2}{\sigma^2}} e^{\frac{\sigma_i^2 \sigma_m^2}{2\sigma^2}}$$

où les σ^2 sont les variances de h. La valeur critique h_c de h, telle que

$$E\ (h_c) = h'$$

.../...

est donc égale à :

$$(31) \qquad h_c = m\left(\frac{h'}{m}\right)^{\frac{\sigma^2}{\sigma^2_\mu}} e^{-\frac{\sigma_i^2}{2}}$$

suivant que h est supérieur, ou inférieur à h_o on raisonnera sur x ou sur $\frac{hx}{h'}$

1°) $h > h_o$ - On raisonne sur x. La valeur probable de x est donnée par la formule (19). Chaque sondage donne une valeur E (x). On ne retiendra que les sondages tels que

$$E\ (x) > x_o$$

et on calculera la moyenne arithmétique et le tonnage correspondant par les méthodes habituelles, soient m'_1 et T'_1.

2°) $h < h_o$ - On raisonne sur hx. La formule de KRIGE donne la valeur probable de hx, E (hx). Chaque sondage donne une valeur de E (hx). On ne retient que ceux pour lesquels

$$\frac{E\ (hx)}{h'} > x_o$$

et on calcule la teneur moyenne m'_2 et le tonnage T'_2 par les méthodes arithmétiques ordinaires.

Le tonnage exploitable est:

$$T' = T'_1 + T'_2$$

La teneur moyenne de ce tonnage est

$$m' = \frac{m'_2\ T'_1 + m^2_2\ T'_2}{T'_1 + T'_2}$$

.../...

Conclusion - L'analyse log-normale est en échec dans le cas du filon moyen. La méthode approximative proposée est cependant meilleure que la méthode ordinaire, consistant à faire les mêmes calculs arithmétiques sur les teneurs des carottes elles mêmes. La correction de KRIGE, en effet, permet de passer des teneurs des carottes à celle des panneaux. Mais la méthode reste approximative, puisqu'elle assimile la teneur réelle du panneau à sa valeur probable. Elle conduira toujours à une sous-estimation de la teneur moyenne, alors que la méthode ordinaire la suresti-time toujours. L'erreur sur le tonnage sera également toujours au sens inverse de la méthode ordinaire. Pour réduire empiriquement cette erreur, il est bon de prendre pour le panneau un tonnage plus faible que celui correspondant à la véritable "unité d'exploitation", le dixième, par exemple, de la production journalière envisagée.

Signé: G. MATHERON