Alger – Novembre 1955

ETUDE GEOSTATISTIQUE DU GISEMENT DE BOU-KIAMA

—

G. Matheron

- :- :- :- :- :- :- :- :- :- :- :- :- :- :- :-

TABLE des MATIERES

-:-:-:-

I .- INTRODUCTION

1°/ Les données disponibles

Ce rapport ne concerne que le panneau central. Les données de base sont fournies par les plans de teneurs des niveaux 150, 180 et 200. Si l'échantillonnage systématique, à la volée, des niveaux 150 et 180, et les corrections effectuées, suivant des règles bien définies, par M. FINKELSTEIN et HANDEL conduisent, pour ces niveaux, à des données que l'on peut, raisonnablement, considérer comme représentatives, et surtout comme homogènes entre elles, il n'en est malheureusement pas de même pour le niveau 200 : à ce niveau, en effet, l'échantillonnage a été fait, tantôt par saignées, tantôt par prélévements à la volée, et les corrections de teneur n'ont généralement pas été faites, de sorte que les données correspondantes ne sont homogènes ni entre elles, ni avec celles des autres niveaux. Dans une étude purement scientifique, on ne retiendrait donc que les données relatives aux niveaux 150 et 180. Cette étude sera faite ici, principalement dans le but de déterminer la dispersion absolue α du gisement. Elle sera doublée d'une étude tenant compte dans la mesure du possible, du niveau 200, et dont le but pratique sera de déterminer la teneur moyenne et son seuil de confiance

Le gisement étant filonien, on doit s'attendre à une correlation négative entre teneurs et puissances, les passages plus puissants ayant, en moyenne, des teneurs plus faibles, et inversement. C'est pourquoi il sera nécessaire d'étudier les trois lois de répartition des teneurs, des puissances et des poids métal au mètre carré. La note statistique N° 10 fournira l'armature théorique de cette étude. Le filon étant du type dit "de puissance moyenne", il ne sera pas possible d'utiliser les formules générales de décomposition en tranches de teneur. On est en effet dans le cas où la loi lognormale est "cassée en deux" par les servitudes techniques obligeant à dépiler sur une puissance de 1 m au moins, de sorte que la définition de la teneur n'est pas la même lorsque la puissance est inférieure ou supérieure à 1 m. On sait qu'en pareil cas la décomposition en tranches de teneurs n'est possible que si teneurs et puissances sont indépendantes, c'est-à-dire ont un coefficient de correlation nul. Une telle décomposition ne présenterait, d'ailleurs, qu'un intérêt médiocre dans le cas de Bou-Kiama, où le problème est de tout prendre ou de ne rien prendre du tout.

En pratique, on ne considérera pas les puissances, mais les traversées horizontales. Chaque volée fournit trois données :

- la traversée horizontale, h, exprimée en mètres
- la teneur x %, ramenée à sa valeur physique, c'est-à-dire entre épontes
- le poids métal par mètre carré vertical d'épontes, soit $P = 30\ hx$ en $Kilo/m^2$ avec une densité égale à 3.

2°/ Frange minéralisée -

Les limites des colonnes minéralisées sont presque toujours évidentes. L'ensemble des données est visiblement hétérogènes, alors que les données relatives aux colonnes seules, telles que les géologues les ont définies, constituent des populations lognormales homogènes. Les intervalles entre colonnes représentent donc une frange minéralisée, dont la séparation se fait d'elle même. Il est intéressant, d'un point de vue théorique, de voir la méthode statistique confirmer la notion géologique de colonne minéralisée. Les évaluations ne porteront donc que sur les colonnes.

3°/ Pondération des données -

Un simple coup d'oeil sur les plans de teneurs suffit à montrer que l'échantillonnage n'a pas été effectué de la même façon aux différents niveaux. Le niveau 150, par exemple, est représenté par 134 analyses, contre 65 pour le niveau 180, c'est-à-dire deux fois moins, alors que les longueurs minéralisées sont du même ordre de grandeur. Un calcul effectué en attribuant le même poids aux diverses données surestimerait donc l'influence du niveau 150, dont la teneur est plus riche et la puissance plus faible que la moyenne.

En pareil cas, KRIGE recommande de pondérer les fréquences moyennes par lestonnages, c'est-à-dire ici par les longueurs minéralisées. En règle générale, une telle pondération est inutile lorsque la longueur de la volée peut-être considérée comme indépendante de la teneur et choisie au hasard. A BOU-KIALA, si, à chaque niveau, cette longueur est bien indépendante de la teneur, par contre la valeur moyenne de cette longueur est significativement différente aux trois niveaux (elle est en particulier, plus faible au N. 150 qu'aux deux autres), et c'est pourquoi la pondération s'impose.

Il résulte d'ailleurs de la Note Statistique n° 10 qu'une telle pondération ne modifie pas la variance de la loi. A titre de vérification, nous calculerons également les paramètres de la loi non pondérée, et nous constaterons l'identité des variances. La moyenne, par contre, sera sensiblement différente. Il en résulte que les calculs d'erreurs devront être conduits de la même façon que s'il n'y avait pas eu pondération, la précision ne dépendant que de la variance et du nombre N d'échantillons (N=221 pour l'ensemble des trois niveaux).

Les longueurs moyennes en mètre des volées, pour chaque colonne et à chaque niveau, sont les suivantes :

N. 150	N. 180
C 1 : 3,20 m	C 1 = 2,96 m
C 2 : 1,44 m	C 2 = 2,66 m
C 3 : 1,20 m	C 3 = 3,20 m
C 4 : 1,22 m	C 4 = 2,70

4°/ Valeurs douteuses du Niveau 150 -

Enfin, on sait qu'un doute s'étant élevé à propos de l'échantillonnage du Niveau 150, aux alentours du mètre 215, un contre-échantillonnage effectué par saignées, dans cette zone, a, dans l'ensemble, confirmé les premières valeurs. Cependant, un premier ajustement effectué sur les teneurs x des volées a montré l'existence de six valeurs aberrantes, provenant précisément de cette zone. Ces teneurs, qui paraissent à priori excessives lorsqu'on les ramène à leurs valeurs entre épontes, le filon étant très mince dans cette passée (h = 0,5m), sont les suivantes :

- 57,6 % - 48,2 % - 64,6 % - 47,2 % - 48 % - 42,4 % .

Or, les quatre saignées effectuées dans la même zone ont donné les valeurs suivantes :

- 18,9 % - 45 % - 29,4 % - 27,6 % .

soit une moyenne de 30 % au lieu de 50 %. Les six valeurs en question ont été remplacées par les quatre valeurs fournies par les saignées et deux valeurs fictives égales à la moyenne de ces quatre saignées. L'ajustement est alors devenu excellent. (voir figures 3 et 3 bis ci-dessous).

5°/ Présentation des données -

Les tableaux I, II et III présentent, sous forme d'histogrammes, les donnéesrelatives aux niveaux 150 et 180. Ces tableaux serviront aux calculs théoriques. Pour l'évaluation pratique du gisement, les tableaux IV, V et VI fournissent l'ensemble des données relatives aux trois niveaux, y compris le niveau 200.

En face de x = 1,99, dans le tableau V, nous lisons 9,74, ce qui signifie qu'il y a 9,74 m de galeries ayant fourni des teneurs entre épontes comprises entre 1,99 % et 2,51 %.

Le plan de cette étude sera le suivant :

- Evaluation du gisement (teneurs ettonnages)
- Etude des paramètres lognormaux
- Vérification du principe de similitude.

Tableau 1 - TRAVERSEES HORIZONTALES

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

	Niveau 150				Total N.150	Niveau 180				Total B.180	Total des deux niveaux
	C1	C2	C3	C4		C1	C2	C3	C4		
,251				1,22	1,22						1,22
,316											
,228											
,501		12,90	1,20	12,20	26,30						26,30
,[illegible]51			3,60		3,60						3,60
,734	3,20	2,88	9,60	9,76	25,44	2,96				2,96	28,40
	3,20	5,76	6,00	12,20	27,16	20,72	5,32		8,10	34,14	61,30
,55	6,40		16,80	21,96	45,16	5,92		6,40		12,32	57,48
,53		12,90	8,40	3,66	24,96	14,80	13,30	6,40		34,50	59,46
,99	6,40		12,00		18,40		18,62	9,60		28,22	46,62
,51		1,44	4,80		6,24	2,96	5,32	9,60	8,10	25,98	32,22
,16			1,20		1,20	2,96	5,32	6,40	2,70	17,38	18,58
,98							10,64		8,10	18,74	18,74
,01									10,80	10,80	10,80
otal	19,20	36,20	63,90	61,00	180,30	50,40	57,00	38,30	38,00	184,70	365,00

Tableau II - TENEURS ENTRE EPONTES

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

	Niveau 150				Total N. 150	Niveau 180				Total N. 180	Total des deux niveaux
	C1	C2	C3	C4		C1	C2	C3	C4		
1,53		1,44			1,44						1,44
1,99				1,22	1,22		5,32	3,20		8,52	9,74
2,51		4,32	4,80		9,12			3,20		3,20	12,32
3,16		2,88	8,40		11,28	2,96	2,66	6,40		12,02	23,30
3,98	3,20	11,52	6,00	2,44	23,16	8,88	18,62	9,60	2,70	39,80	62,96
5,01	3,20	8,64	2,40	4,88	19,12	14,80	5,32	3,20	16,20	39,52	58,64
6,31	3,20	2,88	9,60	9,76	25,44	8,88	7,98	12,80	13,50	43,16	68,60
7,94	9,60	2,88	8,40	8,54	29,42	5,92	5,32			11,24	40,66
10		1,44	4,80	6,10	12,34	8,88	10,64		2,70	22,22	34,56
12,6			6,00	8,54	14,54		2,66		2,70	5,36	20,90
15,8			8,40	4,88	13,28						13,28
19,9			4,80	7,32	12,12						12,12
25,1				4,88	4,88						4,88
31,6				1,22	1,22						1,22
39,8				1,22	1,22						1,22

Tableau III - POIDS METAL AU m^2 D'EPONTE VERTICAL

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

	Niveau 150				Total N.150	Niveau 180				Total N.180	Total des 2 niveaux
	C1	C2	C3	C4		C1	C2	C3	C4		
50,1		1,44			1,44						1,44
63,1		2,88			2,88						2,88
79,4		2,88			2,88	2,96				2,96	5,84
100	3,20	8,64		2,44	14,28			3,20		3,20	17,48
126		11,52	3,60	1,22	16,34	2,96				2,96	19,30
158		2,88	7,20	3,66	13,74	2,96	5,32	9,60	2,70	20,58	34,32
200		1,44	3,60	8,54	13,58	7,88	5,32			13,20	26,78
251	6,40	2,88	6,00	13,42	28,70	11,84	5,32	6,40		23,56	52,76
316	6,40		18,00	10,98	35,38	7,88	7,98	9,60	5,40	30,86	66,24
398	3,20	1,44	12,00	9,76	26,40	5,92	2,66			8,58	34,98
501			8,40	7,32	15,72	5,92	5,32	3,20	8,10	22,54	38,26
631			3,60	1,22	4,82		10,64	6,40	8,10	25,14	29,96
794				2,44	2,44		5,32		13,50	18,82	21,26
1000							2,66			2,66	2,66
1260											
1580							5,32			5,32	5,32
1990							2,66			2,66	2,66

Tableau IV - Traversées horizontales - h -

(pour les 3 niveaux)

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

h	L	h	L
0,251	1,22	1,26	73,83
0,316	0	1,58	92,16
0,398	10,90	1,99	73,87
0,501	37,20	2,51	32,22
0,631	14,50	3,16	18,58
0,794	33,85	3,98	18,74
1,00	66,75	5,01	10,80

Tableau V - Teneurs entre épontes - x -

(pour les 3 niveaux)

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

x	L	x	L
1,58	1,44	10	50,91
1,99	9,74	12,6	26,35
2,51	23,22	15,8	13,28
3,16	28,75	19,9	17,57
3,98	68,41	25,1	4,88
5,01	69,54	31,6	1,22
6,31	101,30	39,8	1,22
7,94	67,91	50,1	0

Tableau VI - Poids métal/m^2 d'éponté vertical - P -

(pour les 3 niveaux)

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

P	L	P	L
50,1	1,44	398	56,78
63,1	8,33	501	49,16
79,4	5,84	631	30,46
100	17,48	794	26,71
126	30,20	1000	2,66
158	56,12	1260	0
199	37,68	1580	5,32
251	74,06	1990	2,66
316	77,14	2510	0

II.- EVALUATION DU GISEMENT : Teneurs et tonnages

Cette évaluation interesse le panneau central , entre les niveaux 200 et 150, à l'exclusion cependant de la portion du niveau 200 située à l'Ouest du travers banc (allongement Ouest). Les calculs portent donc sur les données des tableaux IV, V et VI.

1°/ Calcul des paramètres des lois de distribution de h, x et P

Ces calculs ont été effectués, à partir des tableaux précédents, à la précision de la table de logarithme à 5 décimales. On a trouvé les valeurs suivantes :

$$h \begin{cases} \mu = 1{,}5384 \\ \sigma = 0{,}5781 \\ \sigma^2 = 0{,}3342 \\ m = 1{,}8182 \end{cases} \qquad x \begin{cases} \mu = 7{,}0576 \\ \sigma = 0{,}5485 \\ \sigma^2 = 0{,}3008 \\ m = 8{,}203 \end{cases} \qquad P \begin{cases} \mu = 321{,}6 \\ \sigma = 0{,}6401 \\ \sigma^2 = 0{,}4097 \\ m = 394{,}72 \end{cases}$$

Les paramètres de la teneur x sont les paramètres de la distribution apparente des teneurs (distribution suivant la surface, et non suivant le tonnage, c'est-à-dire distribution des teneurs non pondérées).

On sait que la distribution réelle de x (distribution suivant le tonnage, (cf Note statistique N° 10) a même variance que la distribution apparente ci-dessus, mais une moyenne différente :

$$m' = \frac{mP}{mh} = 7{,}236\ \%$$

La note 10 nous apprend que l'on a également :

$$m' = m\, e^{\rho \sigma x \sigma h}$$

ρ étant le coefficient de correlation de x et de h (ici $\rho = -0{,}36$)

De l'équation :

$$\sigma^2 P = \sigma^2 h + \sigma^2 x + 2\rho \sigma x \sigma h$$

$$0{,}4097 = 0{,}3342 + 0{,}3008 + 2\rho \sigma x \sigma h$$

on tire :

$$\rho\sigma x\,\sigma h = -0{,}11268$$

D'ou une deuxième évaluation de m' =

$$m' = m\, e^{\rho\sigma x\,\sigma h} = 7{,}3\ \%$$

L'accord des deux évaluations est excellent. Nous retiendrons la valeur pessimiste 7,236 %, et les paramètres de la distribution réelle de x seront les suivants :

$$x \left\{ \begin{array}{l} \sigma = 0{,}5485 \\ \sigma^2 = 0{,}3008 \\ m\ = 7{,}236\ \% \end{array} \right.$$

2°/ Intervalles de confiance -

Le nombre des données disponibles (N = 221) étant grands, et les disperions étant faibles, on peut considérer, pour h, x et P, que la valeur réelle de la moyenne est une variable lognormale de médiane m et de variance :

$$\sigma'^2 = \frac{\sigma^2}{N} + \frac{\sigma^4}{2N}$$

Autrement dit, il y a 97,5 chances sur cent pour que cette valeur réelle soit supérieure à km, le coefficient de sécurité K étant égal à :

$$K = e^{-2\sigma'} = e^{-2\sqrt{\frac{\sigma^2}{N} + \frac{\sigma^4}{2N}}}$$

Valeurs de K : On trouve, pour x, h et P :

Kx = 0,92 Kh = 0,92 Kp = 0,91

Il en résulte qu'il y a 97,5 chances sur cent pour que la teneur moyenne, la traversée horizontale moyenne et le poids central/m^2 moyen soient supérieurs à :

(0,92 x 7,236 = 6,65 %
(0,92 x 1,8182 = 1,67 m
(0,91 x 394,72 = 359 Kilo/m^2

Il est entendu qu'il y a 2,5 chances pour cent que l'une quelconque des trois valeurs moyennes soit inférieure à la valeur limite correspondante. La probabilité pour que deux ou trois de ces valeurs moyennes soient simultanément inférieures à leurs limites est naturellement plus petite encore, sans que l'on puisse cependant la calculer. Si les erreurs sur m_x, m_h et m_P pouvaient être regardées comme indépendantes, elle serait égale à $\frac{2.5}{100}$ à la puissance deux ou trois c'est-à-dire négligeable. Si au contraire ces erreurs étaient liées par des relations fonctionnelles, elle serait égale à $\frac{2.5}{100}$. Le cas réel est un cas intermédiaire, de sorte que la valeur $\frac{2.5}{100}$ est une limite supérieure (pessimiste) de la probabilité d'erreur.

3°/ Evaluation du gisement -

Il reste, pour avoir l'évaluation des tonnages, à introduire un élément géométrique, qui est la surface verticale d'épontes (surface de la projection du gisement sur un plan vertical).

Les longueurs minéralisées, à chaque niveau, sont les suivantes :

- Au niveau 200 L_1 = 120 m
- " 180 L_2 = 184,7
- " 150 L_3 = 180,3

Les surfaces minéralisées sont les suivantes :

Entre N.200 et N. 180 = $20 \times \frac{120 + 184}{2}$ = 3.040 m^2

Entre N.180 et N. 150 = $30 \times \frac{180,3 + 184,7}{2}$ = 5.455 m^2

Total S = 8.495 m^2

Tonnage minerai -

La valeur moyenne de h étant 1,818, la valeur probable du tonnage minerai est :

- T = 3 . 1,818 . 8495 = 46.400 t.

Il y a 97,5 chances sur cent pour qu'il soit supérieur à :

- 0,92 x 46.400 = 42.500 t.

Tonnage métal -

Il a pour valeur probable le produit de S par la valeur moyenne de P en tonnes (m^2).

$$- T' = \frac{8495 \times 394,72}{1000} = 3.350 \text{ t.}$$

Il y a 97,5 chances sur cent pour qu'il soit supérieur à :

- 0,91 T' = 3050 t.

Teneur moyenne -

Elle a pour valeur probable :

- m = 7,236 %

et pour limite inférieure (au seuil 97,5 %) 6,4

- 0,92 m = 6,65 %

Cependant, nous avons vu qu'il serait exagérement péssimiste d'adopter pour les trois paramètres à la fois leurs valeurs limites. Celles ci ne sont d'ailleurs pas compatibles entre elles. Les paramètres économiquement déterminants étant la teneur et le tonnage métal, nous prendrons pour cesdeux paramètres les valeurs péssimistes, le tonnage minerai s'en déduisant par simple division.

On trouve ainsi qu'il y a moins de 2,5 chances sur cent pour que l'évaluation suivante soit trop forte :

I	Teneur moyenne	m = 6,65 %	
	Tonnage métal	T' = 3050 tonnes	3050 t.
	Tonnage minerai	T = 46.000 tonnes	

Il est entendu qu'il s'agit ici de teneur et de tonnage minerai physiques, c'est-à-dire entre épontes.

4°/ Correction de dilution -

Il est hors de doute qu'à l'exploitation les teneurs réelles (entre épontes) seront plus ou moins diluées. Cette dilution, toutefois, laissera invariant le tonnage métal. Nous effectuerons deux corrections de dilution. La première, ou correction de L. Bertraneu, correspondant, fait que les passées minces seront sans doute diluées dâvantage. La deuxième correspond à une dilution globalè forfaitaire de 10 %

a) Correction de L. Bertraneu -

On admet conventionnellement que, lorsque h est inférieur à 1 m, le dépilage intéressera toujours une puissance totale (minerai + stérile) de 1 m. La formule des tranches de teneur permet de calculer le coefficient correcteur correspondant. Designons, en effet, par μ_h, σ_h et m_h les paramètres de la distribution de h, et soit z la variable réduite associée à h = 1.

$$z = \frac{1}{\sigma_h} L \frac{1}{\mu_h}$$

La fraction h < 1 m représente une surface :

$$S_1 = S \left[1 - G(z)\right] \qquad S = \text{(Surface totale)}$$

Si on enlève partout 1m, il lui correspond un tonnage minerai :

$$T_1 = \rho \times 1 \times S \times \left[1 - G(z)\right] = T \frac{1 - G(z)}{m_h}$$

T étant le tonnage minerai total entre épontes, la fraction $h > lm$ représente une surface :

$$S_2 = S. G(z)$$

avec une traversée moyenne (formule des tranches de teneurs) :

$$m_h \frac{G(z - \sigma_h)}{G(z)}$$

donc un tonnage :

$$T_2 = \rho S_2 \ m_h \frac{G(z - \sigma_h)}{G(z)} = G(z - \sigma_h) \ T$$

Le tonnage extrait total est donc :

$$T_1 + T_2 = \left[\frac{1 - G(z)}{m_h} + G(z - \sigma_h) \right] T$$

Le coefficient correcteur pour les tonnages minerai est donc :

$$B = \frac{1 - G(z)}{m_h} + G(z - \sigma_h)$$

Pour les teneurs, il est 1/B -

B est d'ailleurs faible. On trouve, numériquement :

$$z = \frac{1}{0,5781} L \frac{1}{1,5384} = - 0,7448$$

$$z - \sigma_h = - 1,3229$$

$$G(z) = 0,77 \ 1826$$

$$G(z - \sigma_h) = 0,907 \ 1351$$

$$m_h = 1,8182$$

$$\boxed{B = 1,033}$$

L'évaluation limite I est donc remplacée par la suivante :

II	Teneur moyenne	m	= 6,44 %
	Tonnage minerai	T	= 47500 tonnes
	Tonnage métal	T'	= 3050 tonnes

b) Correction globale forfaitaire de dilution -

Nous admettrons que le minerai sera dilué de 10 %. On aboutit ainsi à l'évaluation limite suivante :

III	Teneur moyenne	m	= 5,80 %
	Tonnage minerai	T	= 52500 tonnes
	Tonnage métal	T'	= 3050 tonnes

Cette évaluation peut raisonnablement servir de base à un projet d'exploitation, puisqu'elle ne comporte qu'environ 2,5 chances sur cent d'erreurs par excès.

o

o o

o

III .- ETUDE THEORIQUE DES PARAMETRES LOGNORMAUX

L'évaluation du gisement terminée, nous ne retiendrons, pour les études théoriques qui suivent, que les données des niveaux 150 et 180 (tableaux I, II et III de l'Introduction).

Les ajustements seront faits, graphiquement et par le calcul, pour les traversées horizontales h, les teneurs x et les poids métal/m² P. La lognormalité sera contrôlée graphiquement, par la méthode dite du chenal de confiance, plus rapide que l'interminable test X^2.

Par ailleurs, ces ajustements doivent être faits d'abord sur l'ensemble des données, puis pour chaque niveau pris séparément, puis enfin pour chaque colonne minéralisée. La nomenclature des diverses colonnes est explicitée sur la figure 1 (coupe exécutée par MM. BERTRANEU et HANDEL).

Le but de cette étude est de déterminer la dispersion absolue α

- A - Ajustements Globaux (Niveaux 150 et 180)

Les calculs, effectués à partir des tableaux I, II et III, ont donné pour les traversées horizontales h, les teneurs x et les poids métal /m² P, les valeurs suivantes des paramètres lognormaux :

$$h \begin{cases} \mu = 1,6325 \\ \sigma = 0,5670 \\ \sigma^2 = 0,3215 \\ m = 1,917 \end{cases} \qquad x \begin{cases} \mu = 6,983 \\ \sigma = 0,5967 \\ \sigma^2 = 0,3561 \\ m = 8,343 \end{cases} \qquad P \begin{cases} \mu = 336,9 \\ \sigma = 0,6639 \\ \sigma^2 = 0,4408 \\ m = 419,6 \end{cases}$$

Les ajustements graphiques, par la méthode de la droite de Henry, sont présentés en fig. 2, 3 bis et 4, avec les chenaux de confiance à 95 %. Ils sont excellents. Le point correspondant à h = 0,5 sur la fig. 2 est le seul point aberrant des trois ajustements = il s'explique par l'impression, relativement plus grande, du relevé des faibles puissances, et par l'attraction psychologique de la valeur 0,5, à laquelle ont du être ramenées bien des puissances de l'ordre de 0,40 ou 0,45.

Imprecision

La figure 3, qui présente deux points aberrants aux fortes teneurs, est l'ajustement des teneurs avant la correction des valeurs douteuses du N. 150 (Paragraphe 4 de l'introduction) La correction a fait disparaître ces points aberrants (fig. 3 bis).

Les paramètres de x sont les paramètres de la distribution apparente (suivant la surface). La distribution réelle (suivant le volume) a même variance et une moyenne égale à :

$$- m' = \frac{419{,}6}{30 \times 1{,}917} = 7{,}3\ \%$$

nettement différente de la valeur apparente (8,34 %). Cette différence est due à la correlation négative des h et des x = le coefficient de correlation de h et de x, calculé à partir des variances, a pour valeur :

$$\boxed{\rho = -0{,}35}$$

Ajustements non pondérés -

Si l'on n'avait pas pondéré les fréquences par les longueurs minéralisées, c'est-à-dire si l'on avait effectué les calculs en comptant chaque volée pour un, quelle que soit sa longueur, on aurait trouvé les valeurs suivantes :

$$h \begin{cases} \mu = 1{,}473 \\ \sigma = 0{,}5601 \\ \sigma^2 = 0{,}3137 \\ m = 1{,}723 \end{cases} \qquad x \begin{cases} \mu = 7{,}501 \\ \sigma = 0{,}6151 \\ \sigma^2 = 0{,}3783 \\ m = 9{,}063 \end{cases} \qquad P \begin{cases} \mu = 327{,}2 \\ \sigma = 0{,}6470 \\ \sigma^2 = 0{,}4187 \\ m = 402{,}8 \end{cases}$$

On constate que les variances différent très peu des valeurs données plus haut (les différences portent sur la deuxième décimale). Par contre les moyennes sont sensiblement différentes. La teneur moyenne est ici :

$$m' = \frac{402{,}8}{30 \times 1{,}723} = 7{,}8\ \%$$

notablement supérieure à la valeur précédente (7,3 %) = en l'absence de pondération, on aurait ici surestimé la teneur moyenne, et sous estimé les tonnages minerai et métal. Une telle erreur provient d'un excès de données du niveau 150 où la teneur est plus haute et la puissance plus faible. Le coefficient de correlation :

$$\rho = -0{,}38$$

est également un peu trop fort (les correlations sont plus fortes au N. 150 qu'au N. 180).

Evaluation de la dispersion absolue α -

Dans la formule de de Wijs :

$$\sigma^2 = \alpha L \frac{S}{s}$$

prenons pour S la surface verticale d'éponte entre les deux niveaux (5455 m^2) et pour s la surface latérale moyenne d'une volée, qui est de :

$$\frac{365}{199} \times 1{,}70 = 3{,}10 \text{ m}^2$$

en admettant une hauteur de 1,70 m.

Les valeurs (déduites des tableaux I, II et III) des variances conduisent aux évaluations suivantes des paramètres α pour h, x et P.

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha_h &= 4{,}35/100 \\ \alpha_x &= 4{,}75/100 \\ \alpha_P &= 5{,}9/100 \end{aligned}}$$

Ces trois paramètres, et le coefficient de correlation de h et x :

$$\rho = -0,35$$

définissent la "loi réduite" de distribution.

Comparaison avec d'autres gisements -

A AMPERE-AIN-KAHLA, on a trouvé pour les teneurs x :

$$- \alpha_x = 0,84/100$$

pour les trois couches, valeur nettement plus faible que 4,75/100. En ce qui concerne h et P, les α n'avaient pas la même valeur pour les trois couches :

	Couche A	Couche B	Couche C
αh	3,1/100	4,4/100	8,8/100
αP	3,7/100	2,8/100	9,1/100

Mais, à AMPERE, seul α_x pouvait être regardée comme caractéristique de la minéralisation, α_h et α_P représentant essentiellement les dispersions de la puissance de l'assise favorable, dispersions antérieures à la minéralisation.

Les correlations entre h et x sont nulles pour les couches A et C, mais, enigmatiquement, la couche B possède un coefficient très fort ($\rho = - 0,64$).

A L'Oued Kebir, on a, pour les teneurs en plomb :

$$- \alpha_x = 5,1/100$$

valeur très comparable à celle de Bou-Kiama.

- Gisement de plomb du district de Boliden :

D'après des renseignements communiqués par M. MALMQUIST, de la Boliden Mining C°, et en transposant les paramètres logbinomiaux en paramètre lognormaux, le paramètre α des teneurs prend, pour deux gisements différents, les valeurs :

$$-\alpha_x = 1,4/100 \quad \text{et}\ \alpha_x = 1,55/100$$

Je n'ai pas de renseignement sur les correlations entre h et x.

Il est difficile de tirer des conclusions de ces chiffres : On peut soupçonner des dispersions (plus <u>faibles</u>) dans les gisements de substitution que dans les gisements hydrothermaux, des correlations entre h et x négatives dans les derniers et nulles dans les premiers.

<u>Remarque -</u>

Des valeurs des variances données dans la 2ème partie (ensemble des trois niveaux) on déduit les valeurs suivantes :

$$(2) \qquad \boxed{\begin{aligned} \alpha_h &= 4,1/100 \\ \alpha_x &= 3,7/100 \\ \alpha_p &= 5/100 \\ \rho &= -0,36 \end{aligned}}$$

un peu plus faibles que les précédentes, mais du même ordre de grandeur.

<u>- B - Ajustements par Niveaux -</u>

<u>1) Niveau 150 seul -</u>

L'ensemble des données du N. 150 conduit aux valeurs suivantes des paramètres :

$$h \left(\begin{aligned} \mu &= 1,206 \\ \sigma &= 0,4694 \\ \sigma^2 &= 0,2203 \\ m &= 1,346 \end{aligned} \right. \qquad x \left(\begin{aligned} \mu &= 8,387 \\ \sigma &= 0,7436 \\ \sigma^2 &= 0,5530 \\ m &= 11,054 \end{aligned} \right. \qquad p \left(\begin{aligned} \mu &= 284,05 \\ \sigma &= 0,6015 \\ \sigma^2 &= 0,3618 \\ m &= 340,2 \end{aligned} \right.$$

$$m' = \frac{340,2}{30 \times 1,346} = 8,44\ \%$$

$$\rho = -0,58$$

Par rapport à l'ajustement global précédent, on remarque :

- une puissance moyenne plus faible
- un poids métal moyen plus faible
- une teneur moyenne plus forte
- une correlation négative nettement plus forte

De plus, les variances sont tantôt plus fortes (x), tantôt plus faibles (h et P) : elles ne pouvaient pas varier proportionnellement, puisque les correlations sont fortement modifiées. Mais <u>elles sont du même ordre de grandeur</u>. Cette dernière remarque est importante. Elle signifie, en effet, que, dans l'application de la formule de de Wijs les données provenant des quatre colonnes minéralisées d'un même niveau doivent être considérées comme interceptant un volume V supérieur au volume propre de la galerie: Sinon, en effet, avec une dimension en moins, la formule logarithmique de de Wijs conduirait à des variances deux fois plus faibles.

Par contre, nous verrons dans la dernière partie de cette étude que les données provenant <u>d'une seule</u> colonne minéralisée, à un même niveau, conduisent effectivement à des variances deux fois plus faibles, et par conséquent doivent être considérées comme interceptant un volume V simplement égal à celui de la galerie.

<u>Celà signifie qu'à un même niveau, les données relatives à deux colonnes voisines sont indépendantes.</u> ou du moins sont dans un degré de dépendance comparable à celui où se trouvent les données relatives à une même colonne, mais à deux niveaux différents = de sorte que la réunion des données de deux colonnes à un même niveau conduit à une variance du même ordre que celle du gisement entier.

<u>Cette indépendance des colonnes voisines inciterait à attribuer une origine commune assez lointaine aux différentes colonnes</u> : on pourrait l'interprèter comme un argument en faveur de l'existence de l'hypothétique panneau aval.

Cette indépendance empêche naturellement de calculer des dispersions absolues à partir d'un même niveau; elle incline également à préférer les évaluations (2) des paramères α ou x évaluation (1) : en particulier, nous admettrons

$$\boxed{\alpha_P = 5/100}$$

2°/ Niveau 180 seul -

Les données du Niveau 180 conduisent aux valeurs suivantes des paramètres lognormaux :

$$h \begin{cases} \mu = 2,223 \\ \sigma = 0,5045 \\ \sigma^2 = 0,2545 \\ m = 2,526 \end{cases} \qquad x \begin{cases} \mu = 5,994 \\ \sigma = 0,4207 \\ \sigma^2 = 0,177 \\ m = 6,54 \end{cases} \qquad P \begin{cases} \mu = 419,1 \\ \sigma = 0,6752 \\ \sigma^2 = 0,4559 \\ m = 526 \end{cases}$$

$$m' = \frac{526}{30 \times 2,526} = 6,95 \%$$

$$\rho = + 0,06$$

On remarque :

- une puissance et un poids métal plus élevés qu'au N. 150.
- une teneur nettement plus faible (6,95 % contre 8,44%)
- une faible correlation positive, et non plus négative.

a) Signification des correlations -

Le coefficient ρ, positif, est trop faible pour être significativement différent de 0 (intervalle de confiance à 95 % = - 0,20 + 0,30) . Par contre il est très significativement différent du coefficient analogue du Niveau 150 = les correlations entre h et x augmentent en profondeur.

En géostatistique, la thermodynamique est toujours sous-jacente. Si la Note Statistique N° 2 a rattaché les paramètres α aux coefficients de l'équation chimique ayant présidé à la génèse du gite, nous ignorons, par contre, à quel paramètre correspondent les correlations : il est hors de doute que l'augmentation, en profondeur, des coefficients ρ doit exprimer une modification des conditions physico-chimiques de la minéralisation. On serait tenté d'attribuer cette variation à l'augmentation, en profondeur, soit de la temperature, soit encore de la pression.

Il est intéressant d'introduire également les correlations entre poids métal P et puissance h =

$$- \rho_{Ph} = + 0,05 \quad \text{au N. 150}$$
$$- \rho_{Ph} = + 0,78 \quad \text{au N.180}$$

On a, pratiquement, le tableau suivant :

	N.150	N.180
ρ_{Ph}	0	+ 0,78
ρ_{xh}	- 0,58	0

- Au niveau 150, P est indépendant de h = la quantité de métal déposée est indépendante de la puissance du filon; et, par suite, selon une sorte de loi de Mariotte valable seulement en profondeur, la teneur x est en raison inverse de la puissance, à un facteur près, purement aléatoire et indépendant de h (ce facteur n'est autre que P).

- Au Niveau 180, au contraire, x et h sont indépendants: la teneur est indépendante de la puissance, et par suite, la quantité de métal est proportionnelle à la puissance, à un facteur près, purement aléatoire et indépendant de h (ce facteur n'est autre que x).

Ce sont là des faits certains. Leur interprétation thermodynamique ne m'apparait pas clairement. En profondeur, tout se passe comme si les conditions physico-chimiques avaient imposé aux solutions la quantité de métal à déposer, en surface, au contraire, comme si elles avaient imposé la teneur du dépôt. On serait tenté d'opposer un équilibre chimique régnant dans les parties superficielles à un équilibre physique dans les parties profondes. Des deux sortes de termes énergetiques = potentiel chimique (proportionnel au logarithme des concentrations), et énergie potentielle (correspondant au travail nécessaire pour ouvrir les lèvres du filon), on pourrait dire que le premier est beaucoup plus important dans les parties hautes , où il détermine presque seul l'état final, le second, inversement, l'emportant dans les parties profondes. Il est clair, cependant, qu'une telle conception reste extrêmement vague.

b) Correction de pendage -

Les traversées horizontales sont nettement plus élevées au N. 180 (2,50 m) qu'au N. 150 (1,35 m). Or il en est de même despoids métal (526 kilo au N. 180 contre 340 au N. 150). On peut se demander si des différences aussi importantes ne sont pas dues à des causes étrangères. Le pendage, par exemple, a une influence évidente sur la traversée horizontale et sur le poids métal /m^2 d'éponte vertical . Si i est le pendage, e la puissance, et a = 30 ex le poids métal /m^2 réel, on a, en effet :

$$h = \frac{e}{\text{Sin } i} \qquad P = \frac{a}{\text{Sin } i}$$

Or, précisément, les pendages sont, en moyenne, plus faibles au N. 180 qu'au N. 150, ce qui pourrait expliquer que les h et les P y soient plus élevés. Il faut donc effectuer une correction de pendage, qui consiste à multiplier les valeurs de h et de P, en chaque point, par le sinus du pendage local. En fait, les pendages étant peu variables au N. 150, et peu différents de 80°, les h et les P du N. 180 ont été multipliés, non par Sin i, mais par $\frac{\text{Sin } i}{\text{Sin } 80°}$ = ils ont été ramenés à la valeur qu'ils auraient, si le pendage était de 80° comme au Niveau 150, de façon à permettre la comparaison directe des paramètres des deux niveaux. Le pendage n'étant donné, sur les plans de travaux, qu'en quelques points relativement éloignés les uns des autres, les valeurs de Sin i ont été calculées par interpolation linéaire entre les points connus. Les paramètres des h et des P (ceux des x sont invariants) sont devenus les suivants pour le niveau 180 seul :

$$h \begin{cases} \mu = 1,810 \\ \sigma = 0,4952 \\ \sigma^2 = 0,2452 \\ m = 2,045 \end{cases} \qquad P \begin{cases} \mu = 354,8 \\ \sigma = 0,6710 \\ \sigma^2 = 0,4502 \\ m = 444,3 \end{cases}$$

$$m' = \frac{444,3}{30 \times 2,045} = 7,2\ \%$$

$$\rho_{hx} = + 0,067$$

et, pour l'ensemble des deux niveaux :

$$h \begin{cases} \mu = 1,473 \\ \sigma = 0,5234 \\ \sigma^2 = 0,2740 \\ m = 1,777 \end{cases} \qquad P \begin{cases} \mu = 320,3 \\ \sigma = 0,6056 \\ \sigma^2 = 0,3668 \\ m = 385,2 \end{cases}$$

$$m' = \frac{385,2}{30 \times 1,777} = 7,25 \%$$

$$\rho = - 0,42$$

Effet sur les moyennes -

Les moyennes de h et de P après la correction (2 m et 444 kilo) sont nettement plus faibles que les valeurs précédentes (2,5 m et 526 kilo), mais restent norablement supérieures aux valeurs correspondantes du niveau 150 (1,35 m et 340 kilo).

L'influence du pendage n'explique donc qu'une partie des différences constatées : il y a réellement, en profondeur, amincissement du filon, diminution de la quantité de métal et enrichissement de la teneur. Ces modifications sont à rattacher aux mêmes causes thermodynamiques que les variations des coefficients ρ l'amincissement du filon correspondant en particulier à l'élévation de pression.

Les valeurs moyennes pour l'ensemble des deux niveaux sont également diminuées, mais dans une moindre mesure (1,77 m et 385 kilo contre 1,9 m et 419 kilo). Précisons que cette correction n'affecte en rien les évaluations de la deuxième partie, le système traversées horizontales - surfaces verticales d'épontes étant géométriquement cohérent (on serait d'ailleurs bien embarrassé pour calculer les surfaces réelles d'épontes).

Dans l'un et l'autre cas, enfin, les teneurs moyennes ne sont pratiquement pas modifiées.

Effet sur les variances -

Elles sont diminuées, faiblement dans le cas du N. 130 seul, de façon notable pour l'ensemble des deux niveaux = la majoration systématique des données du niveau 180 étalait, de façon excessive l'histogramme des deux niveaux. La corrélation est également un peu plus forte. Il est clair que ces variances de pendage corrigées conduisent à une meilleure évaluation des paramètres : les estimations (1) doivent être remplacées par les suivantes :

$$
\text{(B)} \qquad \boxed{\begin{aligned} \alpha_h &= 3{,}67/100 \\ \alpha_x &= 4{,}75/100 \\ \alpha_p &= 4{,}8/100 \\ \rho_{hx} &= -\,0{,}42 \end{aligned}}
$$

- C - Ajustements par colonnes -

En l'absence de coupes indiquant la position des colonnes (qui sont en réalité obliques à Bou-Kiama, et non pas verticales comme l'indique la figure 1) je me suis contenté de grouper ensemble, aux deux niveaux, les tronçons de colonne situés sur une même verticale. Il ne faudra donc pas attribuer trop de poids aux résultats qui suivent, qui montrent cependant une intéressante variation des corrélations d'Ouest en Est.

I°/ Colonne 2, N.180 et colonne 1, N.150 -

Les paramètres ont les valeurs suivantes :

$$
y \left(\begin{aligned} \mu &= 2{,}17 \\ \sigma &= 0{,}449 \\ \sigma^2 &= 0{,}20 \\ m &= 2{,}40 \end{aligned}\right. \qquad
x \left(\begin{aligned} \mu &= 6{,}19 \\ \sigma &= 0{,}476 \\ \sigma^2 &= 0{,}228 \\ m &= 6{,}95 \end{aligned}\right. \qquad
P \left(\begin{aligned} \mu &= 470 \\ \sigma &= 0{,}74 \\ \sigma^2 &= 0{,}55 \\ m &= 610 \end{aligned}\right.
$$

$$
\boxed{\rho = +\,0{,}30}
$$

<u>2°/ Colonne 3, N. 180 - Colonne 2, N.150 -</u>

On a trouvé :

$$h\left\{\begin{array}{l}\nu = 1{,}304\\ \sigma = 0{,}5305\\ \sigma^2 = 0{,}2814\\ m = 1{,}50\end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l}\nu = 4{,}726\\ \sigma = 0{,}3878\\ \sigma^2 = 0{,}1504\\ m = 5{,}104\end{array}\right. \qquad p\left\{\begin{array}{l}\nu = 171{,}27\\ \sigma = 0{,}5628\\ \sigma^2 = 0{,}3167\\ m = 201{,}07\end{array}\right.$$

$$\boxed{\rho = -0{,}28}$$

<u>3°/ Colonne 4, N.180 - Colonne 3, N.150 -</u>

On a trouvé :

$$h\left\{\begin{array}{l}\nu = 1{,}587\\ \sigma = 0{,}5465\\ \sigma^2 = 0{,}2987\\ m = 1{,}844\end{array}\right. \qquad x\left\{\begin{array}{l}\nu = 7{,}557\\ \sigma = 0{,}5538\\ \sigma^2 = 0{,}3067\\ m = 8{,}812\end{array}\right. \qquad p\left\{\begin{array}{l}\nu = 355{,}8\\ \sigma = 0{,}4497\\ \sigma^2 = 0{,}2022\\ m = 393{,}5\end{array}\right.$$

$$\boxed{\rho = -0{,}67}$$

On remarque que le deuxième groupement dénote une minéralisation moins puissante et plus pauvre que les deux autres. Mais surtout, lorsque l'on va de l'Ouest vers l'Est, les correlations, d'abord positives, s'annulent et prennent des valeurs négatives de plus en plus fortes. Si l'on rapproche cette tendance de l'augmentation, déjà constatée, des correlations avec la profondeur, on se rend compte que le "gradient" du coefficient ρ est grossièrement parallèle à l'intersection des failles f1 et f2 et du filon.

J'ignore à l'heure actuelle si les colonnes sont inclinées parallèlement à cette intersection ou dans la direction opposée. Si elles sont inclinées parallèlement, le gradient de ρ est parallèle au cheminement de la minéralisation, donc aussi au gradient de température et de pression du fluide minéralisateur. Si elles sont inclinées dans la direction opposée, alors, le parallélisme de gradient et de la faille inciterait à attribuer à une signification tectonique, en rapport avec la distribution des pressions dans la roche pendant la genèse du gîte. Aux géologues de trancher.

IV .- ETUDE DES CORRELOGRAMMES ET DE LA FORMULE DE DE WIJS

Dans le chapitre précédent, nous avons déterminé les dispersions absolues et les correlations entre teneurs et puissances, en calculant les valeurs de ces paramètres sur le gisement dans son ensemble, ou du moins sur des portions importantes de celui-ci. Une telle étude globale doit être complétée d'une étude locale, ayant pour objet la continuité de la minéralisation, c'est-à-dire les correlogrammes : on appelle correlogrammes les courbes $\rho = f(d)$ donnant le coefficient de correlation ρ de deux échantillons, de même taille v, dont les centres de gravité sont distants de la longueur d. A chaque volume v correspond un correlogramme distinct. De plus cette étude doit contrôler expérimentalement la validité locale de la formule.

$$\sigma^2 = \alpha L \frac{V}{v}$$

Les traversées horizontales ne sont pas connues avec assez de précision pour autoriser une étude locale de la continuité des puissances ou des teneurs. Par contre les poids métal sont parfaitement connus, et c'est sur eux que portera cette étude.

Une telle étude n'est possible que si nous disposons, à un même niveau, d'un assez grand nombre de données continues relatives à une même colonne minéralisée. En pratique, seules les colonnes C3 et C4 du niveau 150 répondent à cette condition. La colonne C4, toutefois, a été éliminée en raison des six valeurs douteuses : le choix s'est donc porté sur la colonne C3, représentée par les 53 données suivantes (en kilo/m² d'éponte verticale et d'Ouest en Est) =

Colonne C-3, N.150

N°	P	N°	P	N°	P
1	182	19	310	37	372
2	380	20	328	38	395
3	485	21	378	39	216
4	640	22	320	40	180
5	354	23	220	41	298
6	438	24	139	42	327
7	396	25	144	43	334
8	546	26	167	44	360
9	192	27	135	45	670
10	324	28	303	46	1050
11	261	29	410	47	546
12	346	30	495	48	471
13	747	31	536	49	405
14	600	32	444	50	352
15	540	33	420	51	560
16	336	34	525	52	404
17	258	35	227	53	417
18	158	36	198		

I°/ Existence d'une période -

Ce tableau suggère une certaine périodicité, qu'il est facile de mettre en évidence par le procédé dit de la "moyenne mobile" (moving average), procédé consistant à porter sur un graphique, en absisse la position d'un point de la galerie et en ordonnées la teneur moyenne des p volées entourant ce point. Pour conserver l'échelle logarithmique, j'ai construit ces graphiques pour p = 1, 2, 4, 8 et 16 (c'est sur les mêmes groupements de volées que les calculs des variances et des correlogrammes ont été effectués).

Pratiquement, à partir de p = 4, il est possible d'interpoler les teneurs par une courbe continue. La courbe p = 8 met en évidence une période de l'ordre de 16 (c'est-à-dire une vingtaine de mètres, la longueur moyenne de la volée étant de 1,20 m) - Pour p = 16 les ondulations sont presque éteintes. Ces trois courbes sont représentées en fig. 5 (on a pris, pour les poids métal, une échelle logarithmique).

La périodicité des teneurs est une sorte d'épouvantail périodiquement agité dans la litterature par les spécialistes de l'échantillonnage. Il est certain qu'à Bou-Kiama les teneurs sont localement périodiques. Cependant notre colonne ne contient que trois périodes; on peut donc se demander s'il ne s'agit pas d'une périodicité apparente, comme en affectent certains phénomènes aleatoires, vraie localement, mais disparaissant lorsque l'on étudie la population dans son ensemble, par suite du manque de stabilité de la pseudo-période locale. Nous ne disposons malheureusement pas, à Bou-Kiama, de tronçons de colonne assez longs pour élucider ce point, très important pour la critique des échantillonnages à maille rigide.

De valeur purement locale ou non, cette périodicité, en tant que phénomène non prévisible à priori par la théorie lognormale, n'en constitue pas moins un fait intéressant. Nous verrons qu'elle est responsable des écarts observés par rapport à la formule théorique de de Wijs, d'ailleurs incompatible avec une périodicité rigoureuse.

2°/ Les correlogrammes -

Les coefficients de correlation ont été calculéspar le procédé rapide qui consiste à compter les nombres N_1 et N_2 de données distantes de d et situées d'un même côté ou de part et d'autre de la médiane. Le coefficient ρ est donné par la formule :

$$\rho = \sin \frac{\pi}{2} \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}$$

Les coefficients ρ ont été calculés pour des distances d égales à 1, 2, 3 .... 25 - au delà de 25, le nombre des données disponibles est trop faible pour conduire à une valeur significative. L'unité de longueur est la volée moyenne (1,20 m). La même opération a été exécutée après groupage des volées par deux et par quatre.

Il a donc été calculé en tout 75 coefficients ρ :

Valeurs de ρ

d	ρ pour v = 1	ρ pour v = 2	ρ pour v = 4
1	+ 0,776	+ 0,853	+ 0,924
2	+ 0,390	+ 0,536	+ 0,707
3	+ 0,125	+ 0,344	+ 0,359
4	- 0,032	0	+ 0,068
5	- 0,195	- 0,102	- 0,240
6	- 0,100	- 0,270	- 0,279
7	0	- 0,309	- 0,210
8	+ 0,105	- 0,347	- 0,220
9	- 0,282	- 0,459	- 0,339
10	- 0,391	- 0,500	- 0,309
11	- 0,294	- 0,544	- 0,279
12	- 0,339	- 0,522	- 0,246
13	- 0,156	- 0,353	- 0,031
14	- 0,120	- 0,164	0
15	+ 0,246	+ 0,210	+ 0,134
16	+ 0,449	+ 0,423	+ 0,274
17	+ 0,342	+ 0,393	+ 0,417
18	+ 0,134	+ 0,361	+ 0,555
19	+ 0,185	+ 0,233	+ 0,250
20	- 0,416	+ 0,098	- 0,104
21	- 0,383	- 0,050	- 0,5[illegible]0
22	- 0,440	0	- 0,267
23	0		- 0,771
24	+ 0,055	- 0,112	- 0,661
25	- 0,112	......	.....
26	.....	- 0,120	.....
28	.....	- 0,606	.....

Les correlogrammes correspondants sont présentés en fig. 6. On peut, à leur sujet, formuler les remarques suivantes:

a) on est frappé, au premier abord, par le caractère non régularisé de ces courbes. La population étudiée est trop restreinte pour permettre la détermination des correlations réelles = des fluctuations aléatoires d'ampleur non négligeables font différer la valeur calculée de la valeur locale vraie, et peut-être même la valeur locale vraie de la valeur générale.

b) les trois courbes présentent, cependant, des analogies frappantes. La réapparition de valeurs positives aux alentours de d = 16 (longueur de la période) se retrouve, en particulier, sur les trois courbes. On a l'impression que les correlations ne dépendent que de la distance des centres de gravité. Il est clair que <u>c'est la périodicité, et non le principe de similitude, qui impose sa structure aux correlogrammes.</u> On ne doit donc pas s'attendre à une bonne vérification des formules théoriques de la Note Statistique N° 8.

<u>3°/ Contrôle expérimental de la formule de de Wijs -</u>

Dans la formule théorique :

$$-\sigma^2 = \alpha L \frac{V}{v}$$

on peut faire varier soit v, soit V.

a) <u>V constant, v variable -</u>

La valeur de V est prise égale à 53, nombre des volées du tronçon étudié. On a fait les calculs correspondants à v = 1, 2, 4, 8 et 16. On a trouvé :

$$v = 1 \; (N=53) \left(\begin{array}{l} \mu = 350,2 \\ \sigma = 0,4571 \\ \sigma^2 = 0,20896 \\ m = 388,6 \end{array} \right. \qquad v = 2 \; (N=52) \left(\begin{array}{l} \mu = 354,8 \\ \sigma = 0,4236 \\ \sigma^2 = 0,1794 \\ m = 388,2 \end{array} \right. \qquad v = 4 \; (N=50) \left(\begin{array}{l} \mu = 368,1 \\ \sigma = 0,3340 \\ \sigma^2 = 0,1115 \\ m = 389,2 \end{array} \right.$$

$$v = 8 \; (N=46) \left(\begin{array}{l} \mu = 376,8 \\ \sigma = 0,2629 \\ \sigma^2 = 0,07238 \\ m = 390,7 \end{array} \right. \qquad v = 16 \; (N=38) \left(\begin{array}{ll} m & = 361,1 \\ \xi/m_2 & = 0,1268 \\ \xi^2/m^2 & = 0,017 \\ L(1+\xi^2/m^2) & = 0,0159 \end{array} \right.$$

Pour $v = 16$, l'histogramme à deux bosses obtenu n'étant certainement pas lognormal, on a calculé la moyenne et la variance ordinaire. Du reste, bien que l'on dispose de 38 données, le nombre des données indépendantes n'est que de trois environ - et l'ajustement n'a pas grande signification.

Les points numérotés de 1 à 5 sur la figure 7 représentent les variances précédentes en fonction de $\log \frac{V}{v}$. Les points 1 et 2 sont bien alignés avec l'origine. Les points 3 et 4 sont un tout petit peu trop bas. Cependant ce léger écart est explicable. Pour $v = 4$, en effet, et surtout pour $v = 8$ la périodicité veut que les teneurs groupées ensemble aient des corrélations plus faibles que la normale, d'où résulte que les moyennes de ces teneurs ont des variances un peu plus petites que leurs valeurs théoriques. Cet effet est plus fort encore pour $v = 16$ (point 5), car le groupement porte sur une période entière= la variance serait nulle si la périodicité étaient rigoureuse.

b) v constant, V variable -

Il est commode d'introduire, pour les faibles valeurs de V, les teneurs relatives(cf. Note Statistique N° 9), c'est-à-dire les rapports des teneurs des volumes v aux teneurs des volumes V. D'après l'énoncé même du principe de similitude, la loi de distribution des teneurs relatives ne dépend que du rapport $\frac{V}{v}$, et cette loi est lognormale dès que $\frac{V}{v}$ est assez grand. Pour les faibles valeurs de ce rapport, la loi, cependant, ne sera pas lognormale : pour $\frac{V}{v} = 2$, en particulier, cette loi est obligatoirement symétrique par rapport à la valeur $y = 1$. Il faudra alors calculer directement moyenne arithmétique et variance relative $\frac{\sigma^2}{m^2}$ mais, celle-ci, étant très faible, ne sera pratiquement pas différente de $L\left(1+\frac{\sigma^2}{m^2}\right)$.

Teneurs relatives pour v = 1, V = 2 -

A ce niveau, la loi n'est pas encore lognormale. L'histogramme et les paramètres bruts sont les suivants :

N.B.: cette distribution s'ajuste remarquablement suivant la loi normale - le test χ^2 fournit la réponse: $P_{\chi^2} = 92/100$

0,50	1	1,00	10
0,55	0	1,05	11
0,60	4	1,10	9
0,65	2	1,15	4
0,70	5	1,20	6
0,75	6	1,25	3
0,80	3	1,30	4
0,85	10	1,35	3
0,90	9	1,40	1
0,95	12	1,45	1

$m = 1$
$\sigma = 0,1855$
$\sigma^2 = 0,03442$
$L(1+\sigma^2) = 0,0338$

Paramètre de de Wijs =

$d = 0,2077$

La variance est représentée par le point 6 de la figure 7 elle est pratiquement identique à sa valeur théorique. Les 104 données ci-dessus pourront servir de base à une étude expérimentale de la genèse de la lognormalité.

La note N° 7 propose la formule :

$$-\alpha = \frac{1}{4L2}\left[L\ \frac{1+d}{1-d}\right]^2$$

reliant α au paramètre d de de Wijs. Or, de la valeur indiquée ci-dessus, on déduirait :

$$-\alpha = 6,7/100$$

valeur beaucoup trop forte : il n'est pas étonnant qu'au niveau $\frac{V}{v} = 2$ la théorie de de Wijs conduise à une valeur fausse de α, car la dispersion de d n'est pas négligeable devant la variance de y.

Teneurs relatives pour v = 1, V = 4 -

On dispose de N = 200 données. Cependant, on peut supposer que la position de v dans V a une influence sur la variance. Si l'on admet une symétrie centrale (il n'y a pas de tendance orientée), on est amené à distinguer 100 données en position interne et 100 données en position externe. Les histogram-

E	I	I	E

mes sont les suivants :

Teneur moyenne	P. externe	P. interne	total
0,40	4	0	4
0,50	8	4	12
0,60	10	9	19
0,70	10	10	20
0,80	10	13	23
0,90	10	19	29
1,00	9	15	24
1,10	6	10	16
1,20	11	9	20
1,30	8	5	13
1,40	3	1	4
1,50	3	4	7
1,60	5	1	6
1,70	3	0	3

Dès $\frac{V}{\sigma} = 4$

Ces histogrammes ont déjà la dissymétrie caractéristique de la loi lognormale, suivant laquelle ils s'ajustent convenablement. Dès $\frac{V}{\sigma}$, la loi est pratiquement lognormale. On a cependant calculé les paramètres bruts, qui ont les valeurs suivantes :

$$\text{Ext.}\begin{cases} m = 1{,}016 \\ \sigma = 0{,}347 \\ \sigma^2 = 0{,}1204 \\ L(1+\sigma^2) = 0{,}113 \end{cases} \qquad \text{Int.}\begin{cases} m = 0{,}992 \\ \sigma = 0{,}2479 \\ \sigma^2 = 0{,}06144 \\ L(1+\sigma^2) = 0{,}0595 \end{cases} \qquad \text{Tot.}\begin{cases} m = 1{,}004 \\ \sigma = 0{,}3015 \\ \sigma^2 = 0{,}09107 \\ L(1+\sigma^2) = 0{,}087 \end{cases}$$

On voit que la variance extérieure est à peu près le double de la variance intérieure. Le point N° 7 correspond à la variance de l'ensemble des données (0,087). Il est un tout petit peu trop haut, la périodicité faisant déjà sentir son effet. Celle-ci impose, en effet, à des points distants de $d = 4$ des correlations négatives un peu trop fortes, et par suite la variance d'une volée dans quatre volées consécutives est un peu plus forte que ce qu'elle devrait être. Pour la même raison, la périodicité doit exagérer l'écart entre variances externes et internes = ces deux effets vont aller en s'accentuant.

Teneurs relatives pour $v = 1$, $V = 8$ -

On dispose de 368 données, qui se répartissent également entre quatre positions, numérotées de 1 à 4 de l'intérieur vers l'extérieur. Les histogrammes sont les suivants : (on a adopté une échelle logarithmique, les lois étant déjà lognormales :

	P.1	P.2	P.3	P.4	Total
0,316	0	2	2	3	7
0,398	4	2	6	7	19
0,501	13	13	9	10	45
0,631	17	14	18	15	64
0,794	17	16	14	15	62
1,00	17	22	20	18	77
1,26	20	19	15	11	65
1,58	2	3	7	11	23
1,99	2	1	1	2	6

Les paramètres lognormaux ont les valeurs suivantes :

	P.1	P.2	P.3	P.4	Ensemble
μ	0,9276	0,8928	0,9027	0,9207	0,9288
σ	0,379	0,3916	0,4137	0,4537	0,407
σ^2	0,1436	0,1533	0,1712	0,2058	0,1657
m	1,02	1,0007	0,964	0,997	1,008

La variance de l'ensemble est représentée par le point 8. Elle est nettement trop forte, l'effet de périodicité étant très important sur une longueur égale à 8 volées, c'est-à-dire à une demi-période. Les modifications de la variance en fonction de la position sont également importantes, pour la même raison.

Fait étrange, ces quatre variances sont très bien représentées par une formule parabolique :

$$\sigma^2 = a + b\,x^2$$

x étant l'abscisse du centre de gravité de chaque "position" l'origine étant placée au milieu du volume V (Voir fig.8). Les valeurs de a et b, calculées par la méthode des moindres carrés, sont les suivantes :

$$a = 0{,}14319$$
$$b = 0{,}0048167$$

l'unité étant prise égale à la longueur de lavolée :

	P.1	P.2	P.3	P.4
Valeur calculée	0,1444	0,1540	0,1733	0,2022
Valeur observée	0,1436	0,1533	0,1712	0,2058

Cette loi un peu surprenante est attribuable à la périodicité, car, pour V = 16, c'est-à-dire pour une période entière, on ne retrouve rien de semblable.

Teneurs relatives pour v = 1, V = 16 -

On dispose de 608 données, réparties à raison de 76 par case, entre 8 positions, numérotées de 1 à 8 de l'intérieur vers l'extérieur. Les histogrammes sont les suivants :

	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
0,316	0	0	0	0	0	0	1	2	3
0,398	11	10	11	10	10	10	8	8	78
0,501	7	9	8	8	7	7	8	8	62
0,631	12	12	9	7	7	6	6	4	63
0,794	16	16	16	19	18	17	17	22	141
1,000	8	9	12	13	14	16	17	14	103
1,26	16	11	11	11	11	12	11	9	92
1,58	5	8	7	6	7	6	6	6	51
1,99	1	1	2	1	1	1	1	2	10
2,51	0	0	0	1	1	1	1	1	5

Les paramètres lognormaux ont les valeurs suivantes :

1	$\mu = 0{,}8912$ $\sigma = 0{,}4109$ $\sigma^2 = 0{,}1688$	2	$\mu = 0{,}886$ $\sigma = 0{,}4332$ $\sigma^2 = 0{,}1876$	3	$\mu = 0{,}9048$ $\sigma = 0{,}4503$ $\sigma^2 = 0{,}2028$
4	$\mu = 0{,}9159$ $\sigma = 0{,}4414$ $\sigma^2 = 0{,}1948$	5	$\mu = 0{,}9327$ $\sigma = 0{,}4451$ $\sigma^2 = 0{,}1981$	6	$\mu = 0{,}9384$ $\sigma = 0{,}4413$ $\sigma^2 = 0{,}1948$
7	$\mu = 0{,}9355$ $\sigma = 0{,}4358$ $\sigma^2 = 0{,}1899$	8	$\mu = 0{,}9214$ $\sigma = 0{,}4524$ $\sigma^2 = 0{,}2047$	Tot.	$\mu = 0{,}9159$ $\sigma = 0{,}4411$ $\sigma^2 = 0{,}1946$ $m = 0{,}9994$

La variance de l'ensemble, représentée par le point 9, est beaucoup trop forte : elle est presque égale à la valeur correspondant à $\frac{V}{v} = 53$. Cet écart est du à la périodicité. Si celle-ci était parfaite, la variance serait rigoureusement égale à la valeur correspondant à $\frac{V}{v} = 53$, puisqu'il serait équivalent de prendre V = 16 (une période) ou 32, ou 48 etc ...

Par contre, on ne dégage aucune loi simple relative à l'influence de la position (voir fig. 9), sinon une tendance moyenne à augmenter vers la périphérie : pour une période complète, l'influence de la position est beaucoup moins importante.

<u>Teneurs relatives pour v = 2, V = 16 -</u>

Je n'ai calculé ici que 48 valeurs, qui m'ont donné les valeurs suivantes desparamètres (pour l'ensemble des positions) =

$$\begin{cases} \mu = 0{,}9129 \\ \sigma = 0{,}3854 \\ \sigma^2 = 0{,}1485 \end{cases}$$

La variance est représentée par le point 10, de même abscisse que le point 8 et un peu plus proche de la valeur théorique : la périodicité apporte moins de perturbation dans une période entière que dans une demi-période.

c) La formule de de Wijs -

La figure 7 nous montre 10 points dont 6 sont alignés approximativement sur une droite passant par l'origine, et d'équation :

$$\sigma^2 = 0{,}12 \ \log \frac{V}{v} = \frac{5{,}2}{100} \ L \ \frac{V}{v}$$

Ce sont les points 1, 2, 3, 4, 6 et 7. Les 4 autres (points 5, 8, 9 et 10) sont nettement écartés de cette droite : nous avons vu que cet écart, avec son signe, était imputable à la périodicité.

On doit conclure que la formule de de Wijs peut-être localement perturbée par la périodicité : Si celle-ci était totale d'ailleurs, la variance serait indépendante de V, du moins lorsque V est supéfieur à la période.

La droite de la figure 7 correspond à :

$$\boxed{\alpha = 5{,}2/100}$$

valeur pratiquement identique aux valeurs trouvées pour le gisement entier (4,8/100 pour les N. 150 et 180, 5/100 pour les trois niveaux).

Du point de vue théorique, il est important de noter que le paramètre semble indépendant de la forme du volume V et du volume v, puisqu'il conserve la même valeur pour des traçages (pratiquement : une seule dimension) et le gisement entier (2 dimensions).

4°/ Comparaison avec l'expérience de Bou-Kiama -

(cf. rapport statistique du 8/12/1954). Cette expérience consistait à déterminer les teneurs de 64 parallélépipèdes dont l'ensemble constituait un carra de 1,60 x 1,60 pris perpendiculairement aux épontes. Les variances obeissaient bien à la formule de de Wijs, mais avec un paramètre α beaucoup plus élevé (30/100) = l'explication est que, si le problème comportait bien deux dimensions, l'une des deux dimensions était prise perpendiculairement aux épontes. A une dispersion énorme dans cette dimension s'opposent de faibles disperions dans les deux autres, et par suite, pour un gisement de ce type, il n'y a aucun intérêt

<u>à fragmenter les carottes, en plusieurs tronçons, d'une éponte à l'autre</u> : une telle opération est néfaste, car elle masque complètement les véritables dispersions .-

° ° ° °

V .- CONCLUSION

Cette étude, qui a demandé un travail matériel considérable (46 calculs lognormaux complets) a fourni, en premier lieu, une évaluation raisonnable du gisement (3050 tonnes de plomb, à 6,65 %, teneur entre épontes). En deuxième lieu elle a mis en évidence des faits d'une grande importance théorique, dont certains entièrement nouveaux : - la modification, en profondeur, des coefficients ρ, que l'on peut interprêter comme traduisant l'antagonisme, lors de la genèse, d'un équilibre chimique dans les parties superficielles et d'un équilibre physique dans les parties profondes - conception qui expliquerait un fait aussi général que l'amincissement et l'appauvrissement des filons vers le bas - l'indépendance de la disperion absolue vis à vis de la forme du volume échantilloné - enfin, la mise en évidence d'une périodicité des teneurs, pouvant perturber le jeu de la formule de de Wijs, sans que l'on puisse dire, cependant, avant une étude plus approfondie, s'il s'agit d'un phénomène purement local ou valable, au contraire, à l'échelle du gisement tout entier -

L'idée directrice de la partie théorique de cette étude a toujours été de trouver la signification thermodynamique des faits statistiques mis en évidence. Je pense que de tels rapprochements peuvent être extremement féconds pour le développement de cette science naissante qu'est la géostatistique. -

Signé : G. LATHERON