

LA THEORIE DES VARIABLES REGIONALISEES

ET SON APPLICATION A L'ESTIMATION DES GISEMENTS MINERS



I.- LES METHODES TRADITIONNELLES.

Depuis toujours, les mineurs se sont efforcés de reconnaître leur gisement et d'en apprécier la teneur en prélevant et en analysant des échantillons. Cet effort est en général dirigé selon deux directions :

- Evaluer une teneur moyenne en attribuant à chaque échantillon une zone d'influence, dont il est sensé représenter la teneur, et en calculant une teneur moyenne par des pondérations appropriées de teneurs individuelles.

- Améliorer une évaluation locale en corrigeant l'indication donnée par l'échantillon pris à l'endroit même, par celles d'échantillons prélevés aux alentours.

Les méthodes traditionnelles sont toutefois impuissantes à donner un ordre de grandeur de l'erreur commise dans l'appréciation de la teneur moyenne. Quant à la correction de l'estimation locale, aussi judicieusement qu'elle ait été menée, elle reste très empirique et les poids affectés aux divers échantillons largement arbitraires.

II.- L'INTRODUCTION DES METHODES DE LA STATISTIQUE CLASSIQUE.

C'est précisément pour rendre compte de la dispersion des teneurs et pour en déduire un ordre de grandeur de l'erreur maxima dans l'évaluation d'une teneur moyenne, que l'on a commencé, il y a quelques dizaines d'années à appliquer aux gisements les méthodes de la statistique classique, c'est-à-dire les procédés utilisés dans le contrôle des fabrications. Les habitudes de la statistique classique ont souvent été transposées de façon assez brutale. Il en est résulté parfois des naivetés ou même de franches absurdités. Certains ont pu s'imaginer augmenter indéfiniment l'efficacité d'un sondage, en vue du calcul de la teneur moyenne, en le fragmentant en tronçons de plus en plus petits. Il y eut une époque, où des statisticiens conseillaient de tirer au sort l'implantation des sondages. Il n'est pas besoin d'insister beaucoup sur le caractère plus que douteux de telles affirmations, que tout mineur rejette d'instinct. Et cependant il est

indéniable que l'emploi de la statistique classique a permis d'élucider un certain nombre de questions et d'apporter des conclusions utiles. Les méthodes, au fur et à mesure de leur utilisation s'écartaient d'ailleurs peu à peu de leur tournure originelle et s'adaptèrent, dans une large mesure à leur objet. Le Hollandais DE WIJS et l'Ecole d'Afrique du Sud avec KRIGE et SICHEL notamment, avaient déjà introduit implicitement des notions géométriques profondément étrangères à la statistique classique, et apporté une solution chiffrée au problème de l'amélioration de l'évaluation locale.

III.- LES LIMITES DE LA METHODE STATISTIQUE CLASSIQUE.

Il semble cependant qu'il n'y ait plus grand'chose à espérer dans le cadre de la formulation par les méthodes de la statistique classique. Celle-ci est, par nature, assez inapte à rendre compte de façon satisfaisante des aspects géométriques indispensables à la compréhension d'une minéralisation. Il est difficile, en effet, de formuler en termes de statistique classique des notions telles que des distances entre échantillons, des volumes, ou pis encore, telles que des formes. De plus, la statistique classique est habituée à traiter des échantillons indépendants. Or, il est manifeste que dans un gisement les teneurs prélevées en des points voisins ne sont pas indépendantes. Il existe entre échantillons un système de corrélations dont l'intensité est fonction de la distance des prélèvements. La corrélation, très forte entre prélèvements contigus, va se dégradant lorsque les prélèvements s'éloignent. Nul doute que la statistique classique est malhabile à traduire cet aspect de dépendance variable dans l'espace. Or, cet aspect a une influence fondamentale pour la précision de l'estimation. Que l'on veuille bien considérer l'exemple très élémentaire suivant :

Des prélèvements ont été effectués sur le terrain à intervalles réguliers, et il a été obtenu la séquence de valeurs suivantes : (pour fixer les idées, ces valeurs peuvent être des teneurs) :

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1

Supposons maintenant qu'au lieu de cette fréquence, on ait obtenu la suite :

1 - 4 - 3 - 6 - 5 - 1 - 4 - 3 - 2 - 5 - 2

Bien que constituées de chiffres identiques, les deux séquences diffèrent notablement : Dans le premier cas, on a affaire à une structure symétrique très forte, dans le second cas, au contraire, il se dégage de la succession des valeurs une impression d'extrême irrégularité. Il est très évident qu'un gisement caractérisé par la première structure donnerait, à l'estimation, une bien meilleure précision qu'un gisement

représenté par la seconde structure, à intensités de reconnaissance équivalentes, bien entendu. Or, le statisticien classique qui se contenterait de regrouper sous forme d'histogramme les chiffres qui sont identiques dans l'une et l'autre séquence, concluerait - bien à tort - que les structures des gisements sont comparables et les précisions du même ordre.

IV.- LES VARIABLES REGIONALISEES.

A la nature particulière des minéralisations, il convenait d'adapter une théorie spécifique, qui tînt compte de leur aspect géométrique essentiel et du caractère de dépendance dans l'espace de grandeurs telles que la teneur, la puissance minéralisée, ou l'accumulation d'une formation. Telle est l'objet de la théorie des Variables Régionalisées. Dans la mesure, où elle tient compte des caractéristiques géométriques et d'une certaine continuité dans l'espace des grandeurs analysées, la théorie des Variables Régionalisées reste dans la ligne des méthodes traditionnelles qu'elle ne réfute pas. Bien au contraire, elle leur rend justice, les prend comme point de départ, les porte à un niveau d'expression scientifique plus élevé, et en réalise la synthèse.

Une Variable Régionalisée - le terme de "teneur" sera souvent employé pour abrégé le langage et fixer les idées - n'est en aucune façon une variable aléatoire telle que l'envisage le calcul des probabilités. C'est une fonction qui prend une valeur parfaitement définie en chaque point de l'espace. Certes, cette fonction est-elle fort complexe et sa nature mathématique inextricable. La théorie des Variables Régionalisées ne se préoccupera d'ailleurs jamais de mettre en évidence la fonction elle-même, mais seulement de faire ressortir ses propriétés essentielles par l'intermédiaire d'une fonction beaucoup plus simple, accessible à l'expérience et nommée "variogramme". A la notion de variable régionalisée sont attachés divers aspects, dont les plus importants sont la localisation, la continuité, les anisotropies, les phénomènes de transition.

La localisation

La notion de Variable Régionalisée est étroitement liée à un support : les teneurs de tronçons de sondages ne se distribuent pas exactement de la même façon que les teneurs de blocs massifs prélevés au même endroit. Ces deux variables régionalisées ne sont pas sans analogie, elles ne sont pas identiques toutefois.

La Continuité

Il se pourrait, à la limite, qu'une variable régionalisée telle que la puissance d'une formation possède des caractères de continuité analogues à ceux que définissent les mathématiciens. En général, cependant, une variable régionalisée sera beaucoup moins continue et ne possèdera par exemple cette continuité des mathématiciens qu'en "moyenne" sur l'ensemble du gisement. Il arrive que cette continuité "en moyenne" ne soit même pas vérifiée. Il y a alors pratiquement indépendance entre les teneurs des prélèvements, si voisins soient-ils. On dit qu'il y a alors "effet de pépite". Les gisements d'or pépitique en fournissent des exemples classiques.

Les Anisotropies

En troisième lieu, une régionalisation peut être anisotrope. Il peut exister par exemple, une direction privilégiée, le long de laquelle les valeurs se modifient lentement tandis qu'elles varient beaucoup plus vite dans la direction perpendiculaire. Ce genre de phénomène, connu sous le nom de "runs", de zonalités, etc ... est, en général, lié à l'existence de certaines structures géologiques.

Les Phénomènes de Transition

Il se peut que la variable régionalisée présente des caractères de forte continuité tant qu'elle reste à l'intérieur d'une lentille ou d'un banc, cette continuité se dégradant très vite dès que se trouve franchie la frontière de la lentille. D'une façon plus générale, un gisement formé de bassins indépendants ou traversé d'accidents géologiques donnera naissance à un phénomène de transition.

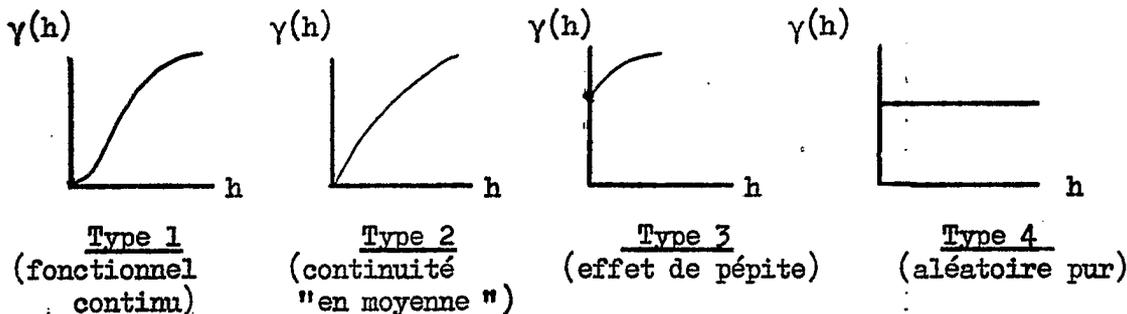
V.- L'OUTIL FONDAMENTAL - LE VARIOGRAMME.

Le variogramme est une courbe qui permet d'exprimer de façon synthétique les propriétés essentielles de la Variable Régionalisée. D'une façon précise, le variogramme dans une direction donnée est une courbe qui donne la variance de la différence des teneurs d'échantillons accouplés parallèlement à la direction et distants de h . Cette fonction de h notée $2\gamma(h)$ indique la façon, dont se dégrade en fonction de leur distance h , la continuité des prélèvements. Elle donne un sens précis à la notion de zone d'influence d'un échantillon. Le variogramme est en quelque sorte une image simplifiée de la minéralisation, dont il fait ressortir les traits principaux. Le variogramme peut être saisi expérimentalement en associant les teneurs de sondages ou de rainurages effectués à intervalles réguliers sur une ligne en surface ou dans une galerie de mine.

Continuité

Une minéralisation très continue telle que la puissance d'une formation, engendre un variogramme, dont la tangente à l'origine est horizontale.

Une variable régionalisée d'un type plus courant, telle qu'une teneur, qui n'est continue qu'"en moyenne" donne naissance à un variogramme à tangente oblique en l'origine. A une variable qui ne serait pas même "continue en moyenne", c'est-à-dire à une variable manifestant un "effet de pépite", correspond un variogramme, qui présente une ordonnée à l'origine. Enfin, une variable régionalisée, totalement indépendante quelle que soit la distance, est représentée par un variogramme horizontal. Il est possible de suivre sur le variogramme l'évolution de tous les types de minéralisation depuis les plus continues jusqu'à celles qui présentent les caractères de l'aléatoire pur.



Anisotropie

La construction de variogrammes selon plusieurs directions et l'étude de leurs déformations permet de mettre en évidence d'éventuelles anisotropies de la minéralisation liées à l'existence de directions privilégiées, de zonalités.

Phénomènes de Transition

A une variable régionalisée présentant des phénomènes de transition est associé un variogramme, dont le comportement est en général linéaire au voisinage de l'origine et qui possède un palier. L'abscisse de l'amorce du palier, appelée "portée" mesure la dimension moyenne des lentilles ou des bassins de sédimentation constitutifs de la minéralisation. Il y a là un mode d'étude assez puissant et qui a permis de mettre en évidence dans le bassin ferrifère lorrain toute une série de systèmes de discontinuités jouant à des échelles très différentes.

Bien souvent l'expérience semble montrer que la minéralisation comporte dans l'espace un certain caractère d'homogénéité. Il est alors légitime d'admettre qu'il

Bien souvent l'expérience semble montrer que la minéralisation comporte dans l'espace un certain caractère d'homogénéité. Il est alors légitime d'admettre qu'il existe dans la minéralisation quelque chose d'intrinsèque, c'est-à-dire d'indépendant de l'endroit. D'une façon plus précise, l'hypothèse intrinsèque postule que c'est le variogramme lui-même qui est indéformable dans l'espace et reste identique à lui-même. Autrement dit, le variogramme déterminé expérimentalement sur une portion de gisement, pourra être appliqué à la totalité de l'espace minéralisé. Ce point de vue qui ne fait appel qu'à une hypothèse assez modérée, simplifie grandement la théorie et permet une application beaucoup plus fine de la théorie des variables régionalisées. On peut moyennant quelques complications mathématiques s'affranchir de cette hypothèse qui sera toutefois retenue dans la suite de cet exposé.

VI. - LES VARIANCES

Bien qu'une variable régionalisée n'ait aucun caractère aléatoire, on peut, par analogie, et en utilisant la terminologie probabiliste, définir sa variance. Cette variance possède par contre un contenu géométrique que n'avait nullement, bien entendu, la variance d'une variable aléatoire. Moyennant quelques précisions de langage et quelques précautions d'ordre mathématique dont on s'affranchira ici, on définit la variance d'un élément (v) dans un élément (V). La signification de cette variance est intuitive. On peut se figurer, par exemple, un amoncellement de briques de différents teneurs, dont on calculerait la variance. Une brique est un élément (v) et le monticule qu'elles constituent l'élément (V).

Moyennant l'hypothèse intrinsèque, on établit la propriété fondamentale qui permet d'exprimer une variance en fonction du seul variogramme : la variance d'un élément (v) dans un élément (V) est égale à la demi différence de la valeur moyenne du variogramme dans les éléments (V) et (v). Ainsi ressort la signification essentiellement géométrique de la notion de variance. La formule permet de démontrer une importante relation d'additivité à D.G. KRIGE : la variance d'un élément (v) dans un élément (V) est égale à la variance de l'élément (v) dans un élément intermédiaire (V') augmentée de la variance de cet élément (V') dans l'élément (V). La variance de l'élément (v) dans l'élément (V) est fonction des dimensions et des formes respectives de (v) et de (V). Si les grains constitutifs de la minéralisation avaient des teneurs indépendantes les unes des autres, la variance de (v) dans (V) serait donnée par une formule en $\frac{1}{v}$ ou encore en $\frac{1}{v} - \frac{1}{V}$. La formule fondamentale, qui exprime la variance en fonction des valeurs moyennes du variogramme montre qu'il n'en est rien et que la va-

riance décroît en fonction de v beaucoup plus lentement que $\frac{1}{v}$. Et de fait, dans un gisement minier les volées de 10 tonnes n'ont jamais une variance mille fois plus faible que des carottes de sondage de 10 kilogs. La dépendance des éléments minéralisés, que la théorie des Variables Régionalisées assume aisément, est la raison de l'échec de toutes les formules en $\frac{1}{v}$ que pourrait suggérer l'emploi abusif de la statistique classique.

VII.- LA PRECISION DE L'ESTIMATION

La question fondamentale, qui préoccupe les mineurs et que toute théorie statistique aspire à résoudre est celle de la précision avec laquelle est connue la teneur moyenne. En statistique classique, les limites de l'erreur sur une valeur moyenne sont déterminées à l'aide d'une variance d'estimation, qui s'obtient elle-même en divisant la variance des échantillons par le nombre n de ceux-ci. Par analogie, l'erreur sur la teneur moyenne d'une minéralisation sera saisie, dans la théorie des Variables Régionalisées, par le biais d'une variance d'estimation. Après avoir précisé certaines notions, il est aisé de définir la variance d'estimation d'une portion de gisement par un système d'échantillons dans un champ arbitrairement choisi, comme la variance de l'erreur commise lorsque l'on confond la teneur réelle et inconnue de la portion de gisement avec celle du système d'échantillonnage. L'expression d'une variance d'estimation, si l'on se rappelle ce qui a été dit pour le calcul de la variance, peut s'exprimer exclusivement à l'aide des valeurs moyennes de la fonction variogramme prises dans ou entre le volume estimé et le volume constitué par l'ensemble des échantillons de reconnaissance. Le calcul d'une variance d'estimation est ainsi toujours possible mais il resterait difficile si on tentait de l'effectuer dans le cas le plus général. On utilisera, en pratique, des formules d'approximation, généralement excellentes qui reposent sur la notion de "variance d'extension élémentaire". A chaque échantillon distinct prélevé dans le gisement est affectée une zone d'influence qu'il est censé représenter. A l'erreur commise en attribuant à la zone d'influence la teneur de l'échantillon, est associée une variance d'erreur dite "variance d'extension élémentaire" de l'échantillon à sa zone d'influence, donnée comme un cas particulier de l'expression générale et aisée à calculer. Dans la mesure où les erreurs commises en estimant chaque zone individuellement par son échantillon peuvent être considérées comme indépendantes, on se trouve, pour le calcul de la variance d'estimation globale, dans les conditions d'indépendance habituelles à la statistique classique.

La variance d'estimation globale s'obtient en divisant la variance d'extension élémentaire par le nombre "n" d'échantillons (du moins si les zones d'influence sont égales, sinon il y aurait lieu d'effectuer une certaine pondération). Ainsi peut être calculée la variance d'estimation d'une galerie au moyen de prélèvements équidistants: on affecte à chaque échantillon un segment d'influence dont il occupe le milieu. La variance d'extension élémentaire d'un point au segment dont il occupe le milieu se calcule aisément. On en déduit la variance d'estimation globale en divisant cette variance d'extension élémentaire par le nombre d'échantillons. D'une façon analogue, on obtiendra la variance d'estimation d'une couche mince par un réseau de sondages à maille carrée, en divisant par le nombre de sondages la variance d'extension d'un point au carré dont il occupe le centre. On peut en effet admettre, que dans le cas d'une maille carrée les erreurs d'estimation de chaque zone d'influence carrée par son sondage central sont indépendantes. Le principe d'approximation énoncé serait moins rigoureux si la maille s'écartait de la forme carrée pour devenir un rectangle un peu allongé, car les erreurs ne pourraient plus être tenues pour pratiquement indépendantes. Le principe d'approximation doit être utilisé sous une forme un peu plus élaborée. On regroupera les sondages selon des lignes de plus forte densité et on admettra que l'erreur d'estimation du gisement par les sondages résulte de deux causes d'erreur indépendantes: l'erreur d'estimation des lignes par les sondages, à laquelle correspond une variance dite "terme de ligne" et l'erreur d'estimation du gisement par les lignes, à teneur supposée exacte. A cette seconde cause d'erreur est attachée une variance appelée "terme de tranche". La variance d'estimation globale est la somme du terme de ligne et du terme de tranche. Chacun de ces deux termes se calcule à partir de variances d'extension élémentaires convenablement définies. Telle est la méthode de calcul de la variance d'estimation d'un gisement par un réseau de sondages, implantés selon une maille rigide. Si, par contre, les sondages étaient implantés un peu n'importe comment avec le seul souci de maintenir une densité de prélèvements à peu près constante (ce qui n'est, soit dit en passant, qu'une pratique guère recommandable), le calcul de la variance d'estimation serait encore plus simple. Il suffirait de diviser par le nombre des sondages, la variance de l'un d'eux dans une zone d'influence moyenne.

Ce qui vient d'être dit pour un réseau de sondages regroupés selon des lignes de plus forte densité, s'applique à un système de reconnaissance d'un filon par des galeries de mine rainurées à intervalles réguliers. Le terme de tranche, qui représente l'extension de la teneur, supposée connue, des galeries au gisement, l'emporte gé-

néralement de beaucoup sur le terme de ligne qui indique comment les galeries sont représentées par les rainurages. Il serait vain d'espérer augmenter notablement la précision en multipliant les prélèvements de rainurages sans effectuer de travaux miniers supplémentaires. La variance d'estimation ne descend pas en dessous de la valeur du terme de tranche, valeur notable et pratiquement très vite atteinte dès que le nombre des rainurages devient un peu grand. La variance d'estimation d'un gisement en amas, reconnu à différents niveaux, se calcule par un procédé analogue à celui qui a été exposé. Le calcul fait en outre intervenir la variance d'extension élémentaire d'un plan de symétrie dans un parallélépipède rectangle.

- En conclusion, la théorie des variables régionalisées permet, par le biais de variances d'extension élémentaire, de calculer la précision sur la teneur, ou l'accumulation moyenne d'un gisement reconnu par des sondages, d'un gisement filonien ou en amas reconnu par des travaux miniers. La démarche est toujours la même. On commencera par construire un variogramme expérimental à l'aide des échantillons disponibles. Puis, on représentera ce variogramme expérimental par une courbe théorique de forme mathématique simple, en s'aidant pour cet ajustement de la comparaison de la variance expérimentale des échantillons avec sa valeur théorique calculée comme valeur moyenne du variogramme théorique dans le champ où ont été prélevés les échantillons. On calcule ensuite les variances d'extension élémentaire à partir de la fonction mathématique ajustée au variogramme expérimental. Deux formes mathématiques se sont révélées particulièrement fécondes : la forme DE WIJSSIENNE, ou variogramme en logarithme de la distance qui représente souvent de façon très satisfaisante les minéralisations à faible teneur (uranium, tungstène) et la forme transitive constituée d'une partie linéaire au voisinage de l'origine, puis d'un palier. Cette dernière représente convenablement bien des minéralisations sédimentaires.

VIII.- L'AMELIORATION DE L'EVALUATION LOCALE - LE KRIGEAGE.

L'amélioration de l'évaluation locale est d'un intérêt pratique certain. Pour fixer les idées, on peut imaginer un réseau de reconnaissance dont les sondages ont indiqué des teneurs assez différentes. Une façon de voir un peu rudimentaire consisterait à admettre que la teneur de chaque sondage représente celle de sa zone d'influence. S'il arrive cependant qu'un sondage riche soit isolé au milieu de sondages plus pauvres, on admettra difficilement que la teneur de ce sondage puisse être affec-

tée sans correction à la totalité de sa zone d'influence. Il faut tenir compte, de quelque manière, de la tendance à l'appauvrissement sur les bords que traduit la présence de sondages à teneur plus faible. Il y a lieu de corriger l'indication du sondage central par les données des sondages périphériques. Cette optique n'a rien de bien original et notamment dans les gisements d'or, les mineurs ont mis au point depuis beau temps des formules empiriques de correction. La théorie des Variables Régionalisées systématise ces méthodes et donne un fondement rationnel au calcul des coefficients de pondération de la teneur de chaque sondage dans la formule de correction. Ceux-ci sont déterminés par un système d'équations linéaires exprimant que la variance d'estimation du gisement par les sondages est rendue minima par l'ensemble de ces coefficients de pondération. L'établissement de ces coefficients a été faite de façon détaillée à propos de la reconnaissance par sondages pour de nombreuses configurations des sondages et pour une forme simple de variogramme autour d'un sondage central, les sondages périphériques sont regroupés en plusieurs auréoles concentriques dont l'influence corrective va d'ailleurs en s'atténuant avec la distance. L'Ecole d'Afrique du Sud, avec le Professeur KRIGE, avait déjà proposé pour les gisements d'Or fortement pépitiques du Rand, une formule de correction issue des méthodes de la statistique classique. Grace au caractère d'indépendance pratique des teneurs d'une minéralisation d'or, où domine l'effet de pépite, la théorie de KRIGE a donné des résultats satisfaisants. La théorie des Variables Régionalisées retrouve ces résultats et en permet la généralisation aux cas des minéralisations usuelles, qui ne seraient pas essentiellement pépitiques.

L'intérêt majeur du KRIGEAGE ne réside cependant pas essentiellement dans une réduction assez illusoire de la variance d'estimation, mais dans le fait qu'il permet d'éviter une erreur systématique dans l'estimation d'une zone riche sélectionnée à l'aide des sondages eux-mêmes à bonne teneur. Si l'on se limitait, pour calculer la teneur d'un panneau sélectionné, aux seuls sondages riches qui ont fait l'objet du choix, il en résulterait inévitablement une surestimation de cette zone. Le KRIGEAGE qui introduit dans le concert des sondages riches les voix des sondages périphériques plus pauvres, permet d'éviter la surestimation des parties exploitables du gisement. La théorie des Variables Régionalisées a, en outre, mis au point sous le nom de krigeage continu, une méthode de correction de la teneur d'un panneau défini à partir des portions les plus riches des traçages de tête et de fond.

IX.- LA SOLUTION DU PROBLEME GEOMETRIQUE ET L'ESTIMATION SIMULTANEE

Bien souvent, la frontière de minéralisation d'un gisement reconnu de façon exhaustive par une campagne de sondages doit être interpolée, au jugé, entre sondages positifs et sondages négatifs. A ce tracé, inévitablement arbitraire, qui se faufile entre sondages positifs et sondages négatifs, correspond une erreur dans l'appréciation de l'aire minéralisée souvent fort importante. Les méthodes purement statistiques ne pouvaient évidemment pas évaluer l'ordre de grandeur de cette erreur de nature purement géométrique. La théorie des Variables Régionalisées donne une formule très simple, permettant de calculer la variance d'estimation de l'aire minéralisée en fonction de la maille de sondage et de certaines caractéristiques simples du contour expérimentalement établie. La théorie montre que la variance d'estimation de l'aire minéralisée varie comme l'inverse à la puissance trois demis du nombre des sondages positifs. Ce résultat assez inattendu diffère du résultat en $\frac{1}{n}$ auquel auraient vraisemblablement conduit des considérations de statistique classique.

Par de telles méthodes, et d'autres analogues, il est possible de calculer les diverses variances associées aux estimations simultanées du tonnage de minerai, du tonnage de métal et de la teneur moyenne d'un gisement, reconnu par sondages ou par travaux miniers.

X.- LES FINS DE LA GEOSTATISTIQUE : Indiquer une décision - Solutions de questions économiques.

La solution du problème de l'amélioration de l'estimation locale présente un intérêt en soi. Par contre, un calcul de précision sur l'évaluation de la teneur moyenne du tonnage et de la quantité de métal d'un gisement, si instructif soit-il, laisse un peu l'exploitant minier sur sa faim s'il ne se prolonge pas par une étude économique. La possibilité de calculer une variance d'estimation comme somme d'un terme de tranche et d'un terme de section permet de donner une solution très simple au problème du juste partage entre deux modes de reconnaissance. On peut ainsi donner la relation optima entre la hauteur de relevée entre niveaux et l'intervalle des percutants ou des rainurages à faire dans ces niveaux. Il est possible d'aller plus loin. Il est bien clair que la reconnaissance coûte cher, et d'autant plus cher qu'elle est plus poussée. La théorie des Variables Régionalisées permet de caractériser par un chiffre (la variance d'estimation) l'intensité de la reconnaissance. Celle-ci a une valeur économique que l'on peut déterminer à l'aide de la variance d'estimation

par le biais de la valeur probable du bénéfice futur de l'exploitation. La valeur des travaux de reconnaissance résulte du fait que ceux-ci peuvent prémunir l'exploitant contre une ruine éventuelle et aussi du fait qu'ils permettent de définir une cadence d'exploitation plus appropriée ou de dimensionner de façon plus adéquate les installations. La solution d'un problème économique traité par les voies de la théorie des Variables Régionalisées, consiste à confronter l'accroissement de la valeur de l'information due à un surcroît de travaux de reconnaissance avec le coût de ce supplément de travaux. L'étude a été particulièrement poussée dans les deux directions suivantes:

- Le problème des décisions séquentielles - A l'issue d'une phase de travaux de recherche, doit-on renoncer à exploiter ? Doit-on exploiter ? Y-a t'il lieu d'exécuter de nouveaux travaux afin d'accentuer l'intensité de la reconnaissance ?
- La définition du meilleur projet d'exploitation possible : si la décision d'exploiter a été acquise, quel est le volume optimum de travaux à exécuter non plus pour se prémunir contre un risque de ruine, mais pour cerner de plus près les caractéristiques réelles du gisement, afin de définir un projet d'exploitation qui leur soit correctement adapté ? Ce projet doit définir, en particulier, la teneur de coupure et la cadence d'exploitation annuelle dont dépend la dimension des installations. Une appréciation erronée des possibilités du gisement amènerait à s'écarter de l'optimum économique et par exemple à surdimensionner les installations.

XI.- ENUMERATION DE QUELQUES ETUDES MENEES PAR LES METHODES DE LA THEORIE DES VARIABLES REGIONALISEES

Dès à présent, la théorie des Variables Régionalisées a été appliquée à l'étude de nombreux gisements. Voici la liste de quelques unes de ces études classées d'après la nature de son objet principal selon les quatre rubriques déjà indiquées :

A - Détermination de la précision sur la teneur, la puissance ou l'accumulation moyennes,

B - Etablissement de formules destinées à améliorer l'évaluation locale (Krigage)

C - Précision de l'aire minéralisée et comme corollaires, les précisions de l'estimation simultanée du minerai, du métal et de la teneur.

D - Problèmes de décision et solutions de questions économiques. Leur solution suppose la maîtrise du problème géométrique et de l'évaluation simultanée. Les cas traités sont moins nombreux, car la solution exige une connaissance déjà assez poussée du prix des installations et des paramètres économiques.

A).- DETERMINATION DE LA PRECISION SUR LA TENEUR, LA PUISSANCE OU L'ACCUMULATION MOYENNES.

- 1)- Gisement d'Antimoine de VALCROS (Var) reconnu par travaux miniers et sondages percutants.
- 2)- Zone riche du gisement de tungstène de COSTABONNE (Pyr. Or.). Elaboration d'un projet de reconnaissance complémentaire.
- 3)- Gîte de SALAU (Ariège) : formation minéralisée en tungstène et reconnue par sondages.
- 4)- Amas de granulite wolframifère de MONTBELLEUX (Pyr. Or) reconnue par niveaux et sondages percutants.
- 5)- Gisement de Tungstène de LAOUNI (Sahara Central) reconnu par travaux miniers et analyse des volées d'abattage.
- 6)- Exploitabilité des gisements de nickel-chrome aux ILES BELEP (Nouvelle Calédonie) estimés par puits de reconnaissance.
- 7)- Gisements de nickel de SURIGAO (Philippines) reconnus par sondages.
- 8)- Phosphates de TAIBA (Sénégal) : Comparaison des résultats donnés par deux campagnes de sondages exécutées avec des appareillages différents.
- 9)- Filon aurifère de ITY (Côte d'Ivoire) reconnu par travaux miniers.
- 10)- Gisement de Cassitérite d'ABBARETZ (Loire Atl) -bloc de Beaulieu, reconnu par sondages.

B).- ETABLISSEMENT DE FORMULES DESTINEES A AMELIORER L'EVALUATION LOCALE (KRIGEAGE)

- 11)- Etain alluvionnaire de SAINT-RENAN (Nord-Finistère) : rectification des indications données par les sondages.
- 12)- Gisements de chromite de MORAMANGA (Madagascar) reconnus par sondages.

- 13)- Latérite nickelifère de la HAUTE TONTOUTA (Nouvelle Calédonie) reconnue par puits de recherche.

C)- PRECISION DE L'AIRE MINERALISEE ET COMME COROLLAIRES LES PRECISIONS DE L'ESTIMATION SIMULTANEE DU MINERAL, DU METAL ET DE LA TENEUR.

- 14)- Lentilles de magnésie de MONTNER (Pyr.Or) reconnues par sondages et tranchées.
- 15)- Potasses de HOLLE (Congo) reconnues par sondages.
- 16)- Croûte latéritique aurifère de ITY (Côte d'Ivoire) reconnue par un réseau de puits de recherche.
- 17)- Gisement de plomb et zinc de KHERZET YOUSSEF (Algérie) reconnu par sondages.
- 18)- Gisement de plomb et zinc du DJEBEL GUSTAR (Algérie) : lentilles recoupées par des travaux miniers.
- 19)- Touissit- Horst de BOU BEKER (Maroc) : Interprétation d'évaluations divergentes.
- 20)- Travaux effectués pour PECHINEY : Bauxites de VILLEVEYRAC (Hérault)
" " " : Bauxites de GOVE (Australie). Indiqué la fluctuation possible d'un bilan financier.

D)- PROBLEMES DE DECISION ET SOLUTION DE QUESTIONS ECONOMIQUES.

- 21)- Filon de plomb, zinc et argent de GHISONI-LA FINOSA (Corse), reconnu par des travaux de surface et par une galerie en profondeur échantillonnée par percutants. L'étude a montré qu'il valait mieux s'abstenir de poursuivre la reconnaissance et de tracer le niveau intermédiaire qui était projeté.
- 22)- Etude détaillée d'un gisement d'URANIUM. Elle a étudié le problème de l'arrêt des travaux de reconnaissance vis-à-vis du risque de ruine et de la nécessité de définir correctement les paramètres techniques de l'exploitation.
- 23)- Gisement de bauxite de MINIM-MARTAP (Cameroun) : Etude critique d'un programme de reconnaissance par sondages en liaison avec son contexte économique.
- 24)- Gisement d'or d'ITY- Définition d'une teneur limite de rentabilité.
- 25)- Gisement de cassitérite d'Abbaretz - Discussion d'une teneur de rentabilité selon la quantité de métal contenu à la tonne.