M. Matheron

Cinq Maisons
MAISON CARRÉE

ALGER, le 30/9/55/.

NOTE STATISTIQUE N° 12

L'Estimation des panneaux lorsque h et x sont liés

La note n°11 a résolu le problème de l'estimation des panneaux dans le cas où la teneur x et la puissance h sont indépendantes. La présente note se propose de traiter le même problème lorsque h et x sont liés, généralisant les raisonnements de la note n° 10 - De plus, cette note, ayant établi que les distributions des teneurs suivant la surface (teneurs non pondérées) et suivant le tonnage (teneurs pondérées) ont même variance et ne diffèrent que par leur moyenne, va nous permettre d'effectuer cette généralisation presque sans calculs.

Notations soient

x_i, $y_i = h_i x_i$, h_i, X, Y = HX et H

la teneur, la teneur pondérée et la puissance du sondage i, et la teneur, la teneur pondérée et la puissance du panneau S' à estimer. Lorsque l'on connait les résultats d'un certain nombre de sondages, les formules (34) de la note N°11 donnent directement les valeurs probables de Y et de H. Cependant, nous ne devons pas nous attendre à ce que le rapport de ces valeurs probables soit égal à la valeur probable de X. Par ailleurs, l'application de ces formules (34) aux teneurs x_i elles mêmes ne conduit pas à la valeur probable de la teneur X du panneau, mais à la valeur probable de la teneur moyenne non pondérée du panneau, c'est à dire de la moyenne non pondérée des teneurs d'un très grand nombre de cylindres jointifs, de section s égale à la section des carottes.

En toute rigueur, on devrait donc reprendre le raisonnement de la 2° partie de la Note 10 et déterminer la loi de $\frac{Y}{H}$ lorsque l'on fixe les y_i et les h_i. Le calcul a été fait, et conduit au même résultat que le raisonnement rapide ci-dessous:

- Les formules (15) de la N° 11 montrent d'abord que, k variant, les variances $\grave{a}$ x_1, y_1, h_1 ... x_k y_k h_k fixés de x, h et y ou de X, H et Y varient proportionnellement, d'où résulte que les coefficients de correlation tels que $\rho_{xh} = \rho_{XH}$ conservent la même valeur quel que soit k.

- La 1° partie de la note 10 montre que les lois de distribution des teneurs non pondérées et des teneurs pondérées ont même variance et que leurs moyennes sont liées par:

$$m' = m\, e^{\rho \sigma_x \sigma_h}$$

.../...

m' étant la teneur vraie (pondérée), et m la moyenne des teneurs non pondérées. C'est là une propriété de la distribution elle même, indépendante des estimateurs employés. Par suite elle est vraie également pour un panneau. Si donc on connait la valeur probable de la teneur non pondérée d'un panneau, on en déduit la valeur probable de la teneur réelle par une simple multiplication par le coefficient C

$$(1) \qquad C = e^{\rho \sigma_x \sigma_h}$$

dit <u>coefficient de pondération</u>. ρ est le coefficient de correlation de x et de h, σ_x et σ_h sont les écarts types des distributions des teneurs et des puissances des carottes <u>dans le panneau</u>. Ce raisonnement n'est valable que si ρ, σ_x et σ_h sont connus. En fait, nous ne disposons que d'estimations de ces paramètres. Mais la formule de de WIJS permet de les estimer à partir de l'ensemble des données relatives au gisement, et non pas des seules données relatives au panneau, de sorte que l'on ne commet pas une grave erreur en les supposant absolument connus.

La formule de de WIJS permet d'écrire

$$(2) \qquad L\,C = \rho \sigma_x \sigma_h = \rho \sqrt{\frac{\alpha_h}{\alpha_x}}\ \sigma_x^2$$

Avec les notations de la Note 11, σ^2_{xy} représentant la variance de x dans le panneau s_y :

$$(3) \qquad L\,C = \rho \sqrt{\frac{\alpha_h}{\alpha_x}}\ \sigma^2_{xy}$$

L'estimateur est donc:

$$(4) \qquad \boxed{y'' = c\,y'}$$

C étant donné par la formule (3), et y' étant l'estimateur non pondéré, calculé par la formule (34) de la N. 11, à condition de prendre pour m la teneur moyenne <u>non pondérée</u> du gisement.

<u>Remarque</u> - Il importe de ne pas perdre de vue que le coefficient de pondération dépend des dimensions du panneau. D'après la formule de de WIJS, on a:

$$(5) \qquad L\,C = \rho \sqrt{\alpha_h \alpha_x}\ L\frac{S'}{s}$$

S' et s désignant les surfaces du panneau et de la section de carotte. Si l'on pose

$$(6) \qquad \alpha_c = \rho \sqrt{\alpha_x \alpha_h}$$

.../...

on peut écrire

$$(7) \qquad LC = \alpha_c \, L \frac{S'}{s}$$

α_c étant une constante caractéristique du gisement, on voit que LC obéit lui aussi à la loi de de WIJS. Le coefficient α_c a le signe de ρ = il est donc généralement négatif, de sorte que le coefficient de pondération C est généralement plus petit que 1.

G. MATHERON