

Fontainebleau

N-109

NOTE SUR LA PROBABILITE DE SUCCES
DANS UNE RECONNAISSANCE AVEUGLE

A. MARECHAL

G. MATHERON

Mars 1969

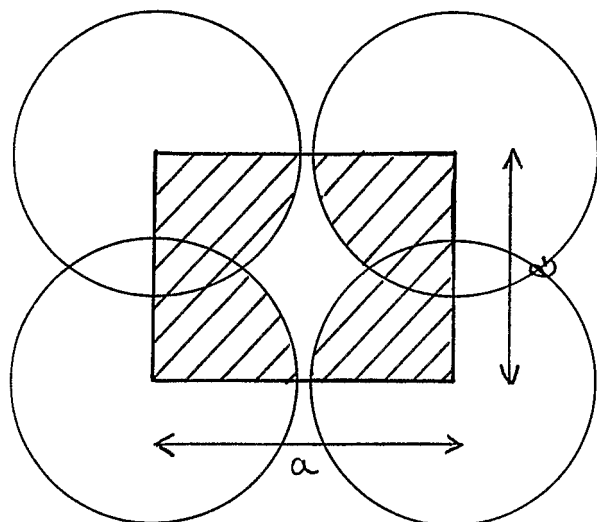
NOTE SUR LA PROBABILITE DE SUCCES DANS UNE RECONNAISSANCE AVEUGLE



Nous nous plaçons volontairement, dans cette note, dans des hypothèses très schématiques. Nous considérons une surface S dans laquelle est susceptible d'exister un nombre n ($= 0, 1, 2 \dots$) inconnu de gisements dont les surfaces $s_1, s_2, \dots$ sont également inconnues. On sait seulement que les gisements de surface inférieure à s_0 (par exemple, $s_0 = 1 \text{ km}^2$) sont dépourvus d'intérêt économique, et on s'interroge sur la probabilité de succès d'une campagne systématique de sondages à maille donnée. Avec $S = 2500 \text{ km}^2$ et $s_0 = 1 \text{ km}^2$, ces conditions sont à peu près celles du projet de prospection de Péchiney au Surinam. Nous allons voir que la probabilité de succès dépend au plus haut point du nombre et des caractéristiques des gisements que l'on suppose exister. Comme ces données sont, en fait, inconnues, il s'agit donc d'un problème parfaitement indéterminé - à moins que l'étude de zones voisines mieux connues ne permette d'avancer des hypothèses plus précises.

Encore une remarque préliminaire : en l'absence de toute indication sur une éventuelle direction préférentielle d'allongement de ces gisements, il est facile de montrer que la meilleure implantation possible des sondages de reconnaissance, à nombre égal, correspond à une maille carrée. C'est donc surtout le cas d'une maille carrée qui sera examiné ci-dessous. Il va de soit que, si une étude géologique mettait en évidence une direction préférentielle d'allongement des gisements individuels, la meilleure implantation possible correspondrait à une maille rectangulaire, comportant des lignes de sondages perpendiculaires à cette direction, et un rapport de maille égal à l'allongement moyen des gisements.

1/ Cas d'un gisement unique s

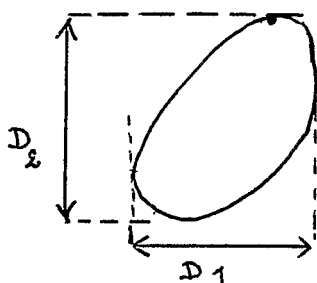


Soit a, b une maille rectangulaire, et s un gisement de forme connue. On admet que toutes les positions possibles du centre de s dans la zone S sont également probables. Considérons (fig. 1) le rectangle de maille (a, b) et les quatre traduits de s implantés aux quatre sommets de ce rectangle. La probabilité de succès est donnée par le rapport :

$$p = \text{Aire hachurée} / \text{aire } ab \text{ du rectangle}$$

Ce rapport dépend de a, b de la surface et de la forme de s . On distingue deux cas extrêmes dans lesquels le calcul est immédiat :

- s contient un rectangle a, b : $p = 1$
- s est contenu dans un rectangle a, b : $p = s/ab$



Entre ces deux cas extrêmes (maille très petites ou très grandes), p dépend aussi de la forme de s . On peut cependant constater, en effectuant des calculs explicites pour diverses figures (rectangulaires, elliptiques, ect...) que le comportement de p est lié surtout à l'allongement de s (rapport D_1/D_2) et aussi au rapport de maille a/b :

ces deux paramètres n'interviennent d'ailleurs que par leur rapport bD_1/aD_2 . En multipliant par b/a la dimension D_2 de s , on peut ainsi toujours se ramener au cas d'une maille carrée a, a .

Exemple. Si s est rectangle $D_1 \times D_2$ avec $bD_1/aD_2 = 1$, on prend

$$x = s/ab = \lambda \frac{D_2^2}{b^2}$$

et on trouve :

$$p = x \text{ pour } x < \lambda$$

$$p = \sqrt{\lambda x} \text{ pour } \lambda \leq x \leq \frac{1}{\lambda}$$

$$p = 1 \text{ pour } x > \frac{1}{\lambda}$$

Naturellement, le comportement de p entre λ et $1/\lambda$ ($p = \lambda x$) est lié, dans ces formules, à la forme particulière (rectangulaire) choisie pour s .

Dans le cas générale, cependant, on aura encore à peu près $p = x$ pour $x = s/ab$ inférieur à l'allongement λ , et $p = 1$ pour $x > \frac{1}{\lambda}$ avec une zone de raccordement dont l'allure exacte dépend des caractères morphologiques de s .

Comme il faut bien faire une hypothèse sur la forme de cette fonction $p(x)$, nous utiliserons la formule suivante (arbitraire, mais réalisant assez bien le raccordement dont nous avons parlé) :

$$p(x) = 1 - \beta e^{-\frac{x}{\beta}}$$

Pour relier le paramètre β à l'allongement λ , on note que l'on a $p(1) = \sqrt{\lambda}$ dans le cas rectangulaire. Si l'on maintient cette valeur dans le cas général, on trouve la relation :

$$\beta e^{-1/\beta} = 1 - \sqrt{\lambda}$$

Par exemple, pour $\lambda = 1/2$, on obtient $\beta = 0,89$, $1/\beta = 1,12$. Nous adopterons donc la formule suivante (grossièrement approximative, et ne pouvant donner qu'un ordre de grandeur, mais non entièrement absurde) :

$$p = 1 - 0,89 \exp \left(- 1,12 \frac{s}{a^2} \right) \quad n$$

Elle correspond au cas d'une maille carrée a et d'un gisement s d'allongement $D_1/D_2 = 1/2$ (et d'orientation quelconque, inconnue a priori)

2/Cas de plusieurs gisements $s_1, s_2 \dots$

Si, maintenant, l'on suppose n gisement $s_1, s_2 \dots$ implantés dans S (indépendamment les uns des autres), il est facile de voir que la probabilité de succès ne dépend, en gros, que du nombre n et de la surface moyenne $\bar{s}$

$$\bar{s} = \frac{1}{n} (s_1 + s_2 + \dots s_n)$$

de ces gisements. En effet, pour le gisement i , la probabilité d'echec q est $q = 0,89 \exp.(-1,12 s_i/a^2)$. Pour les n gisements, la probabilité d'echec q (probabilité de ne rencontrer aucun de ces n gisements) est donc :

$$q = q_1 q_2 \dots q_n = (0,89)^n \exp \left(- 1,12 \frac{\bar{s}}{a^2} \right)$$

Soit :

$$q = \left[0,89 \exp \left(- 1,12 \frac{\bar{s}}{a^2} \right) \right]^n$$

Nombre N des sondages nécessaires pour obtenir une probabilité p donnée.

La formule simplifiée ci-dessus s'écrit encore :

$$\bar{s}/a^2 = 0,101 + \frac{1}{n} 0,89 \log (1/q)$$

Soit :

$$\bar{s}/a^2 = 1/10 + \alpha/n$$

avec un coefficient α qui dépend de la probabilité q d'échec que l'on veut bien tolérer :

q	$=$	$1/20$	$1/10$	$1/5$	$1/2$
α	$=$	$2,68$	$2,06$	$1,44$	$0,63$

Prenons, par exemple, $\alpha = 2,06$, ce qui correspond à une chance sur dix d'avoir un échec. On a alors :

$$\bar{s}/a^2 = 1/10 + 2,06/n$$

Le nombre N de sondages couvrant la zone S pour la maille a est :

$$N = \frac{S}{a^2} = \frac{S}{\bar{s}} \cdot \frac{\bar{s}}{a^2}$$

D'où le nombre N des sondages nécessaires pour n'avoir qu'une chance sur dix d'échec :

$$N = \frac{S}{\bar{s}} \left(\frac{1}{10} + \frac{2,06}{n} \right)$$

Le tableau suivant montre à quel point N dépend du nombre et de la surface moyenne $\bar{s}$ des gisements que l'on suppose exister dans la zone S . On a pris : $S = 2500$ km, et diverses valeurs de s et de n :

Nombre des sondages nécessaires pour n gisements de surface ns

n \ $\bar{s}$	1 km ²	2	3	5	7	10
1	5400	2700	1800	1080	770	540
2	2840	1420	946	568	405	284
3	1960	980	653	392	280	196
5	1280	640	426	256	193	128
7	990	495	330	198	141	99
10	765	382	255	153	109	76

3/Cas où le nombre n des gisements est aléatoire .

Le tableau précédent ne peut conduire à aucune conclusion si l'on ne possède aucune information sur le nombre n et la taille moyenne $\bar{s}$ des gisements. L'examen de zones voisines mieux reconnues permettra parfois d'estimer non pas les valeurs elles-mêmes de ces paramètres, mais au moins leurs lois de probabilité. Par exemple, n pourra obéir à une loi de Poisson de moyenne θ S, soit :

$$p_n = \frac{(\theta S)^n}{n!} e^{-\theta S}$$

θ désignant le nombre de gisements au km² dans les zones bien reconnues.

De même, la surface d'un gisement donné obéira à une loi de probabilité dont nous désignerons la densité par $f(s)$. Nous poserons :

$$\Phi(\mu) = \int_0^{\infty} e^{-\mu s} f(s) ds$$

(transformée de Laplace). La probabilité d'echec lorsqu'il n'existe qu'un gisement (de surface aléatoire s) est alors :

$$q = 0,89 \int_0^{\infty} e^{-1,12 \frac{s}{a^2}} f(s) ds = 0,89 \Phi\left(\frac{1,12}{a^2}\right)$$

Lorsque le nombre n des gisements est lui-même une variable aléatoire obéissant à la loi de poisson de moyenne θS , cette probabilité d'echec devient :

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n \frac{(\theta S)^n}{n!} e^{-\theta S} = e^{-\theta S(1 - q)}$$

Ainsi, en fonction des divers paramètres :

- nombre moyen de gisements au km^2

S - surface de la zone à prospector

a - maille (carrée) de la prospection

$f(s)$ - loi de probabilité de la surface s d'un gisement

la probabilité d'echec $q(\theta, S, a)$ est :

$$q(\theta, S, a) = \exp[-\theta S \left(1 - 0,89 \Phi\left(\frac{1,12}{a^2}\right)\right)]$$

Pour effectuer des calculs numériques (à valeur uniquement indicative)
il faut choisir une loi particulière pour $f(s)$, par exemple la loi
exponentielle de densité $b \exp(-bs)$. Comme on ne s'intéresse qu'aux
gisements de surface supérieure à la limite économique s_0 , il convient
de tronquer cette loi $f(s)$ à s_0 , d'où la nouvelle densité :

$$f(s) = b \exp b(s_0 - s)$$

et :

$$\Phi(\mu) = \frac{b}{b+\mu} e^{-\mu s_0}$$

L'espérance mathématique $\bar{s} = E(s)$ de cette loi est :

$$\bar{s} = \frac{1}{b} + \frac{1}{s_0}$$

d'où aussi :

$$\Phi(\mu) = \frac{1}{1 + \mu(\bar{s} - s_0)} e^{-\mu s_0}$$

et l'expression suivante de la probabilité d'échec :

$$q(\theta, S, a) = \exp \left(-\theta S \left[1 - \frac{0,89 e^{-1,12 \frac{s_0}{a^2}}}{1 + 1,12 \frac{5 - s_0}{a^2}} \right] \right)$$

4/ Comparaison des chances de succès dans diverses hypothèses.

La formule que nous venons d'écrire permet de comparer divers projets de prospection à dépenses égales (c'est à dire pour un même nombre $N = S/a$ de sondages), et pour des caractéristiques θ , $\bar{s}$ et s_0 constants en fonction de la surface S à prospecter : nous allons voir que la probabilité d'echec est d'autant plus petite que la surface prospectée S est plus grande.

Vérifions le sur deux exemples numériques (mais on peut le démontrer en toute généralité) : soient deux surfaces

$$S_1 = 2500 \text{ km}^2 \quad \text{et} \quad S_2 = 500 \text{ km}^2$$

et un minimum économique $s_0 = 1 \text{ km}^2$, et soit $\theta = 1/500$, c'est à dire en espérance, un gisement dans S_1 et 5 dans S_2 .

Probabilité d'echec pour $N = 200$ sondages, en fonction de $\bar{s}$

$\bar{s}$	q_1	q_2
1	0,40	0,65
3	0,21	0,49
5	0,13	0,45
10	0,065	0,41

Probabilité d'echec pour $N = 100$ sondages, en fonction de $\bar{s}$

s	q_1	q_2
1	0,47	0,75
3	0,32	0,61
5	0,24	0,53
10	0,13	0,46

On voit, à dépenses égales, l'intérêt qu'il y a à prospecter la totalité de la zone de 2500 km^2 avec une large maille de reconnaissance plutôt qu'une sous-zone de 500 km^2 avec une maille 5 fois plus serrée. La raison essentielle de cette différence provient de ce que la probabilité pour qu'il n'y ait (en réalité) aucun gisement dans S_2 est $e^{-1} = 0,37$, alors qu'elle tombe à $e^{-5} = 0,0067$ seulement pour S_1 .

Conclusions. Les résultats numériques donnés ci-dessus ne peuvent avoir qu'une valeur indicative, en raison de la grossièreté des hypothèses qu'il nous a bien fallu introduire. Mais ils mettent parfaitement en évidence deux conclusions importantes :

- La probabilité de succès dépend au plus haut point du nombre et des caractéristiques des gisements existant réellement dans la zone à prospecter. Il n'est peut-être pas impossible de déterminer les lois de probabilité de ces paramètres, en procédant par analogie avec des zones mieux reconnues, et, dans ce cas, de conduire jusqu'au bout le calcul de la probabilité de réussite en fonction de la maille utilisée.

- toutes choses égales d'ailleurs, et en particulier pour un même nombre total de sondages, on a toujours intérêt à prospecter une grande zone à large maille plutôt qu'une zone réduite à maille plus serrée.

G. Matheron, le 13 Janvier 1969

Les calculs numériques qui suivent ont été établis pour chacune des hypothèses retenues dans le texte :

1/ Il n'existe qu'un seul gisement disposé de façon aléatoire dans la surface S à explorer. On a calculé la probabilité de succès de la reconnaissance pour les circonstances suivantes :

- la surface S à explorer vaut 2.500, 1.500, 500 km^2 .
- le gisement unique a une surface $s = 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20 \text{ km}^2$.
- la reconnaissance se fait à maille régulière avec un nombre de sondages $N = 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 1000$.

2/ Il existe dans la surface S un nombre $n \geq 1$, connu, de gisements. On a calculé la probabilité d'échec de la reconnaissance dans les mêmes éventualités que précédemment, en donnant à n les valeurs : $n = 1, 2, 3, 5, 7, 10$.

3/ Il existe un nombre aléatoire n de gisements, dont la valeur probable est encore $n = 1, 2, 3, 5, 7, 10$. On a calculé la probabilité d'échec pour ces différentes valeurs probables, les autres paramètres prenant les mêmes valeurs que précédemment.

N.B. On a retenu comme limite inférieure d'exploitation un gisement de surface $s_0 = 1 \text{ km}^2$.

I - Probabilité de succès en présence d'un seul gisement.

$$A S = 2500 \text{ km}^2$$

Nombres total de sondages implantés $\frac{s}{a^2}$. Soient les chiffres :

$$s = 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20 \text{ km}^2$$

$$\text{et } N = 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 1000.$$

$$p = 1 - 0,89^{-1,12 \frac{s}{a^2}}$$

$$\frac{s}{a^2} = \frac{s}{S} = \frac{Ns}{2500}$$

$N \backslash s$	1	2	3	5	7	10	15	20	Maille
0,02 50	0,1297	0,1490	0,1678	0,2043	0,2392	0,2886	0,3640	0,4314	7070
0,04 100	0,1490	0,1863	0,2219	0,2886	0,3496	0,4314	0,5455	0,6367	5000
0,06 150	0,1678	0,2219	0,2725	0,3640	0,4440	0,5455	0,6752	0,7679	4080
0,08 200	0,1863	0,2560	0,3198	0,4314	0,5247	0,6367	0,7679	0,8517	3535
0,12 300	0,2219	0,3198	0,4053	0,5455	0,6526	0,7679	0,8815	0,9395	2880
0,16 400	0,2560	0,3781	0,4801	0,6367	0,7461	0,8517	0,9394	0,9753	2500
0,2 500	0,2886	0,4314	0,5455	0,7096	0,8145	0,9053	0,9459	0,9691	2240
0,4 1000	0,4314	0,6367	0,7679	0,9053	0,9613	0,9899	0,9989	0,9998	1580

C S = 500 km

$\frac{S}{N}$	1	2	3	5	7	10	15	20	a
0,1 50	0,2043	0,2886	0,3640	0,4916	0,5936	0,7096	0,8341	0,9053	3160
0,2 100	0,2886	0,4314	0,5455	0,7096	0,8145	0,9053	0,9459	0,9691	2240
0,3 150	0,3640	0,5455	0,6752	0,8341	0,9153	0,9691	0,9942	0,9989	1830
0,4 200	0,4314	0,6367	0,7679	0,9053	0,9613	0,9899	0,9989	0,9998	1581
0,6 300	0,5455	0,7679	0,8815	0,9691	0,9919	0,9989	0,9999	-	1290
0,8 400	0,6367	0,8517	0,9395	0,9899	0,9983	0,9998	0,9999	-	1120
1 500	0,7096	0,9093	0,9691	0,9967	0,9996	0,9999	-	-	1000
2 1000	0,9093	0,9899	0,9899	0,9999	-	-	-	-	710

B S = 1500 km²

$$\frac{S}{a^2} = \frac{Ns}{1500}$$

s	1	2	3	5	7	10	15	20	Maille
0,033 50	0,1423	0,1743	0,2043	0,2616	0,3147	0,3871	0,4916	0,5783	5480
0,067 100	0,1743	0,2334	0,2886	0,3871	0,4723	0,5783	0,7096	0,8000	3870
0,1 150	0,2043	0,2886	0,3640	0,4916	0,5936	0,7096	0,8341	0,9053	3160
0,1333200	0,2334	0,3398	0,4314	0,5783	0,6871	0,8000	0,9053	0,9551	2740
0,2 300	0,2886	0,4314	0,5455	0,7096	0,8145	0,9053	0,9459	0,9691	2240
0,2667400	0,3398	0,5103	0,6367	0,8000	0,8900	0,9551	0,9899	0,9977	1940
0,3333500	0,3871	0,5783	0,7096	0,8627	0,9347	0,9691	0,9967	0,9989	1730
0,6671000	0,5783	0,8000	0,8624	0,9691	0,9952	0,9989	0,9999	0,9999	1225

Probabilité d'echec

A S = 2500 km²

N = 50

n \ s	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,8703	0,8510	0,8322	0,7957	0,7606	0,7114	0,6360	0,5686
2	0,7574	0,7242	0,6926	0,6331	0,5785	0,5061	0,4045	0,3233
3	0,6592	0,6163	0,5764	0,5038	0,4400	0,3600	0,2573	0,1838
5	0,4993	0,4463	0,3992	0,3190	0,2545	0,1822	0,1041	0,0594
7	0,3781	0,3232	0,2765	0,2020	0,1472	0,0922	0,0421	0,0192
10	0,2493	0,1992	0,1594	0,1018	0,0648	0,0332	0,0108	0,0035
N = 100								
	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,8510	0,8137	0,7781	0,7114	0,6504	0,5686	0,4545	0,3633
2	0,7242	0,6621	0,6054	0,5061	0,4230	0,3233	0,2066	0,1320
3	0,6163	0,5388	0,4711	0,3600	0,2751	0,1838	0,0939	0,0480
5	0,4463	0,3567	0,2852	0,1822	0,1164	0,0594	0,0194	0,0063
7	0,3232	0,2362	0,1727	0,0922	0,0492	0,0192	0,0040	0,0008
10	0,1992	0,1272	0,0813	0,0332	0,0135	0,0035	0,0004	0,0000

N = 150

S = 2500 km²

n \ s	1	2	3	5	7	10	15	20
n \ s	0,8322	0,7781	0,7275	0,6360	0,5668	0,4545	0,3248	0,2321
1	0,6926	0,6054	0,5293	0,4045	0,3213	0,2066	0,1055	0,0539
3	0,5764	0,4711	0,3851	0,2573	0,1821	0,0939	0,0343	0,0125
5	0,3992	0,2852	0,2038	0,1041	0,0585	0,0194	0,0036	0,0007
7	0,2765	0,1727	0,1079	0,0421	0,0188	0,0040	0,0004	0.....
10	0,1594	0,0813	0,0415	0,0108	0,0034	0,0004	0,....	0.....
N = 200								
1	0,8137	0,7440	0,6802	0,5686	0,4753	0,3633	0,2321	0,1483
2	0,6621	0,5535	0,4627	0,3233	0,2259	0,1320	0,0539	0,0220
3	0,5388	0,4118	0,3147	0,1838	0,1074	0,0480	0,0125	0,0033
5	0,3567	0,2279	0,1456	0,0594	0,0243	0,0063	0,0007	0,0001
7	0,2362	0,1261	0,0674	0,0192	0,0055	0,008	0	0
10	0,1272	0,0519	0,0212	0,0035	0,0006	0	0	0
N = 300								
1	0,7781	0,6802	0,5947	0,4545	0,3474	0,2321	0,1185	0,0605
2	0,6054	0,4627	0,3537	0,2066	0,1207	0,0539	0,0140	0,0037
3	0,4711	0,3147	0,2103	0,0939	0,0419	0,0125	0,0017	0,0002
5	0,2852	0,1456	0,0744	0,0194	0,0051	0,0007	0	0
7	0,1727	0,0674	0,0263	0,0040	0,006	0	0	0
10	0,0813	0,0212	0,0055	0,0004	0	0	0	0

$$S = 2500 \text{ km}^2$$

$N = 400$

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,7440	0,6219	0,5199	0,3633	0,2539	0,1483	0,0606	0,0247
2	0,5535	0,3868	0,2703	0,1320	0,0645	0,0220	0,0037	0,0006
3	0,4118	0,2406	0,1405	0,0480	0,0164	0,0033	0,0002	0
5	0,2279	0,0931	0,0380	0,0063	0,0011	0,0001	0	0
7	0,1261	0,0360	0,0103	0,0008	0,0001	0	0	0
10	0,0519	0,0087	0,0014	0	0	0	0	0
$N = 500$								
1	0,7114	0,5686	0,4545	0,2904	0,1855	0,0947	0,0541	0,0309
2	0,5061	0,3233	0,2066	0,0843	0,0344	0,0090	0,0029	0,0010
3	0,3600	0,1838	0,0939	0,0245	0,0064	0,0009	0,0002	0
5	0,1822	0,0594	0,0194	0,0021	0,0002	0	0	0
7	0,0922	0,0192	0,0040	0,0002	0	0	0	0
10	0,0332	0,0035	0,0004	0	0	0	0	0
$N = 1000$								
1	0,5686	0,3633	0,2331	0,0947	0,0387	0,0101	0,0011	0,0002
2	0,3233	0,1320	0,0545	0,0090	0,0015	0,0001	0	0
3	0,1838	0,0480	0,0127	0,0009	0,0001	0	0	0
5	0,0594	0,0063	0,0007	0	0	0	0	0
7	0,0192	0,0008	0	0	0	0	0	0
10	0,0035	0	0	0	0	0	0	0

Probabilité d'echec $S = 1500 \text{ km}^2$

$N = 50$

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,8577	0,8257	0,7957	0,7384	0,6853	0,6153	0,5084	0,4217
2	0,7356	0,6818	0,6331	0,5452	0,4696	0,3786	0,2585	0,1778
3	0,6309	0,5630	0,5038	0,4026	0,3218	0,2330	0,1314	0,0750
5	0,4641	0,3839	0,3190	0,2195	0,1511	0,0882	0,0340	0,0113
7	0,3414	0,2617	0,2020	0,1197	0,0710	0,0334	0,0088	0,0024
10	0,2154	0,1474	0,1018	0,0482	0,0228	0,0078	0,0012	0,0002
$N = 100$								
1	0,8257	0,7666	0,7114	0,6129	0,5277	0,4217	0,2904	0,2006
2	0,6818	0,5877	0,5061	0,3756	0,2785	0,1778	0,0843	0,0400
3	0,5630	0,4505	0,3600	0,2302	0,1470	0,0750	0,0245	0,0080
5	0,3839	0,2648	0,1822	0,0865	0,0409	0,0133	0,0021	0,0003
7	0,2617	0,1556	0,0922	0,0325	0,0114	0,0024	0,0002	0
10	0,1474	0,0701	0,0322	0,0075	0,0017	0,0002	0	0
$N = 150$								
1	0,7957	0,7114	0,6360	0,5084	0,4064	0,2904	0,1659	0,0947
2	0,6331	0,5061	0,4045	0,2585	0,1652	0,0843	0,0275	0,0090
3	0,5030	0,3600	0,2573	0,1314	0,0671	0,0245	0,0046	0,0009
5	0,3190	0,1822	0,1041	0,0340	0,0111	0,0021	0,0001	0
7	0,2020	0,0922	0,0421	0,0088	0,0018	0,0002	0	0
10	0,1018	0,0322	0,0108	0,0012	0,0001	0	0	0

Probabilité d'échec $S = 1500 \text{ km}$

$N = 200$

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,7666	0,6602	0,5686	0,4217	0,3129	0,2000	0,0947	0,0449
2	0,5877	0,4359	0,3233	0,1778	0,0979	0,0400	0,0090	0,0020
3	0,4505	0,2878	0,1838	0,0750	0,0306	0,0080	0,0009	0,001
5	0,2648	0,1255	0,0594	0,0133	0,0030	0,0003	0	0
7	0,1556	0,0547	0,0192	0,0024	0,0003	0	0	0
10	0,0701	0,0158	0,0035	0,0002	0	0	0	0
$N = 300$								
1	0,7114	0,5686	0,4545	0,2904	0,1855	0,0947	0,0541	0,0309
2	0,5061	0,3233	0,2066	0,0843	0,0344	0,0090	0,0029	0,0010
3	0,3600	0,1838	0,0939	0,0245	0,0064	0,0009	0,0002	0
5	0,1822	0,0594	0,0194	0,0021	0,0002	0	0	0
7	0,0923	0,0192	0,0040	0,0002	0	0	0	0
10	0,0322	0,0035	0,0004	0	0	0	0	0
$N = 400$								
1	0,6602	0,4897	0,3633	0,2000	0,1100	0,0449	0,0101	0,0023
2	0,4359	0,2398	0,1320	0,040	0,0121	0,0020	0,0001	0
3	0,2878	0,1174	0,0480	0,0080	0,0013	0,001	0	0
5	0,1255	0,0282	0,0063	0,0003	0	0	0	0
7	0,0547	0,0068	0,0008	0	0	0	0	0
10	0,0158	0,008	0	0	0	0	0	0

Probabilité d'echec $S = 1500 \text{ km}^2$

$N = 500$

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,6153	0,4217	0,2904	0,1373	0,0653	0,0653	0,0033	0,0011
2	0,3786	0,1778	0,0843	0,0189	0,0012	0,0043	0	0
3	0,2330	0,0750	0,0245	0,0026	0	0,0003	0	0
5	0,0882	0,0133	0,0021	0	0	0	0	0
7	0,0334	0,0024	0,0002	0	0	0	0	0
10	0,0078	0,0002	0	0	0	0	0	0
$N = 1000$								
1	0,4217	0,2000	0,1376	0,0653	0,0048	0,0011	0	0
2	0,1778	0,040	0,0189	0,0012	0	0	0	0
3	0,0750	0,0080	0,0026	0	0	0	0	0
5	0,0133	0,0003	0	0	0	0	0	0
7	0,0024	0	0	0	0	0	0	0
10	0,0002	0	0	0	0	0	0	0

Probabilité d'echec $S = 500 \text{ km}$

$N = 50$

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,7957	0,7114	0,6360	0,5084	0,4064	0,2904	0,1659	0,0947
2	0,6331	0,5061	0,4045	0,2585	0,1652	0,0843	0,0275	0,0090
3	0,5038	0,3600	0,2573	0,1314	0,0671	0,0245	0,0046	0,0009
5	0,3190	0,1822	0,1041	0,0340	0,0111	0,0021	0,0001	0
7	0,2020	0,0922	0,0421	0,0088	0,0018	0,0002	0	0
10	0,1018	0,0332	0,0108	0,0012	0,0001	0	0	0
$N = 100$								
	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,7114	0,5686	0,4545	0,2904	0,1855	0,0947	0,0541	0,0309
2	0,5061	0,3233	0,2066	0,0843	0,0344	0,0090	0,0029	0,0010
3	0,3600	0,1838	0,0939	0,0245	0,0064	0,0009	0,0002	0
5	0,1822	0,0594	0,0194	0,0021	0,0002	0	0	0
7	0,0922	0,0192	0,0040	0,0002	0	0	0	0
10	0,0332	0,0035	0,0004	0	0	0	0	0
$N = 150$								
	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,6360	0,4545	0,3248	0,1659	0,0847	0,0309	0,0058	0,0011
2	0,4045	0,2066	0,1055	0,0275	0,0072	0,0010	0	0
3	0,2573	0,0939	0,0343	0,0046	0,0006	0	0	0
5	0,1041	0,0194	0,0036	0,0001	0	0	0	0
7	0,0421	0,0040	0,0004	0	0	0	0	0
10	0,0108	0,0004	0	0	0	0	0	0

Probabilité d'echec $S = 500 \text{ km}$

$N = 200$

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,5686	0,3633	0,2321	0,947	0,0387	0,0101	0,0011	0,0002
2	0,3233	0,1320	0,0539	0,0090	0,0015	0,0001	0	0
3	0,1838	0,0480	0,0125	0,0009	0,0001	0	0	0
5	0,0594	0,0063	0,0007	0	0	0	0	0
7	0,0192	0,0008	0	0	0	0	0	0
10	0,0035	0	0	0	0	0	0	0

$N = 300$

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,4545	0,2321	0,1185	0,0309	0,0081	0,0011	0,0001	0
2	0,2066	0,0539	0,0140	0,0010	0,0001	0	0	0
3	0,0939	0,0125	0,0017	0	0	0	0	0
5	0,0194	0,0007	0	0	0	0	0	0
7	0,0040	0	0	0	0	0	0	0
10	0,0004	0	0	0	0	0	0	0

$N = 400$

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,3633	0,1483	0,0605	0,0101	0,0017	0,0002	0,0001	0
2	0,1320	0,0220	0,0037	0,0001	0	0	0	0
3	0,0480	0,0033	0,0002	0	0	0	0	0
5	0,0063	0,0001	0	0	0	0 ⁽¹⁾	0	0
7	0,0008	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0

Probabilité d'echec $S = 500 \text{ km}^2$

N = 500

	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,2904	0,0907	0,0309	0,0033	0,0004	0,0001	0	0
2	0,0843	0,0082	0,0010	0	0	0	0	0
3	0,0245	0,0007	0	0	0	0	0	0
5	0,0021	0	0	0	0	0	0	0
7	0,0002	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
N = 1000								
	1	2	3	5	7	10	15	20
1	0,0907	0,0101	0,0011	0,0001				
2	0,0082	0,0001	0	0				
3	0,0007	0	0	0				
5	0	0	0	0				
7	0	0	0	0				
10	0	0	0	0				

SURFACE EXPLORÉE=2500.

NOMBRE DE SONDAGES= 150.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.8455	0.7148	0.6044	0.4321	0.3089	0.1867
2.	0.8023	0.6437	0.5165	0.3325	0.2140	0.1105
3.	0.7661	0.5869	0.4496	0.2639	0.1549	0.0696
5.	0.7088	0.5024	0.3561	0.1789	0.0899	0.0320
7.	0.6657	0.4431	0.2950	0.1307	0.0579	0.0171
10.	0.6179	0.3818	0.2359	0.0901	0.0344	0.0081
15.	0.5648	0.3190	0.1802	0.0575	0.0183	0.0033
20.	0.5302	0.2811	0.1490	0.0419	0.0118	0.0018

SURFACE EXPLORÉE=2500.

NOMBRE DE SONDAGES= 200.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.8300	0.6890	0.5719	0.3940	0.2715	0.1552
2.	0.7763	0.6027	0.4679	0.2820	0.1699	0.0795
3.	0.7335	0.5380	0.3946	0.2123	0.1142	0.0451
5.	0.6697	0.4485	0.3003	0.1347	0.0604	0.0181
7.	0.6245	0.3900	0.2436	0.0950	0.0371	0.0090
10.	0.5772	0.3332	0.1923	0.0641	0.0213	0.0041
15.	0.5278	0.2786	0.1470	0.0410	0.0114	0.0017
20.	0.4971	0.2471	0.1229	0.0304	0.0075	0.0009

SURFACE EXPLORÉE=2500.

NOMBRE DE SONDAGES= 50.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.8783	0.7715	0.6776	0.5228	0.4033	0.2733
2.	0.8618	0.7426	0.6400	0.4753	0.3529	0.2259
3.	0.8462	0.7160	0.6059	0.4338	0.3106	0.1882
5.	0.8177	0.6686	0.5407	0.3655	0.2444	0.1336
7.	0.7923	0.6277	0.4973	0.3122	0.1960	0.0975
10.	0.7590	0.5761	0.4373	0.2519	0.1451	0.0635
15.	0.7136	0.5092	0.3633	0.1850	0.0942	0.0342
20.	0.6774	0.4588	0.3108	0.1426	0.0654	0.0203

SURFACE EXPLORÉE=2500.

NOMBRE DE SONDAGES= 100.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.8616	0.7423	0.6396	0.4748	0.3524	0.2254
2.	0.8307	0.6901	0.5732	0.3956	0.2730	0.1565
3.	0.8033	0.6454	0.5184	0.3346	0.2159	0.1119
5.	0.7571	0.5731	0.4339	0.2487	0.1425	0.0618
7.	0.7194	0.5176	0.3724	0.1927	0.0998	0.0371
10.	0.6747	0.4552	0.3071	0.1398	0.0636	0.0195
15.	0.6206	0.3852	0.2391	0.0921	0.0355	0.0085
20.	0.5826	0.3394	0.1977	0.0671	0.0228	0.0045

SURFACE EXPLORÉE=2500.

NOMBRE DE SONDAGES= 300.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.8010	0.6416	0.5139	0.3297	0.2115	0.1087
2.	0.7304	0.5335	0.3897	0.2079	0.1109	0.0432
3.	0.6793	0.4614	0.3134	0.1446	0.0667	0.0209
5.	0.6102	0.3723	0.2272	0.0846	0.0315	0.0072
7.	0.5659	0.3203	0.1813	0.0581	0.0186	0.0034
10.	0.5232	0.2737	0.1432	0.0392	0.0107	0.0015
15.	0.4819	0.2322	0.1119	0.0260	0.0060	0.0007
20.	0.4579	0.2097	0.0960	0.0201	0.0042	0.0004

SURFACE EXPLORÉE=2500.

NOMBRE DE SONDAGES= 400.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.7741	0.5993	0.4639	0.2780	0.1666	0.0773
2.	0.6914	0.4780	0.3305	0.1580	0.0755	0.0250
3.	0.6362	0.4047	0.2575	0.1042	0.0422	0.0109
5.	0.5674	0.3220	0.1827	0.0588	0.0189	0.0035
7.	0.5265	0.2772	0.1460	0.0405	0.0112	0.0016
10.	0.4891	0.2392	0.1170	0.0280	0.0067	0.0008
15.	0.4548	0.2068	0.0941	0.0195	0.0040	0.0004
20.	0.4356	0.1897	0.0826	0.0157	0.0030	0.0002

SURFACE EXPLORÉE=2500.

NOMBRE DE SONDAGES= 500.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.7493	0.5615	0.4207	0.2362	0.1326	0.0558
2.	0.6578	0.4327	0.2847	0.1232	0.0533	0.0152
3.	0.6013	0.3615	0.2174	0.0786	0.0284	0.0062
5.	0.5354	0.2866	0.1534	0.0440	0.0126	0.0019
7.	0.4983	0.2483	0.1237	0.0307	0.0076	0.0009
10.	0.4657	0.2169	0.1010	0.0219	0.0048	0.0005
15.	0.4369	0.1909	0.0834	0.0159	0.0030	0.0003
20.	0.4212	0.1774	0.0747	0.0133	0.0024	0.0002

SURFACE EXPLORÉE=2500.

NOMBRE DE SONDAGES=1000.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.6496	0.4220	0.2741	0.1157	0.0488	0.0134
2.	0.5448	0.2968	0.1617	0.0480	0.0142	0.0023
3.	0.4965	0.2466	0.1224	0.0302	0.0074	0.0009
5.	0.4510	0.2034	0.0917	0.0187	0.0038	0.0003
7.	0.4292	0.1842	0.0791	0.0146	0.0027	0.0002
10.	0.4119	0.1697	0.0699	0.0119	0.0020	0.0001
15.	0.3978	0.1582	0.0629	0.0100	0.0016	0.0001
20.	0.3905	0.1525	0.0596	0.0091	0.0014	0.0001

SURFACE EXPLORÉE=1500.

NOMBRE DE SONDAGES= 150.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.8152	0.6646	0.5418	0.3601	0.2393	0.1296
2.	0.7524	0.5662	0.4260	0.2412	0.1365	0.0582
3.	0.7047	0.4907	0.3500	0.1738	0.0863	0.0302
5.	0.6373	0.4062	0.2589	0.1051	0.0427	0.0111
7.	0.5921	0.3506	0.2070	0.0728	0.0255	0.0053
10.	0.5408	0.2990	0.1635	0.0489	0.0146	0.0024
15.	0.5015	0.2515	0.1261	0.0317	0.0080	0.0010
20.	0.4744	0.2251	0.1008	0.0240	0.0054	0.0006

SURFACE EXPLORÉE=1500.

NOMBRE DE SONDAGES= 200.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.7918	0.6269	0.4964	0.3112	0.1951	0.0969
2.	0.7167	0.5137	0.3682	0.1891	0.0972	0.0358
3.	0.6638	0.4407	0.2925	0.1289	0.0568	0.0166
5.	0.5945	0.3534	0.2101	0.0742	0.0262	0.0055
7.	0.5512	0.3038	0.1674	0.0509	0.0155	0.0026
10.	0.5102	0.2603	0.1328	0.0346	0.0090	0.0012
15.	0.4714	0.2222	0.1048	0.0233	0.0052	0.0005
20.	0.4492	0.2018	0.0907	0.0183	0.0037	0.0003

SURFACE EXPLORÉE=1500.

NOMBRE DE SONDAGES= 300.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.7493	0.5615	0.4207	0.2362	0.1326	0.0558
2.	0.6578	0.4327	0.2847	0.1232	0.0533	0.0152
3.	0.6013	0.3615	0.2174	0.0786	0.0284	0.0062
5.	0.5354	0.2866	0.1534	0.0440	0.0126	0.0019
7.	0.4983	0.2483	0.1237	0.0307	0.0076	0.0009
10.	0.4657	0.2169	0.1010	0.0219	0.0048	0.0005
15.	0.4369	0.1909	0.0834	0.0159	0.0030	0.0003
20.	0.4212	0.1774	0.0747	0.0133	0.0024	0.0002

SURFACE EXPLORÉE=1500.

NOMBRE DE SONDAGES= 400.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.7119	0.5068	0.3608	0.1829	0.0927	0.0334
2.	0.6116	0.3741	0.2288	0.0856	0.0320	0.0073
3.	0.5562	0.3093	0.1720	0.0532	0.0165	0.0028
5.	0.4970	0.2470	0.1228	0.0303	0.0075	0.0009
7.	0.4660	0.2172	0.1012	0.0220	0.0048	0.0005
10.	0.4400	0.1936	0.0852	0.0165	0.0032	0.0003
15.	0.4179	0.1746	0.0730	0.0127	0.0022	0.0002
20.	0.4061	0.1649	0.0670	0.0110	0.0018	0.0001

SURFACE EXPLORÉE=1500.

NOMBRE DE SONDAGES= 500.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.6789	0.4609	0.3129	0.1442	0.0665	0.0208
2.	0.5747	0.3303	0.1898	0.0627	0.0207	0.0039
3.	0.5225	0.2730	0.1426	0.0389	0.0106	0.0015
5.	0.4704	0.2212	0.1041	0.0230	0.0051	0.0005
7.	0.4445	0.1975	0.0878	0.0173	0.0034	0.0003
10.	0.4234	0.1793	0.0759	0.0136	0.0024	0.0002
15.	0.4059	0.1648	0.0669	0.0110	0.0018	0.0001
20.	0.3968	0.1575	0.0625	0.0098	0.0015	0.0001

SURFACE EXPLORÉE=1500.

NOMBRE DE SONDAGES=1000.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.5609	0.3146	0.1765	0.0555	0.0175	0.0031
2.	0.4684	0.2194	0.1027	0.0225	0.0049	0.0005
3.	0.4357	0.1898	0.0827	0.0157	0.0030	0.0002
5.	0.4089	0.1672	0.0684	0.0114	0.0019	0.0001
7.	0.3973	0.1579	0.0627	0.0099	0.0016	0.0001
10.	0.3885	0.1510	0.0587	0.0089	0.0013	0.0001
15.	0.3817	0.1457	0.0556	0.0081	0.0012	0.0001
20.	0.3782	0.1431	0.0541	0.0077	0.0011	0.0001

SURFACE EXPLORÉE= 500.

NOMBRE DE SONDAGES= 50.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.8152	0.6646	0.5418	0.3601	0.2393	0.1296
2.	0.7524	0.5662	0.4260	0.2412	0.1365	0.0582
3.	0.7047	0.4967	0.3500	0.1738	0.0863	0.0302
5.	0.6373	0.4062	0.2589	0.1051	0.0427	0.0111
7.	0.5921	0.3506	0.2076	0.0728	0.0255	0.0053
10.	0.5468	0.2990	0.1635	0.0489	0.0146	0.0024
15.	0.5015	0.2515	0.1261	0.0317	0.0080	0.0010
20.	0.4744	0.2251	0.1068	0.0240	0.0054	0.0006

SURFACE EXPLORÉE= 500.

NOMBRE DE SONDAGES= 100.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.7493	0.5615	0.4207	0.2362	0.1326	0.0558
2.	0.6578	0.4327	0.2847	0.1232	0.0533	0.0152
3.	0.6013	0.3615	0.2174	0.0786	0.0284	0.0062
5.	0.5354	0.2866	0.1534	0.0440	0.0126	0.0019
7.	0.4983	0.2483	0.1237	0.0307	0.0076	0.0009
10.	0.4657	0.2169	0.1010	0.0219	0.0048	0.0005
15.	0.4369	0.1909	0.0834	0.0159	0.0030	0.0003
20.	0.4212	0.1774	0.0747	0.0133	0.0024	0.0002

SURFACE EXPLORÉE= 500.

NOMBRE DE SONDAGES= 150.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.6949	0.4829	0.3356	0.1620	0.0782	0.0263
2.	0.5922	0.3507	0.2077	0.0728	0.0255	0.0053
3.	0.5382	0.2896	0.1559	0.0451	0.0131	0.0020
5.	0.4826	0.2329	0.1124	0.0262	0.0061	0.0007
7.	0.4542	0.2063	0.0937	0.0193	0.0040	0.0004
10.	0.4309	0.1857	0.0800	0.0149	0.0028	0.0002
15.	0.4113	0.1691	0.0690	0.0118	0.0020	0.0001
20.	0.4010	0.1608	0.0645	0.0104	0.0017	0.0001

SURFACE EXPLORÉE= 500.

NOMBRE DE SONDAGES= 200.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.6496	0.4220	0.2741	0.1157	0.0488	0.0134
2.	0.5448	0.2968	0.1617	0.0480	0.0142	0.0023
3.	0.4965	0.2466	0.1224	0.0302	0.0074	0.0009
5.	0.4510	0.2034	0.0917	0.0187	0.0038	0.0003
7.	0.4292	0.1842	0.0791	0.0146	0.0027	0.0002
10.	0.4119	0.1697	0.0699	0.0119	0.0020	0.0001
15.	0.3978	0.1582	0.0629	0.0100	0.0016	0.0001
20.	0.3905	0.1525	0.0596	0.0091	0.0014	0.0001

SURFACE EXPLORÉE= 500.

NOMBRE DE SONDAGES= 300.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.5796	0.3359	0.1947	0.0654	0.0220	0.0043
2.	0.4828	0.2331	0.1125	0.0262	0.0061	0.0007
3.	0.4466	0.1994	0.0891	0.0178	0.0035	0.0003
5.	0.4161	0.1732	0.0721	0.0125	0.0022	0.0002
7.	0.4027	0.1621	0.0653	0.0106	0.0017	0.0001
10.	0.3924	0.1540	0.0604	0.0093	0.0014	0.0001
15.	0.3843	0.1477	0.0568	0.0084	0.0012	0.0001
20.	0.3802	0.1446	0.0550	0.0079	0.0011	0.0001

SURFACE EXPLORÉE= 500.

NOMBRE DE SONDAGES= 400.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.5290	0.2799	0.1481	0.0414	0.0116	0.0017
2.	0.4456	0.1985	0.0885	0.0176	0.0035	0.0003
3.	0.4190	0.1756	0.0736	0.0129	0.0023	0.0002
5.	0.3982	0.1586	0.0632	0.0100	0.0016	0.0001
7.	0.3894	0.1517	0.0591	0.0090	0.0014	0.0001
10.	0.3829	0.1466	0.0561	0.0082	0.0012	0.0001
15.	0.3779	0.1428	0.0540	0.0077	0.0011	0.0001
20.	0.3754	0.1409	0.0529	0.0075	0.0011	0.0001

SURFACE EXPLORÉE= 500.

NOMBRE DE SONDAGES= 500.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.4918	0.2419	0.1190	0.0288	0.0070	0.0008
2.	0.4219	0.1780	0.0751	0.0134	0.0024	0.0002
3.	0.4024	0.1619	0.0651	0.0105	0.0017	0.0001
5.	0.3879	0.1505	0.0584	0.0088	0.0013	0.0001
7.	0.3820	0.1459	0.0557	0.0081	0.0012	0.0001
10.	0.3776	0.1426	0.0539	0.0077	0.0011	0.0001
15.	0.3743	0.1401	0.0525	0.0074	0.0010	0.0001
20.	0.3727	0.1389	0.0518	0.0072	0.0010	0.0001

SURFACE EXPLORÉE= 500.

NOMBRE DE SONDAGES=1000.

S / N	1.	2.	3.	5.	7.	10.
1.	0.4044	0.1636	0.0662	0.0108	0.0018	0.0001
2.	0.3788	0.1435	0.0544	0.0078	0.0011	0.0001
3.	0.3743	0.1401	0.0524	0.0073	0.0010	0.0001
5.	0.3714	0.1379	0.0512	0.0071	0.0010	0.0000
7.	0.3703	0.1371	0.0508	0.0070	0.0010	0.0000
10.	0.3695	0.1366	0.0505	0.0069	0.0009	0.0000
15.	0.3690	0.1361	0.0502	0.0068	0.0009	0.0000
20.	0.3687	0.1359	0.0501	0.0068	0.0009	0.0000