NOTE THEORIQUE

SUR L'AMPLITUDE DE LA VARIATION DE LA TENEUR DES CARGAISONS DE MINERAI DE FORT - GOURAUD

Par G. MATHERON

Juillet 1960.

NOTE THEORIQUE

SUR L'AMPLITUDE DE LA VARIATION DE LA TENEUR
DES CARGAISONS DE MINERAI DE
FORT - GOURAUD

La difficulté majeure de l'exploitation des gisements de fer de Fort-Gouraud sera de régulariser la teneur des cargaisons de minerai. Les exigences de la sidérurgie sont très strictes. Une variation de ± 1 point autour de la teneur commerciale apparaît comme une limite absolue de tolérance. En raison du caractère aléatoire des fluctuations, on devra en pratique s'imposer, par exemple, qu'il n'y ait pas plus d'une cargaison sur mille dont la teneur diffère de plus d'un point de la teneur commerciale choisie. En langage probabiliste, si l'on désigne par m la teneur commerciale et par x la teneur d'une cargaison, l'amplitude de la fluctuation sera représentée par la variance σ_c^2 ou l'écart type σ_c de la quantité $(x - m)$. Si l'on admet (ce qui est vraisemblable) que cette fluctuation obéira à une loi de Gauss, on doit s'imposer à priori la condition :

$$\sigma_c^2 < \frac{1}{9} = 0.111 \qquad \sigma_c < \frac{1}{3} = 0.333$$

Cette condition très sévère ne pourra être respectée qu'au prix d'une extrême attention apportée aux opérations de stockage et de reprise au port, et surtout à la régulation de la production à la mine, régulation qui devra être parfaite à l'échelle du mois ou du trimestre, et déjà très bonne à l'échelle du poste ou de la journée.

L'étude qui suit se propose de séparer et d'analyser les différents facteurs qui influeront sur ces fluctuations. Les valeurs numériques qui seront indiquées ne doivent pas être prises à la lettre. En l'état actuel de nos connaissances, elles ne peuvent avoir qu'une valeur qualitative.

La variance de la cargaison apparaît comme la somme de deux termes :

- une variance de stockage et de reprise au stock, ou variance du port σ_p^2. Elle représente la fluctuation de la teneur x d'une cargaison individuelle autour de la teneur moyenne y du stock en cours de déchargement.

.../...

- une variance de stock, σ^2_s , qui représente la fluctuation de la teneur moyenne du stock, y, autour de la teneur commerciale m. Ce deuxième terme sera de loin le plus important et le plus difficile à maîtriser.

Nous arrivons au total :

$$\sigma^2_c = \sigma^2_p + \sigma^2_s$$

Variance cargaison : Variance du port + Variance du stock.

Les principaux facteurs agissant sur ces différents termes seront les suivants :

1° - En tout premier lieu, la régularité ou l'irrégularité du gisement lui-même. Un schéma identique de régulation à la mine et de stockage au port appliqué à des gisements différents donnera des cargaisons d'autant plus fluctuantes qu'elles proviendront de gisements plus irréguliers, toutes choses égales d'ailleurs.

Nous caractériserons cette irrégularité de la minéralisation par un coefficient de dispersion absolue, α, auquel seront proportionnelles aussi bien la variance du port que celle du stock.

Il est, en réalité, très insuffisant de ne considérer qu'un seul coefficient de dispersion absolue, car :

- la dispersion sera beaucoup plus forte perpendiculairement aux couches que dans leur plan, et il conviendrait de considérer un ellipoïde des dispersions absolues, avec au moins deux dispersions absolues principales.

- La population statistique des teneurs n'est pas homogène. Il convient probablement de distinguer au moins deux populations constitutives :

-une population hematite pure (ou presque pure) caractérisée par une teneur en fer élevée et un rapport SiO^2 / Al_2O_3 à peu près constant. Sa dispersion absolue doit être très faible.

-une (ou plusieurs) population B H Q caractérisée par une teneur en fer plus faible et une teneur en Al_2O_3 à peu près constante (indépendante du fer et de la Silice) et d'ailleurs faible. Sa dispersion absolue doit être plus forte.

.../...

Cette distinction est importante en ce qui concerne l'interaction Fer/Silice = dans la première population, une diminution d'un point, par exemple, de la teneur $Fe^2 O_3$ se traduira par une augmentation de 0,7 %, par exemple, pour la teneur en $Si O_2$ et 0,3 % pour la teneur en $Al_2 O_3$. Dans la deuxième population, elle se traduira par une augmentation de 1 % pour la teneur en $Si O_2$, sans affecter $Al_2 O_3$.

En l'état actuel de nos connaissances sur un gisement comme Tazadit, il n'est pas possible de se servir utilement de ces distinctions. Nous raisonnerons donc avec le schéma très approché à dispersion absolue unique. On sait que, dans un tel schéma, la variance de la teneur d'un bloc de minerai en place dans une portion de gisement, de volume V et de même forme géométrique que le bloc , est donnée par la formule de de Wijs.

$$\sigma^2 = \alpha \log \frac{V}{v} \quad \text{(log néperien)}$$

<u>Valeur numérique de la dispersion absolue α</u> = nous prendrons la valeur <u>3,5</u>, valeur forte, déduite des données de l'allongement Est entre 98,5 m et 204 m où alternent de façon inexprimable des passées d'hematite et de B H Q. C'est donc une valeur pessimiste.

2° - Les procédés de stockage et de reprise au stock : ils n'influent que sur la variance du port σ^2_p . Le paramètre principal est le <u>nombre de tranches</u> distinctes de minerai déposées successivement au stock, qui doit être aussi grand que possible.

3° - <u>La taille du stock</u> = Sans influence sur la variance du port, la taille du stock est un facteur prépondérant de la variance du stock. Ce qui intervient en réalité est le rapport entre la taille du stock et le plus petit volume de production que le mineur sera capable de réguler.

4° - <u>La conduite de l'exploitation</u> - le degré de régularisation que le mineur arrivera à imposer à sa production à moyen terme et à court terme exerce l'influence la plus directe sur la variance du stock. Seront surtout à considérer ici la dimension du plus petit volume de production régulée et la précision de cette régulation.

5° - <u>La Reconnaissance</u> - le degré de précision avec lequel le mineur connaîtra à l'avance la teneur des gradins à exploiter, se répercute sur la variance du stock. Le facteur essentiel est la maille de sondages adoptée. Cette influence pourra être atténuée par correction d'un jour sur l'autre, si la production est échantillonnée journellement sur wagons.

.../...

Valeurs numériques utilisées :

Dispersion absolue $\alpha = 3,5$

Production annuelle 4,5 millions de tonnes

Production par poste 9.000 tonnes (8 mois à 2 postes/jour et 4 mois à 1 poste)

Tonnage du gisement 100 millions de tonnes

Teneur moyenne du gisement : teneur commerciale = 63 % Fe

Taille utile du stock : la moitié de la taille totale (une moitié du stock est en chargement, l'autre en déchargement), soit :

- taille maximum du stock : 200.000 tonnes
- taille moyenne " " : 150.000 "
- taille minimum " " : 70.000 "

Tonnage d'une cargaison : 10.000 tonnes.

I. - VARIANCE DU PORT

Le minerai provient de trois chantiers A,B,C exploités simultanément. Il est chargé sur wagon de telle manière que chaque wagon contient du minerai provenant d'un seul chantier et correspondant à peu près à un volume de minerai primitivement jointif en place. Dans la constitution du train, les wagons chargés de minerai A, B ou C alternent de façon aléatoire, mais la continuité des opérations fait que deux wagons A successifs, séparés ou non par des wagons B et C, représentent deux blocs de minerai jointifs primitivement très voisins dans le gisement. Poussant cette hypothèse à l'extrême, nous admettrons que ces deux blocs étaient contigus, de sorte que les deux wagons A successifs représentent pour nous un volume unique de minerai jointif primitivement en place dans la portion de gisement attaquée par le chantier A.

Au port, ces wagons sont déchargés dans leur ordre d'arrivée et mis au stock par stocker, de façon continue et par strates successives. Le demi stock de 200.000 tonnes à la forme d'un prisme à base triangulaire verticale de 860 m2 et de 100 m de longueur. Les strates, en coupe verticale, sont disposées en chevrons. Elles ont une surface de 2 m2, et sont d'autant plus épaisses qu'elles sont plus éloignées de la surface. Il y a ainsi 430 strates successives. Chaque strate est constituée d'une marquetterie aléatoire de minerai provenant des chantiers A, B et C. Comme chaque strate contient 1.000 tonnes, soit le neuvième de la production d'un poste, <u>l'ensemble des aires élémentaires d'une strate correspondant à du minerai A par exemple représente une tranche jointive du minerai primitif du bloc A.</u> De plus, la continuité des opérations est telle que l'on peut admettre que deux aires A élémentaires voisines dans la strate proviennent de deux wagons successifs, ou voisins, et représentent deux blocs de minerai primitivement contigus dans la tranche correspondante du chantier A.

.../...

La reprise se fait par trois pelles mécaniques dont deux attaquent une extrémité et la troisième l'autre extrémité du stock. Elles enlèvent, les deux premières 3,33 mètres linéaires de stock, la troisième 1,66 m., soit au total 5 m (10.000 tonnes). Dans une strate, un wagon de 80 tonnes représente 16 mètres linéaires de stock. Un prélèvement de 3,33 mètres dans une strate intéresse donc un seul wagon ou deux au maximum et correspond donc, rapporté au gisement original, soit un bloc jointif d'une même catégorie (A, B ou C), soit deux blocs jointifs de deux catégories différentes (A et B, ou B et C, etc...), la taille de ces blocs étant aléatoire dans ce dernier cas.

En résumé :

- le stock est constitué de 430 strates

- chaque strate est constituée par une marquetterie de minerai A, B et C. Chaque catégorie A, B et C représente une tranche jointive de minerai provenant de la portion de gisement attaquée par le chantier A, B ou C.

- le prélèvement effectué par les deux pelles mécaniques travaillant ensemble (ou par la pelle travaillant seule) revient à prélever au hasard un bloc de minerai jointif de taille aléatoire dans une ou deux des tranches jointives de minerai A, B et C correspondant à chaque strate.

La variance d'un tel prélèvement est identique à la variance de reconnaissance d'un gisement échantillonné selon un schéma aléatoire stratifié. On est ramené à un problème connu. Les calculs, résumés en Annexe I, conduisent aux résultats suivants :

- la variance est indépendante de la taille du stock
- elle varie à peu près en raison inverse du nombre ρ des strates du stock.
- elle varie à peu près comme le logarithme du rapport $\frac{Q}{q_o}$ de la taille Q du gisement à la taille qo de la cargaison, c'est-à-dire très lentement en fonction de ces deux variables.

Pour ρ = 430, Q = 100 millions de tonnes,
qo = 10.000 tonnes en a :

$$\boxed{\sigma^2_p = \frac{1,5}{100} X}$$

Pour une dispersion absolue de 3,5 =

$$\sigma^2_p = \frac{5,25}{100}$$

La variance du port serait ainsi légèrement inférieure à la moitié de la variance maximum admissible pour la cargaison (0,111). Il en résulte que la variance du stock ne doit pas, non plus, dépasser une valeur de cet ordre de grandeur, on doit avoir :

$$\sigma^2_s < \frac{6}{100}$$

II. - LA VARIANCE DU STOCK

Nous venons de voir que cette variance doit être inférieure à 0,06. Celà signifie pratiquement qu'il ne doit pas y avoir plus d'un stock sur 1.000 qui diffère de plus de 0,7 point de la teneur commerciale. Cet impératif va peser lourdement sur l'organisation de l'exploitation. Il va obliger le mineur à jouer simultanément sur tous les facteurs dont il dispose pour régulariser sa teneur : variation de la production de chaque chantier en fonction de la teneur du moment, de placements fréquents des pelles et des tirs, multiplication des points d'attaque et donc des pelles, qui ne pourront plus alors travailler à plein rendement, etc...

Cet éparpillement de la production dans l'espace et le temps, qui rendra le travail du mineur extraordinairement délicat, nous empêchera de formuler une expression de la variance du stock aussi précise que celle de la variance du port. Tout ce qu'il est possible de faire, dans une analyse à priori, c'est d'essayer de dégager l'ordre de grandeur auquel on sera obligé de pousser cet éparpillement et les principaux facteurs qui agiront sur la variance du stock.

Le problème en fait ne peut être résolu que pratiquement, en faisant des projets d'exploitation poste par poste, sur un plan d'isoteneurs aussi précis que possible.

<u>Les périodes de régulation</u> - La régulation de la production se fera à plusieurs échelles. On peut distinguer des régulations à long, moyen et court termes. De la régulation à long terme, nous ne dirons pas grand chose. Elle concerne le projet d'exploitation à l'échelle d'une ou plusieurs années.

.../...

Les panneaux retenus pour être exploités pendant une longue période devront avoir une teneur moyenne identique à la teneur commerciale. Cette condition pourra sans doute être remplie sans trop de difficulté.

La régulation à moyen terme pose un problème déjà plus difficile. Par moyen terme, il faut entendre une période de l'ordre du mois ou du trimestre. Si les gradins font 10 m, une production de 9.000 tonnes par poste représente un avancement de 10 m sur un front de 25 m, soit environ 1.200 m linéaires de gradin par mois répartis entre trois chantiers, soit 400 m par chantier.

Ces trois gradins de 400 m ne pourront pas être choisis de manière quelconque. On montre facilement que, dans un gisement de 100 millions de tonnes, la teneur moyenne de trois gradins de 400 m choisis au hasard à une variance de :

$$\sigma^2 = 0{,}83\,\alpha = 2{,}9$$

Cette teneur moyenne fluctue dans une fourchette de $\pm 3\sigma = \pm 5\ \%$, beaucoup trop large pour pouvoir être rattrapée en jouant sur les quantités produites dans chacun des 3 chantiers.

En fait, on choisira, pour être exploités simultanément, un gradin riche, un moyen et un pauvre. On peut aussi, pendant la période de régulation moyenne, exploiter un nombre plus grand de gradins sur une moindre longueur. Les possibilités de choix resteront cependant très limitées en raison des conditions d'accessibilité et de la nécessité de maintenir une progression relativement continue de l'ensemble du front. La fourchette ci-dessus sera donc notablement réduite (la moitié ou le tiers de sa valeur peut être), mais restera beaucoup trop large.

Il sera donc impératif de jouer sur les quantités produites dans chaque chantier, de façon à ajuster rigoureusement la teneur de la production mensuelle à la teneur commerciale. Si l'on a par exemple trois gradins :

A à 58 %

B à 61 %

C à 67 %

on devra produire en moyenne par poste :

2.000 t. à 58% en A

3.000 t. à 61% en B

4.000 t. à 67% en C.

ou toute autre combinaison permettant de retrouver une moyenne de 63 %.

.../...

La compensation doit être pratiquement parfaite, car toute variation de la teneur sur la moyenne période se répercute telle quelle sur la teneur des stocks, en plus de toutes les autres causes de variation.

<u>Une régulation à moyen terme pratiquement parfaite est un impératif absolu, qui ne peut être satisfait qu'en faisant varier dans une gamme relativement étendue la production moyenne de chacun des chantiers.</u>

<u>La Régulation à court terme</u> pose le problème le plus délicat. L'idéal serait évidemment d'avoir une production parfaitement constante poste par poste. Il ne faut pas y compter.

Pour fixer des ordres de grandeur, supposons que nous nous proposions d'exploiter en 1 mois :

400 m de gradin	A	à	67 %
400 m	"	B	à	63 %
400 m	"	C	à	59 %

chacun de ces gradins est divisé en 50 petits blocs cubiques de 8 m. de longueur, dont chacun doit être pris au cours d'un poste (3.000 tonnes)

1°- Ces petits blocs sont pris poste par poste dans leur ordre de succession naturelle.

Pour un stock correspondant à la production de x postes, on a, alors, une variance de stock égale à :

$$\sigma^2 = \alpha \; L \; \frac{50}{x}$$

Sous réserve que x soit plus petit que 50, soit :

- pour un stock de 72.000 t. = 8 postes 1,85 = 6.45
- pour un stock de 144.000 t. = 16 postes 1,19 = 4.16
- pour un stock de 200.000 t. = 22 postes 0.86 = α 3.04

Ces variances sont énormes. Pour un stock de 72.000 t., une variance de 6.45 signifie qu'un stock sur 20 diffèrera <u>de plus de 5 points</u> de la teneur commerciale. Cette fourchette est réduite à 3,5 points pour le stock de 200.000 t.

Ces fourchettes sont trop importantes pour pouvoir être réduites même en jouant sur les quantités produites à chaque poste sur chacun des chantiers.

<u>Il est donc exclu que l'on puisse exploiter les gradins de façon continue en prenant les blocs dans leur ordre de succession naturelle.</u>

.../...

2°- Ce point acquis, il convient de chercher l'ordre de grandeur <u>de la plus petite période de régulation</u> nécessaire, c'est-à-dire de la périodicité des changements de point d'attaque des chantiers (changement de point d'attaque tous les postes, tous les jours, tous les 2 jours, etc....).

Pour simplifier l'exposé, nous supposerons que seuls les gradins B et C ont des teneurs très variables (dispersion absolue de 3,5), tandis que le gradin A a une teneur constante, partout égale à 67 %. Chacun des gradins B et C est divisé en n tronçons correspondant à la plus petite période de régulation (changement de point d'attaque tous les $\frac{50}{n}$ poste).

On classe les n tronçons B_1, B_2, B_n, et C_1, C_2, C_n par teneurs décroissantes, et on décide d'exploiter simultanément les tronçons B_1 et C_n, B_2 et C_{n-1}, etc..., c'est-à-dire le plus riche d'un gradin avec le plus pauvre de l'autre, le 2ème plus riche avec le 2ème plus pauvre, etc....

On établit facilement que la variance de la moyenne des teneurs des tronçons B_ξ et $C_{n-\xi}$ est de l'ordre de $\frac{3\,[illegible]}{4} = 2{,}62$, indépendante de n (La variance du rang, c'est-à-dire de l'intervalle séparant une ξ ième plus grande valeur, d'une ième plus petite valeur, est de l'ordre de $\frac{6^2}{4Ln}$, tandis que σ^2 est de l'ordre de $3 \chi L\,n$)

Cette variance est beaucoup trop forte pour que l'on puisse espérer réguler la production sur une seule période, même en faisant varier les quantités produites en chaque chantier.

Si nous désignons par x_ξ la moyenne des teneurs de B_ξ et $C_{n-\xi}$, nous pouvons classer les x_ξ par teneurs décroissantes et décider d'exploiter x_n immédiatement après x_1, x_{n-1} après x_2 etc...

Nous réalisons ainsi une régulation sur 2 périodes. La variance des moyennes :

$$\frac{x_\xi + x_{n-\xi}}{2} \text{ est alors de l'ordre de : } \frac{3\,[illegible]}{16\,L\,\frac{n}{2}}$$

De même, la série y_ξ des teneurs $\frac{x_\xi + x_{n-\xi}}{2}$ des doubles périodes peut être ordonnée par teneurs décroissantes, et on peut décider d'exploiter $Y_{n/2}$ immédiatement après Y_1 etc...

réalisant ainsi une régulation sur 4 périodes. La variance de la teneur 4 périodes est alors de l'ordre de : $\dfrac{3\alpha}{64\, L\frac{n}{2}\, L\frac{n}{4}}$

De même, une régulation sur 8 périodes donnerait une variance de $\dfrac{3\alpha}{256\, L\frac{n}{2}\, L\frac{n}{4}\, L\frac{n}{8}}$ etc ....

Le bénéfice d'une régulation sur p périodes n'est évidemment profitable que si le stock contient exactement la production d'un multiple entier de p périodes. Le stock ne devra varier que par sauts discontinus correspondant à la production de p périodes. Il en résulte qu'on ne pourra pas prendre p très grand. On pourra difficilement en pratique bénéficier d'une régulation sur plus de quatre ou deux périodes élémentaires.

Si la période élémentaire de régulation est prise égale au poste, le stock ne peut varier que par sauts de 36 ou 18.000 tonnes etc... Lorsque le stock sera au plus bas (72.000 tonnes), il sera difficile de n'autoriser que des variations de 36.000 t. On sera donc pratiquement obligé, dans ce cas, de prendre une période élémentaire égale au poste et de réguler sur deux périodes seulement. Les variances de régulation sont alors de l'ordre de grandeur suivant :

- Période élémentaire de régulation = 1 Poste (n = 50)
- Régulation sur 2 périodes (18.000 tonnes)

Taille du Stock	Variance de Régulation
72.000 t. = 8 postes	$\frac{1}{4}\,\frac{3\alpha}{16\,L\,25} = \frac{1.46}{100}\,\alpha = \frac{5,1}{100}$
90.000 t. = 10 postes	$\frac{1}{5}\,\frac{3\alpha}{16\,L\,25} = \frac{1.17}{100}\,\alpha = \frac{4,1}{100}$
108.000 t. = 12 postes	$\frac{1}{6}\,\frac{3\alpha}{16\,L\,25} = \frac{0.97}{100}\,\alpha = \frac{3,4}{100}$

Ces variances, encore un peu fortes, sont déjà d'un ordre de grandeur admissible. Elles peuvent être notablement réduites en faisant varier les quantités produites à chaque poste et à chaque chantier. Mais ce résultat n'est atteint qu'au prix d'un déplacement à chaque poste des points d'attaque. C'est en fait un déplacement quotidien, puisque les stocks sont creux en été.

.../...

En hiver, où l'on travaille à 2 postes, on souhaitera sans doute ne déplacer les points d'attaque qu'une fois par jour. La période élémentaire de régulation est prise égale à 2 postes. On ne peut ici encore espérer réguler sur plus de deux périodes (4 postes), qui exigent déjà des variations du stock par saut de 36.000 tonnes.

On a alors le tableau suivant :

- Période élémentaire de régulation = 2 postes (n = 25) - Régulation sur 2 périodes (36.000 tonnes).	
Taille du Stock	Variance de régulation
144.000 t. = 8 périodes	$\frac{1}{4}\ \frac{3\alpha}{16\ L\,(12{,}5)} = \frac{1.86}{100}\alpha = \frac{6{,}5}{100}$
180.000 t. = 10 périodes	$\frac{1}{5}\ \frac{3\alpha}{16\ L\,(12{,}5)} = \frac{1.49}{100}\alpha = \frac{5{,}2}{100}$
216.000 t. = 12 périodes	$\frac{1}{6}\ \frac{3\alpha}{16\ L\,(12{,}5)} = \frac{1.24}{100}\alpha = \frac{4{,}3}{100}$

Ces valeurs sont un peu trop fortes, et rendent obligatoire un ajustement par variation quotidienne de la production des chantiers. D'autre part, il sera peut-être gênant d'obliger le stock à ne varier que par multiples de 36.000 tonnes. On peut alors préférer une formule de régulation par postes (déplacement des points d'attaque tous les postes) avec variation du stock par multiple de 18.000 tonnes :

- période élémentaire de régulation = 1 poste (n = 50) - régulation sur 2 postes (18.000 tonnes)	
Taille du Stock	Variance de régulation
144.000 t. = 16 périodes	$\frac{1}{8}\ \frac{3\alpha}{16\ L\ 25} = \frac{0.73}{100}\alpha = \frac{2{,}5}{100}$
162.000 t. = 18 périodes	$\frac{0.65}{100}\alpha = \frac{2.28}{100}$
180.000 t. = 20 périodes	$\frac{0.58}{100}\alpha = \frac{2.04}{100}$

.../...

Ces variances deviennent plus satisfaisantes et permettent de se dispenser de faire varier la production de chaque chantier à chaque poste, d'où bien meilleur rendement des pelles.

Malheureusement, la variance du stock ne se réduit pas à cette variance de régulation. Il convient de tenir compte encore d'une variance de chevauchement, qui apparaît si les opérations de stockage cessent d'être en phase avec l'exploitation, et d'une variance de reconnaissance, qui traduit l'imprécision de nos connaissances à priori et à postériori sur le gisement.

<u>Variance de chevauchement</u> - La période élémentaire de régulation étant prise égale au poste et la régulation se faisant sur deux périodes, c'est-à-dire deux postes, le stock ne doit varier que par sauts de 18.000 tonnes. On ne doit arrêter le chargement d'un demi-stock qu'au bout d'un nombre pair de jours, en été, et d'un nombre entier de jours en hiver. Cette exigence ne parait pas exorbitante. Des erreurs peuvent cependant se produire lors du passage du régime d'hiver au régime d'été. Le désir de ne pas faire attendre un bateau pendant deux jours entiers, en régime d'été, peut conduire à briser volontairement la périodicité.

On aboutira ainsi, par exemple, à un stock de 72.000 tonnes constitué de 3 doubles périodes complètes, et de deux périodes simples non compensées. La variance sur les trois doubles périodes est $\frac{1}{3} \; \frac{3\alpha}{16 \, L \, 25}$; sur chaque période simple, $\frac{3}{4}\alpha$. Sur le stock total :

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{1}{3} \; \frac{3\alpha}{16 \, L \, 25} + \frac{1}{32} \; \frac{3}{4}\alpha = \frac{4{,}44}{100}\alpha = \frac{15{,}5}{100}$$

C'est une valeur très forte. Le chevauchement a fait passer la variance de $\frac{1.46}{100}\alpha$ à $\frac{4{,}44}{100}\alpha$. On a une variance de chevauchement de :

$$\frac{2{,}98}{100}\alpha = \frac{10{,}4}{100}$$

Ainsi, lorsque le stock est au minimum, il est impératif d'éviter le chevauchement. Ceci suppose évidemment une excellente <u>coordination entre la mine et le port</u>.

Pour un stock de 144.000 t., le même chevauchement donnerait 7 doubles périodes complètes, et deux périodes simples non compensées. La variance résultante serait :

$$\left(\frac{7}{8}\right)^2 \frac{1}{7} \; \frac{3\alpha}{16 \, L \, 25} + \frac{1}{128} \; \frac{3\alpha}{4} = \frac{1{,}23}{100}\alpha = \frac{4{,}3}{100}$$

.../...

Le chevauchement nous a fait passer de $\frac{0.73}{100}$ % à $\frac{1,23}{100}$ %, d'où une variance de chevauchement de :

$$\frac{1.23 - 0.73}{100}\,\% = \frac{0.50}{100}\,\% = \frac{1.75}{100}$$

Le résultat est moins catastrophique, mais notable tout de même On remarquera qu'en gros la variance de chevauchement est du même ordre de grandeur que la variance de régulation - <u>le chevauchement a pour effet de doubles la variance de régulation</u>.

<u>Variance de Reconnaissance</u> - Le choix des blocs à abattre à chaque poste se fait au vu des teneurs données par les sondages de reconnaissance forés en avant du front. Ces teneurs diffèrent des teneurs réelles des blocs. Elles peuvent même en différer notablement Il se peut que les sondages introduisent une erreur systématique (dans le captage des poussières par exemple). Celle-ci se répercuterait telle quelle sur la teneur du stock, mais serait assez vite décelée par les échantillonnages de contrôle de la production sur wagon. Mais, en dehors de toute erreur systématique, ce n'est qu'en moyenne que les sondages donneront la teneur réelle des blocs de minerai. Dans chaque cas particulier, la teneur réelle du cylindre mince de minerai correspondant au sondage théorique différera de la teneur réelle du bloc de minerai qu'il commande d'une quantité aléatoire pouvant prendre des valeurs très notables.

Par exemple, si les sondages sont implantés à maille carrée 10 x 10, on trouve que la teneur d'un cube de 1.000 m3 (3.500 tonnes) peut différer de la teneur du sondage foré en son centre d'une quantité de variance :

$$1,87\,\% = 6.55$$

Celà signifie qu'il ne sera pas exceptionnel que la teneur d'un bloc diffère de 5 points de celle de son sondage.

Si la maille est portée à 5 m, la teneur du prisme de 5 x 5 x 10 = 250 m3 diffère de la teneur de son sondage central d'une quantité de variance :

$$1,05\,\% = 3,68$$

et le cube de 1.000 m3, reconnu par 4 sondages, ne diffère de la teneur moyenne de ses quatre sondages que d'une quantité de variance :

$$\frac{1.05}{4}\,\% = 0.92$$

qui autorise cependant encore des variations de l'ordre de deux points.

.../...

Il est certain que, sur l'ensemble d'un stock, une compensation statistique se produira. Un stock de 72.000 tonnes correspond à un volume de minerai reconnu par 20,5 sondages à maille de 10 m, ou 82 sondages à maille de 5 m. Les variances de reconnaissance, venant affecter la variance du stock, seront respectivement 20 et 80 fois plus petites que les précédentes.

	Variances de Reconnaissance	
	Maille 10 m	Maille 5 m
Stock de 72.000 t.	$\frac{1.87}{20,5} \propto = \frac{32}{100}$	$\frac{1.05}{82} \propto = \frac{4,5}{100}$
Stock de 144.000 t.	$\frac{1.87}{41} \propto = \frac{16}{100}$	$\frac{1.05}{167} \propto = \frac{2.24}{100}$

On voit que cette compensation reste très imparfaite. Les variances de reconnaissance sont inadmissibles à maille de 10 m. A maille de 5 m, elle reste très forte pour un stock de 72.000 t., et ne devient vraiment acceptable que pour un stock de 144.000 t.

En réalité, grâce à l'échantillonnage sur wagon de la production de chaque poste, le mineur conserve la possibilité de rectifier son tir d'un poste sur l'autre ou d'un jour sur l'autre. Un défaut de teneur sera corrigé, le poste suivant, en forçant par exemple sur la production de minerai riche.

Cette correstion, cependant, restera limitée, car :

- l'échantillonnage sur wagon ne sera pas exempt d'erreurs. Si chaque wagon est connu à 2 points près, (ce qui est peut-être optimiste), la production d'un poste, (une centaine de wagons) est connue à 0,2 point près, correspondant à une variance de $\frac{1}{100}$ sur la production d'un poste. C'est déjà très faible, mais :
- l'écart entre la teneur sur wagon et la teneur prévue d'un poste risque d'être de trop grande amplitude pour être entièrement corrigée sur le poste suivant. Avec une maille 10 m, cet écart par poste a une variance de 2,5, correspondant à une amplitude de $\pm$ trois points et ne pourra pas être corrigé entièrement sur un seul poste. Si l'on corrige sur deux ou plusieurs postes, la correction sera efficace, mais des variances de chevauchement risqueront d'apparaître. Avec

.../...

une maille 5 m, l'écart par poste a une variance de 0.36, correspondant à une amplitude de ± 1,2 point, qui pourra plus facilement être corrigée sur le poste suivant :

RESUME ET CONCLUSION

La condition imposée est que la variance de la teneur d'une cargaison ne dépasse pas $\frac{11}{100}$. Cette variance est la somme de 2 termes, la variance du port et la variance du Stock.

La variance du port ne dépend que de la façon dont le stock est constitué, et pas du tout de sa taille. Il n'y a pratiquement pas de moyen d'action sur elle. Avec une dispersion absolue de 3.5, sa valeur sera de l'ordre de $\frac{5}{100}$. La variance du stock ne devra donc pas dépasser $\frac{6}{100}$.

La variance du stock dépend à la fois de la façon dont l'exploitation est conduite à la mine et de la taille du stock. Elle apparait comme la somme de trois termes: une variance de régulation, une variance de chevauchement et une variance de reconnaissance.

La variance de régulation comporte une composante de moyen terme et une composante de court terme. Il est impératif que la régulation à moyen terme soit parfaite (de variance nulle). Ce résultat ne pourra être atteint qu'en jouant sur les quantités produites par chaque chantier pendant la période de moyen terme.

La variance de régulation à court terme dépend tout d'abord de la période élémentaire de régulation, c'est-à-dire de la périodicité du déplacement des points d'attaque dans chaque chantier. Elle dépend ensuite de la taille du stock. Le facteur important est le nombre de double-périodes contenues dans le stock. Ce nombre devant rester entier, la taille du stock ne doit varier que par quantités discontinues, ce qui limite la durée possible de la période élémentaire à un poste ou deux au maximum. Si cette période est prise égale à deux postes, un ajustement quotidien des quantités produites à chaque chantier est nécessaire. Si elle est prise égale au poste, cet ajustement n'est nécessaire que pour les petits stocks.

La variance de chevauchement apparaît si le stock n'est pas exactement constitué d'un nombre entier de doubles périodes complètes. Elle peut prendre une valeur de l'ordre de la variance de régulation. elle ne disparait qu'au prix d'une excellente coordination port/mine.

.../...

La variance de reconnaissance dépend de la maille de sondage adoptée et de la taille du stock. Elle peut être réduite par ajustement d'un poste sur l'autre des quantités produites à chaque poste au vu du résultat de l'échantillonnage sur wagon de la production du poste précédent. Cet ajustement est nécessaire si la maille est de 10 m ou si le stock est petit. On ne peut s'en dispenser que si la maille est de 5 m et le stock de 144.000 tonnes.

Examinons 2 cas particuliers :

1° - Stock minimum (72.000 tonnes)

- période de régulation = le poste
- maille de sondages = 5 m.

Variance de régulation	0.051
Variance de chevauchement	0
Variance de reconnaissance ...	0.045
Variance du stock (Total)	0,096 $= \frac{9,6}{100}$

Il est impossible de respecter la limite imposée $\left(\frac{6}{100}\right)$ sans faire varier à chaque poste la production de chaque chantier dans des proportions assez notables.

2° - Stock de 144.000 tonnes.

- Période de régulation = le poste
- Maille de sondages = 5 m.

Variance de régulation	0.025
Variance de chevauchement	0
Variance de reconnaissance	0.022
Variance du stock (Total)	0,047 $= \frac{4,7}{100}$

On se maintient dans les normes sans s'imposer de variations quotidiennes des quantités produites.

Il appartiendra naturellement au mineur d'arbitrer entre la gêne qui lui causera une variation quotidienne des productions imposées à chaque chantier et le déplacement à chaque poste des points d'attaque, ou bien entre cette même variation et le supplément de dépenses qu entraîne l'adoption pour les sondages d'une maille de 5 m. ou de 10. etc....

.../...

Bien qu'on ne doive en aucune façon prendre à la lettre les calculs précédents, il n'en ressort pas moins que la marge très limitée dans laquelle pourra s'exercer l'arbitrage du mineur sera d'autant moins serrée que le stock minimum sera de plus grande taille.

Au vu des deux exemples précédents, on se rend compte qu'un stock utile minimum de 72.000 tonnes obligera le mineur à de véritables tours de force quotidiens. Avec un stock minimum de 144.000 tonnes, il sera en position encore délicate, mais moins acrobatique.

Porter le stock utile minimum à 150.000 tonnes revient à augmenter de 150.000 tonnes la capacité totale de stockage, qui passerait ainsi de 400.000 t. à 550.000 tonnes pour Tazadit.

G. MATHERON

JUILLET 1960

A N N E X E   I

VARIANCE DU PORT

Les deux pelles travaillant ensemble prélèvent 3,3 m de stock; la pelle travaillant seule 1,66 m. Dans une strate, le minerai provenant d'un wagon s'étend sur 16 m. Etudions donc, de façon générale, un prélèvement intéressant la fraction λ de la longueur occupée par un wagon ($\lambda \leqslant 1$).

Dans une strate, il y a $1-\lambda$ chances que le prélèvement intéresse le minerai provenant d'un seul wagon et λ chances pour qu'il chevauche le minerai provenant de deux wagons successifs. D'où le tableau suivant :

	Nature de prélèvements	probabilité
	A	$(1-\lambda)/3$
1 seul wagon	B	$(1-\lambda)/3$
	C	$(1-\lambda)/3$
	AA	$\lambda/9$
	BB	$\lambda/9$
	CC	$\lambda/9$
2 wagons	AB	$2\lambda/9$
	AC	$2\lambda/9$
	BC	$2\lambda/9$

On a, pour chaque strate, la probabilité :

$$p = \frac{1-\lambda}{3} + 5\frac{\lambda}{9} = \frac{1}{3} + \frac{2\lambda}{9}$$

pour qu'un échantillon provenant de A, quelle que soit sa taille, y soit prélevé.

Désignons par :

[illegible] - le nombre des strates du stock

qo la taille de la cargaison

q la taille du stock.

.../...

Sur l'ensemble des ξ strates, nous prélevons a échantillons provenant de A , b et B et c de C. En première approximation, on peut admettre que la somme a + b + c est constante.

$$A + b + c = \xi' = \xi \left(1 + 2 \frac{\lambda}{\xi}\right)$$

et que a, b et c obéissent à une loi multinominale, avec

$$(1) \quad \begin{cases} E(a) = E(b) = E(c) = \dfrac{\xi'}{3} \\[2mm] E(a^2) = E(b^2) = E(c^2) = \dfrac{2\xi'}{9} + \dfrac{\xi'^2}{9} \\[2mm] E(ab) = E(bc) = E(ca) = \dfrac{\xi'(\xi' - 1)}{9} \end{cases}$$

La loi réelle de a, b et c est, en fait, plus compliquée, puisque ξ' n'est pas une constante. Mais ξ' varie peu, et cette approximation doit être suffisante.

Soit donc a le nombre d'échantillons A de taille q_0/ξ' prélevés sur le stock. La teneur moyenne $m_A + \varepsilon_A$ de ces échantillons diffère d'une quantité ε_A de la teneur réelle m_A du bloc A de minerai en place dont l'exploitation a alimenté le stock. A chaque strate du stock correspond, dans le bloc A en place, une tranche jointive de minerai de taille $\dfrac{q}{3\xi}$. La variance de ε_A est la même que la variance d'échantillonnage de ce bloc A de taille $q/3$ supposé reconnu, dans un schéma aléatoire stratifié, par prélèvement de a échantillons de taille q_0/ξ' implantés au hasard dans a tranches choisies au hasard.

Parmi les ξ tranches continues en lesquelles a été divisé le bloc A :

$$(2) \qquad D^2(\varepsilon_A) = \frac{\alpha}{a} L \left\{\frac{q}{3q_0} \; \frac{\xi'}{\xi}\right\} + \alpha\left\{\frac{1}{a} - \frac{1}{\xi}\right\} L\, \xi = \frac{\alpha}{a} L \frac{q\xi'}{3q_0} - \frac{\alpha}{\xi} L\, \xi$$

Le prélèvement total a une teneur moyenne de :

$$x = \frac{a}{\xi'}(m_A + \varepsilon_A) + \frac{b}{\xi'}(m_B + \varepsilon_B) + \frac{c}{\xi'}(m_C + \varepsilon_C)$$

la valeur probable de x est :

$$E(x) = \frac{m_A + m_B + m_C}{3}$$

puisque les ε_A ont une valeur moyenne nulle. Pour avoir la variance de x, calculons d'abord :

$$E(x^2) = E\left\{\frac{a^2}{\xi'^2}(m_A + \varepsilon_A)^2 + \dots + \frac{2ab}{\xi'^2}(m_A + \varepsilon_A)(m_B + \varepsilon_B) + \dots\right\}$$

.../...

Soit, ξ_A étant indépendant de a et de ξ_B =

$$E\left\{\frac{a^2}{\rho'^2_3} D^2(\xi_A) + \dots + \frac{a^2}{\rho'^2_3} m_A^2 + \dots + \frac{2ab}{\rho'^2_3} m_A m_B + \dots\right\}$$

Soit encore, compte tenu des formules (1) et (2)

$$\frac{1}{\rho'^2_3} E\left\{\alpha\, a\, L \frac{9\rho'_3}{3q_0} + \quad - \frac{\alpha a^2}{\rho_3} L \rho_3 + \dots + a^2 m_A^2 + \dots + 2ab\, m_A m_B\right\} =$$

$$\frac{\alpha}{\rho'_3}\left\{L \frac{9\rho'_3}{3q_0} - \frac{\rho'_3 + 2}{3\rho_3} L \rho_3\right\} + \frac{\rho'_3 + 2}{9\rho'_3}\left(m_A^2 + m_B^2 + m_C^2\right)$$

$$+ 2\left(\frac{\rho'_3 - 1}{9\rho'_3}\right)\left\{m_A m_B + m_B m_C + m_C m_A\right\}$$

Pour avoir la variance, on retranchera $\left(\frac{m_A + m_B + m_C}{9}\right)^2$, soit :

$$D^2(x) = \frac{\alpha}{\rho'_3}\left\{L \frac{9\rho'_3}{3q_0} - \frac{\rho'_3 + 2}{3\rho_3} L \rho_3\right\} + \frac{2}{9\rho'_3}\left(m_A + \dots - m_A m_B - \dots\right)$$

Pour évaluer la valeur moyenne des termes en $m_A m_B$ etc... nous supposerons que, le mineur ayant bien travaillé, on a :

$$D^2(m_A + m_B + m_C) = 0$$

d'où

$$E(m_A^2) = E(m_B^2) = E(m_C^2) = m^2 + \sigma^2$$

$$E(m_A m_B) = E(m_B m_C) = E(m_C m_A) = m^2 - \frac{1}{2}\sigma^2$$

et le terme en m se réduit à $\frac{\sigma^2}{\rho'_3} = \sigma^2$, variance d'un bloc de taille $\frac{q}{3}$ dans un gisement de taille Ω a pour valeur :

$$\sigma^2 = \alpha L \frac{3\Omega}{q}$$

et finalement :

$$D^2(x) = \frac{\alpha}{\rho'_3}\left\{L \frac{9\rho'_3}{3q_0} - \frac{\rho'_3 + 2}{3\rho_3} L \rho_3\right\} + \frac{\alpha}{\rho'_3} L \frac{3\Omega}{q}$$

qui se simplifie en :

$$D^2(x) = \frac{\alpha}{\xi'} \left\{ L \frac{\ell \, \xi'}{q_0} - \frac{\xi' + 2}{3\,\xi} \; L\,\xi \right\}$$

expression indépendante de la taille du stock q, que l'on peut encore écrire, en remarquant que   est grand devant 2 =

(3) $$\boxed{D^2(x) = \frac{\alpha}{\xi'} \, L \, \frac{\xi' \ell}{q_0} - \frac{}{3\,\xi} \, L \,\xi}$$

Cette formule n'est valable que si $\lambda < 1$, c'est-à-dire si la quantité de minerai prélevée dans chaque strate est inférieure au contenu d'un wagon, soit 80 tonnes. On trouve facilement :

$$\lambda = \frac{q_0}{80\,\xi}$$

$$\xi' = \xi + \frac{2\lambda\,\xi}{3} = \xi + \frac{q_0}{120}$$

Soit, pour deux pelles enlevant $\frac{2}{3}$ x 10.000 tonnes

$$\xi'_1 = \xi + 55,6$$

et pour une pelle enlevant $\frac{1}{3}$ 10.000 tonnes,

$$\xi'_2 = \xi + 27,8$$

Soit :

$$\begin{cases} D^2(x_1) = \dfrac{\alpha}{\xi + 55,6} \; L\,(\xi + 55,6)\,\dfrac{\ell}{q_0} - \dfrac{\alpha}{3\,\xi}\, L\,\xi \\[2ex] D^2(x_2) = \dfrac{\alpha}{\xi + 27,8} \; L\,(\xi + 27,8)\,\dfrac{\ell}{q_0} - \dfrac{\alpha}{3\,\xi}\, L\,\xi \end{cases}$$

Le mélange de ces deux prélèvements pour constituer une cargaison q_0 = 10.000 tonnes, a pour variance :

$$\sigma^2 = \frac{4}{9}\, D^2(x_1) + \frac{1}{9}\, D^2(x_2)$$

.../...

Numériquement, avec $\beta_3 = 430$ et — $= 10.000$

$$D^2(x_1) = \alpha \frac{2,7}{100}$$

$$D^{2}(x_2) = \alpha \frac{2,8}{100}$$

$$\sigma_p^2 = \alpha \frac{1,5}{100}$$