

N-154

B. R. G. M.
Département Géostatistique



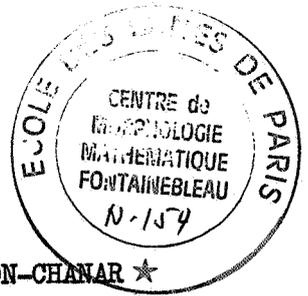
ANALYSE GEOSTATISTIQUE DES SONDAGES DE BOQUERON-CHANAR

G. MATHERON

4.1.1966

BIBLIOTHEQUE





ANALYSE GEOSTATISTIQUE DES SONDAGES DE BOQUERON-CHANAR ★

1.- EXAMEN DES DONNEES

Les données qui nous ont été remises comportent :

- les analyses des 12 sondages disponibles,
- des coupes interprétatives exécutées à partir des sondages , soit :
une coupe longitudinale, établie à partir de 3 sondages, et 7 coupes transversales établies à partir de 1 à 3 sondages chacune
- des plans interprétatifs établis niveau par niveau tous les 100m d'approfondissement, à partir des coupes interprétatives mentionnées ci-dessus.
- un calcul de réserves, effectué à partir des plans interprétatifs, pour les deux catégories de minerai : riche ($> 60\%$) et pauvre (compris entre 35 et 60 %).

On notera que les seules données objectives sont constituées par les points d'impact de chacun des sondages avec chacune des passées de minerai riche ou pauvre. Cette information géométrique, relativement pauvre et cependant déjà complexe, a subi deux élaborations successives conduisant d'abord aux coupes, puis aux plans, qui sont ainsi des interprétations d'interprétations. Nous ne critiquons, d'ailleurs, nullement cette démarche, qui, compte tenu de la complexité de la géométrie du gisement et du petit nombre des données, était probablement la seule possible pour procéder à l'estimation des réserves. Par contre, pour le calcul d'erreur que nous avons en vue, nous devons procéder différemment.

En effet, relativement aux coupes réelles (inconnues), les coupes interprétatives introduisent une première erreur régularisante (elles donnent des lentilles une image plus régulière que la réalité). Les plans, à leur tour, introduisent vis-à-vis des coupes une deuxième erreur régularisante : l'image géométrique finale est donc, certainement, beaucoup plus régulière et "lissée" que la réalité. Un calcul d'erreur que l'on conduirait en attribuant au gisement réel les caractéristiques qui sont celles de son image régularisée conduirait à sous estimer gravement (et de manière imprévisible) les fourchettes d'erreur possible.

Pour éviter ce danger, nous avons préféré nous limiter aux données primaires suivantes, qui sont : pour chaque lentille (A, B ou C) et chaque sondage les longueurs verticales de minerai riche et pauvre traversées.

Ces données contiennent encore quelques éléments interprétatifs (distinction des lentilles A, B et C, et, pour les sondages 8, 9 et 11 qui sont obliques, reconstitution des traversées verticales à partir des traversées obliques et du pendage donné par les coupes). Mais il était difficile de ne pas les introduire, et ils ne semblent pas de nature à fausser les ordres de grandeur.

2.- OBJET DE L'ETUDE

Notre but est de calculer la fourchette de l'erreur possible associée à l'estimation des réserves en place, ceci pour les lentilles B et C (la lentille A est trop mal reconnue pour permettre un calcul significatif).

Nous soulignons bien qu'il s'agit des réserves en place, et non pas des réserves susceptibles d'être effectivement exploitées. Toute exploitation implique à la fois perte et salissage : perte, car certaines des passées minéralisées qui apparaissent sur les coupes correspondront en fait à des lentilles ou apophyses isolées et non récupérables, salissage, car certaines passées très pauvres ou stériles seront abattues en même temps que le minerai proprement dit. L'ampleur de cette perte et de ce salissage est liée à la finesse du mode d'exploitation adopté, et au degré réel de continuité géométrique de la minéralisation. Il ne nous est pas possible de l'apprécier.

Cette perte et ce salissage auront un effet particulièrement important si l'on décide de n'exploiter que le minerai riche ($> 60\%$). Il est probable, en effet, que le contour des zones à minerai riche est extraordinairement irrégulier et capricieux. On peut même douter sérieusement qu'il soit possible de corrélérer géométriquement les passées riches observées sur les différents sondages. Un grand nombre de passées riches, isolées, devraient être abandonnées, tandis qu'un grand nombre de passées pauvres intercalaires devraient être prises. Le minerai riche effectivement récupérable serait, dans cette hypothèse, notablement inférieur - en tonnage comme en teneur - aux réserves en place estimées.

Au contraire, si l'on exploite l'ensemble minerai riche + minerai pauvre, les réserves récupérables ont davantage de chances de se rapprocher des réserves en place. L'ensemble riche + pauvre - bien qu'il possède sans doute un contour

plus irrégulier que celui qui apparaît sur les coupes - constitue certainement un domaine beaucoup plus continu géométriquement que le minerai riche pris seul. En fait, là encore, il faut être assez prudent : nous verrons dans un instant que, d'un sondage à son voisin, les longueurs totales de minerai traversé apparaissent comme indépendantes. Cette absence de corrélation statistique ne signifie pas obligatoirement absence de corrélation stratigraphique ou géométrique, mais constitue cependant une indication défavorable. Il faut s'attendre à un gisement très irrégulier et discontinu, où l'exploitation risque d'entraîner, relativement aux réserves en place, une perte et un salissage assez notable.

Compte tenu d'un rendement de 50 % et d'un rapport de densité $\frac{3.5}{4.5} = 0,78$ un mètre cube de minerai pauvre en place est l'équivalent de $0,39 \text{ m}^3$ de minerai riche. Les réserves utiles peuvent être définies comme la somme : Minerai riche + $0,39$ Minerai pauvre. C'est essentiellement à cette quantité que nous nous intéresserons, en essayant de déterminer la fourchette d'erreur associée à son estimation.

3. METHODE

Pour éviter d'introduire des éléments interprétatifs, (voir paragraphe 1), nous conduirons le calcul d'erreur comme si le volume de minerai avait été estimé selon la formule

$$(1) \quad V = \sum_i h_i S_i$$

h_i - longueur verticale de minerai traversée par le sondage i

S_i - aire de la zone d'influence du sondage i , mesurée, dans le plan horizontal, à l'intérieur du contour apparent du gisement.

La variance relative $\frac{\sigma_V^2}{V^2}$ de l'erreur associée à l'estimation du volume minéralisé selon la formule (1) se présente comme la somme de deux termes :

$$(2) \quad \frac{\sigma_V^2}{V^2} = \frac{\sigma_S^2}{S^2} + \frac{\sigma_h^2}{h^2}$$

$\frac{\sigma_S^2}{S^2}$ est la variance relative associée à l'estimation de l'aire S du

contour apparent de la minéralisation, et représente un effet de bordure.

$\frac{\sigma_h^2}{h^2}$ est la variance relative associée à l'estimation de la traversée verticale moyenne.

Pour calculer l'effet de bordure nous utiliserons une formule (simplifiée) établie dans la théorie des représentations transitives (1) :

$$(3) \quad \frac{\sigma_S^2}{S^2} = \sqrt{\frac{D_1 D_2}{S}} \frac{0,25}{n^{3/2}}$$

où D_1 et D_2 sont les variations diamétrales principales de l'aire à estimer, et n le nombre de sondages positifs. Cette formule (3) s'applique, en réalité, à une maille régulière de sondages, et devra être modifiée pour tenir compte du fait que la moitié sud de la lentille C est moins bien reconnue que la moitié nord.

Pour calculer la variance relative $\frac{\sigma_h^2}{h^2}$ sur la traversée moyenne, il est nécessaire, en principe, de connaître le variogramme des traversées. En fait, à partir de 11 sondages seulement, il n'est pas possible de construire un variogramme significatif. L'examen des coupes, cependant, suggère que, d'un sondage à l'autre, il doit y avoir à peu près indépendance - autrement dit que la distance séparant deux sondages doit être supérieure à la portée du variogramme. Pour vérifier ce point, nous avons pris les couples de sondages suivants : 4-11, 11-10, 10-13, 11-5, 5-7, 5-12, 7-10, et calculé le coefficient de corrélation des traversées verticales du minerai total de la lentille C. Nous avons trouvé

$$\rho = - 0,27$$

c'est-à-dire une corrélation faiblement négative. On ne peut absolument pas considérer comme significative la valeur numérique de ce coefficient, obtenue à partir de 7 couples seulement. Mais, qualitativement, le résultat obtenu confirme bien que la maille doit être supérieure à la portée.

Dans ces conditions, et pour une maille régulière, on doit prendre :

(1).- Voir G. MATHERON " LES VARIABLES REGIONALISEES ET LEUR ESTIMATION ", Paris, Masson 1965, p. 108.

$$(4) \quad \frac{\sigma_h^2}{h^2} = \frac{1}{n} \frac{\sigma^2}{m^2}$$

n nombre de sondages positifs

m traversée moyenne des sondages positifs

σ^2 variance des sondages positifs.

Une correction devra être apportée à la formule (4) pour tenir compte du fait que la maille n'est pas régulière.

4.- LENTILLE C.

Les traversées du minerai total, du minerai riche, et du minerai pauvre ont les moyennes et variances suivantes :

	<u>Minerai total</u>	<u>Minerai riche</u>	<u>Minerai pauvre</u>
Moyenne m	92 m	53 m	39 m
Variance σ^2	3.500	1.400	1.170
Variance relative $\frac{\sigma^2}{m^2}$	0,414	0,494	0,785
Covariance des minerais riches et pauvres		465	

La combinaison Minerai riche + 0,39 Minerai pauvre, à laquelle nous nous intéressons, possède donc la variance :

$$\sigma^2 = 1400 + 2 \times 0,39 \times 465 + 0,39^2 \times 1170 = 1940$$

et la variance relative

$$\frac{\sigma^2}{m^2} = \frac{1.940}{(53 + 0,39 \times 39)^2} = 0,41.$$

D'autre part, le contour apparent de la lentille C, en projection sur le plan horizontal, se sépare en deux moitiés de surfaces à peu près égales (18 hectares environ) reconnue :

- la première par 8 sondages
- la deuxième par deux sondages seulement (S-8 et S-9).

Cette sous reconnaissance de la deuxième zone introduit une majoration sensible de l'erreur globale. On doit prendre (au lieu de $\frac{\sigma_h^2}{h^2} = \frac{1}{10} \frac{\sigma^2}{m^2}$) la formule :

$$\frac{\sigma_h^2}{h^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \right) \frac{\sigma^2}{m^2} = \frac{6,5}{100}$$

Passons maintenant à l'erreur géométrique, due à l'effet de bordure. Les variations diamétrales, mesurées sur plan, sont de l'ordre de 400 et 1050 m, d'où, dans la formule (3)

$$\sqrt{\frac{D_1 D_2}{S}} = \sqrt{\frac{4 \times 10,5}{36}} = 1,08$$

Si la lentille avait été reconnue toute entière avec la même densité que sa moitié nord, on aurait $n = 16$, si elle avait été reconnue avec la même densité que sa moitié sud, on aurait $n = 4$. Par suite, on doit prendre :

$$\frac{\sigma_S^2}{S^2} = \frac{1,08 \times 0,25}{2} \left[\frac{1}{4^{3/2}} + \frac{1}{16^{3/2}} \right] = \frac{1,8}{100}$$

Finalement, la formule (2) donne la variance relative sur le volume :

$$\frac{\sigma_V^2}{V^2} = \frac{6,5}{100} + \frac{1,8}{100} = \frac{8,3}{100}$$

La fourchette conventionnelle d'erreur correspondante est donc :

$$\pm 2 \frac{\sigma_V}{V} = \pm 58 \%$$

Les ressources totales de la lentille C ont été estimées à 74 M.T. En fait, seul apparaît comme à peu près garanti (au niveau de probabilité de 95 %) le tonnage :

$$0.42 \times 74 \text{ M T} = 31 \text{ M T}$$

5.- LENTILLE B

La marche du calcul est exactement la même, avec une simplification, puisque, la lentille B étant reconnue de manière à peu près homogène, on peut utiliser directement les formules (2) et (3) sans correction. Les paramètres statistiques sont les suivants :

	<u>Minerai total</u>	<u>Minerai riche</u>	<u>Minerai pauvre</u>
Moyennes	69,5	24,5	45
Variances	660	925	945
Variances relatives	0,136	1,57	0,465
Covariance riche-pauvre		- 600	

On notera la valeur fortement négative de la covariance riche/pauvre - qui contraste avec la valeur positive plus faible observée pour la lentille C. Les sondages sont, cependant, trop peu nombreux pour qu'il soit possible d'affirmer que cette différence est significative.

La combinaison minerai riche + 0,39 minerai pauvre possède ici la variance relative :

$$\frac{\sigma^2}{m^2} = \frac{925 - 2 \times 600 \times 0,39 + 945 \times 0,39^2}{[24,5 + 0,39 \times 45]^2} = 0,374$$

Avec $n = 6$, la formule (4) donne

$$\frac{\sigma_h^2}{h^2} = \frac{0,374}{6} = \frac{6,2}{100}$$

Pour le calcul de l'effet de bordure, avec D_1 et D_2 égaux à 400 et 500 m environ, on trouve :

$$\frac{\sigma_s^2}{s^2} = \sqrt{\frac{4 \times 5}{18}} \frac{0,25}{6^{3/2}} = \frac{1,8}{100}$$

Finalement

$$\frac{\sigma_V^2}{V^2} = \frac{6,2}{100} + \frac{1,8}{100} = \frac{8,0}{100}$$

La fourchette conventionnelle d'erreur correspondante est :

$$\pm 2 \frac{\sigma_V}{V} = \pm 57 \%$$

Elle est pratiquement égale à celle de la lentille C. Sur les ressources totales de la lentille B, estimées à 23 M T, seul donc apparaît comme à peu près garanti (au niveau de probabilité de 95 %) le tonnage :

$0,43 \times 23 \text{ M T} = 10 \text{ M T}$

6.- ENSEMBLE DES LENTILLES B ET C.

Il serait sans doute pessimiste de faire la somme 31 + 10 = 41 M T des minima garantis pour chacune des deux lentilles en vue d'obtenir le minimum garanti sur l'ensemble. En effet, les erreurs commises dans l'estimation des lentilles individuelles peuvent être considérées comme indépendantes. La variance relative associée à l'estimation de l'ensemble s'obtient donc en pondérant par les carrés des tonnages les variances relatives affectées à chacune des deux lentilles. On obtient ainsi :

$$\frac{\sigma_V^2}{V^2} = \frac{1}{(74 + 23)^2} \left[74^2 \frac{8,3}{100} + 23^2 \frac{8,2}{100} \right] = \frac{5,3}{100}$$

La fourchette conventionnelle d'erreur correspondante est :

$$\pm 2 \frac{\sigma_V}{V} = \pm 46 \%$$

de sorte qu'il est raisonnable de considérer comme à peu près garanti le tonnage total de

$0,54 \times 97 = 52 \text{ M T}$

7.- CONCLUSION

Si l'on s'attache simplement aux ordres de grandeur on voit que les tonnages de minerai sont estimés à $\pm 50\%$ près. Il s'agit donc de ressources plutôt que de réserves. Compte tenu du très petit nombre de sondages et de la haute irrégularité géométrique, ces résultats ne peuvent d'ailleurs avoir qu'une valeur indicative et non rigoureuse. Enfin, on n'oubliera pas qu'ils s'appliquent aux réserves en place, et non aux réserves récupérables, et qu'il s'agit de la somme minerai riche + 0,39 minerai pauvre, et non du minerai riche seul. Il serait illusoire à notre avis de vouloir estimer le minerai riche seul. La perte et le salissage, déjà notables sans doute si l'on exploite l'ensemble riche + pauvre, prendraient une ampleur tout-à-fait imprévisibles si l'on exploitait le seul minerai riche, et il n'y aurait plus qu'un rapport lointain entre les tonnages de minerai riche prévus et récupérés effectivement.

G. MATHERON.

4.1.1965.