

ANALYSE KRIGEANTE SPATIO-TEMPORELLE APPLIQUÉE À DES DONNÉES AÉROMAGNÉTIQUES

Serge A. SÉGURET

CENTRE DE GÉOSTATISTIQUE
Ecole des Mines de Paris
35 rue Saint-Honoré
77305 FONTAINEBLEAU France

RÉSUMÉ. L'existence au sein du magnétisme spatio-temporel tel qu'il est mesuré en mer ou par un avion de perturbations dues à des causes externes (interaction du vent solaire avec la rotation de la terre sur elle-même, rotation de la lune autour de la terre, orages solaires, etc...) nécessite un filtrage pour pouvoir conduire une cartographie des anomalies spatiales. Nous proposons une Analyse Krigeante spatio-temporelle pour filtrer ces perturbations, nous l'appliquons sur des données mesurées au nord du Canada par un avion. Deux approches sont proposées : une première basée sur des mesures de perturbations prises en même temps que la campagne à une station fixe située en bordure de la zone d'étude, et une autre basée sur l'étude statistique des points de croisement disponibles. Dans ce dernier cas, nous inférerons le variogramme des perturbations à partir de combinaisons linéaires de cette fonction.

ABSTRACT. The solar wind has an effect on the the ionosphere and creates diurnal variation due to the rotation of the earth (24-hour period), to the orbiting of the moon (28-day period) and so on. Added to these (nearly) periodic variations, solar activity also creates non-periodic phenomena, the magnetic storms. In practice, only the diurnal variations and the magnetic storms have to be removed from the geomagnetic field because the oceanographic or aero campaigns take only few a days. In this paper we propose to use a Factorial Kriging Analysis (FKA) to extract the diurnal variation from the recorded data. We will present the FKA system and its application on Aeromagnetic Data. The case study contains two approaches : one based on time-variations recorded on a station and an another based on track-crossing errors.

Table des Matières

Introduction	116
Présentation des données	118
Première approche : utilisation du variogramme des données de la station	121
Deuxième approche : utilisation des points de recoupement	126
Conclusion	136

INTRODUCTION

Le champ magnétique terrestre ne dépend pas seulement de causes internes mais aussi de causes externes comme le vent solaire à l'origine des variations diurnes (rotation de la terre sur elle-même), mensuelles (rotation de la lune autour de la terre), annuelles etc ... Ces perturbations sont à tendance périodique ce qui n'est pas le cas des orages magnétiques, une autre composante de ces perturbations. Dans ce qui suit, nous ne considérons que les perturbations à l'échelle de quelques jours.

Les conventions habituelles sont utilisées : $\gamma^*()$ pour désigner un variogramme expérimental à distinguer de $\gamma()$ pour le modèle et lettres majuscule pour différencier la Fonction Aléatoire (FA) de ses réalisations écrites en lettres minuscules.

A l'échelle d'une dizaine de jours, l'étude de plusieurs séries temporelles de perturbations $d(x,t)$ [Séguret, 1991, pp 37–38] a montré que leurs variogrammes $\gamma_d(x, \tau)$ à x fixé ("x", couple des coordonnées spatiales de la mesure) se prêtent à une modélisation par deux structures (fig. 1) :

Une structure non périodique $\gamma_0(x, \tau)$. Celle-ci est dans la plupart des cas stationnaire de palier $\sigma_0^2(x)$. Elle résulte pour une bonne part des orages magnétiques.

Une structure périodique $\gamma_{\text{pério}}(x, \tau)$ de variance $\sigma_{\text{pério}}^2(x)$, de période principale 24 heures liée à la rotation de la terre sur elle-même.

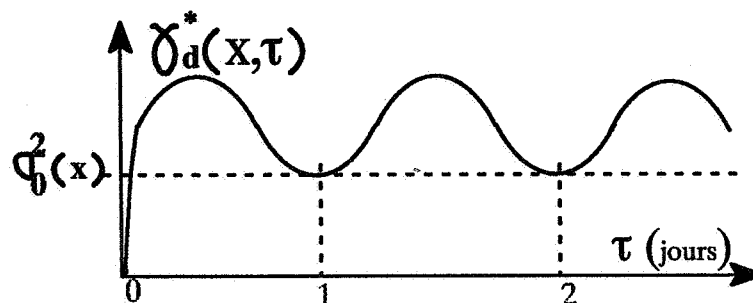


Figure 1 : Variogramme caractéristique des perturbations diurnes du magnétisme terrestre.

Le ratio $\sigma_0^2(x)/\sigma_{\text{pério}}^2(x)$ dépend de la latitude :

A l'équateur, $\sigma_0^2(x)$ est négligeable par rapport à $\sigma_{\text{pério}}^2(x)$.

Aux pôles, $\sigma_{\text{pério}}^2(x)$ est bien souvent négligeable par rapport à $\sigma_0^2(x)$ car l'interaction entre l'activité solaire et le champ magnétique terrestre y est grande : les orages magnétiques dominent

Ces variations temporelles nuisent à la cartographie des anomalies spatiales $y(x)$ et il faut les filtrer du magnétisme spatio-temporel $z(x,t)$. Dans la suite, on identifie $z(x,t)$ à la réalisation d'une FA $Z(x,t) = Y(x) + D(x,t)$, $Y(x)$ et $D(x,t)$ étant supposés non corrélés. Comme les zones d'études de $y(x)$ s'étendent peu dans l'espace comparativement aux variations en x de $d(x,t)$, on néglige les variations spatiales des perturbations et on pose $D(x,t) \approx D(t)$.

Si on note σ_Y^2 la variance (à supposer qu'elle existe) du magnétisme spatial, le ratio $\sigma_Y^2/(\sigma_0^2 + \sigma_{\text{pério}}^2)$ dépend de la latitude :

A l'équateur, il est inférieur à 1.

Aux pôles, il peut excéder 10.

Une méthode fût mise au point pour mener à bien ce filtrage : le Krigeage Trigonométrique (K.T.) [Seguret & Huchon, 1990, Seguret 1991]. Dans cette méthode, $D(t)$ est modélisée par une série de Fourier temporelle et $Y(x)$ par une F.A.I-k de covariance généralisée $K_Y(h)$ associée aux polynômes $f_t(x)$. On y effectue le krigeage des anomalies spatiales en filtrant les coefficients de Fourier associés aux perturbations par le système linéaire suivant :

$$(A) \begin{pmatrix} K_Y(h_{\alpha\beta}) & f_t(x_\alpha) \cos(\omega t_\alpha) & \sin(\omega t_\alpha) \\ f_t(x_\beta) & & \\ \cos(\omega t_\beta) & 0 & \\ \sin(\omega t_\beta) & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda^a \\ \mu_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_Y(h_{\alpha x}) \\ f_t(x) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le K.T. s'avère efficace pour des zones d'études proches de l'équateur car les fluctuations temporelles peuvent s'y assimiler à une série de Fourier comportant peu de coefficients : la structure non périodique $\gamma_0(\tau)$ peut être négligée.

Dans le cas d'étude qui suit, nous nous trouvons dans des conditions expérimentales qui sortent du contexte d'applicabilité du K.T. :

- 1) La zone d'étude se situant par 82° de Latitude Nord, $D(t)$ ne peut être assimilée à une série de Fourier : la structure non périodique $\gamma_0(\tau)$ est à considérer.
- 2) Les mesures (faites par un avion) s'échelonnent sur une dizaine de jours, à raison de quelques heures seulement en continu par jour, de sorte que les contraintes d'échantillonnage temporel du K.T. ne sont pas satisfaites [voir Séguret, 1991, pp 122–124, pour ces contraintes].

Par contre, la situation présente les avantages suivants :

- 1) La route d'échantillonnage (fig. 2) contient quatre profils transversaux qui croisent les autres profils, ce qui fournit 128 points de recoupement soit autant d'incrémentes ($\Delta t, \Delta d$) de la fluctuation temporelle. On peut envisager d'utiliser cette information pour inférer $\gamma_D(\tau)$.
- 2) Une station fixe située en bordure de la zone d'étude a enregistré pendant la campagne des fluctuations que nous noterons $gnd(t)$ ("ground-station-data"). Bien que pour des raisons inconnues ces mesures ne permettent pas un filtrage suffisant, on peut envisager d'assimiler le variogramme de ces variations à celui de $D(t)$.
- 3) La vitesse de l'avion étant considérable (450 km/h), on peut envisager de mener une analyse structurale de $y(x)$ le long des profils puisqu'à petite distance, les fluctuations temporelles sont négligeables.

On note $\gamma_Y(\)$ le variogramme de la FA "magnétisme spatial $Y(x)$ " et on choisit de supprimer dans $Z(x,t)$ les perturbations temporelles $D(t)$ par une Analyse Krigeante (A.K.) [Matheron, 1982] spatio-temporelle dont le système est :

$$(B) \begin{pmatrix} \gamma_Y(h_{\alpha\beta}) & 1 \\ \gamma_D(\tau_{\alpha\beta}) & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda^a \\ \mu_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_Y(h_{\beta x}) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Après avoir présenté les données, nous proposons deux approches, la première basée sur le variogramme $\gamma_{GND}(\tau)$ de $gnd(t)$, la deuxième basée sur le variogramme $\gamma_+(\tau)$

issu des points de recoupement (+ : "crossing-point"). Dans cette dernière approche, l'inférence $\gamma_+(\tau)$ n'est pas basée sur les écarts Δd des perturbations aux points de recoupement mais sur des différences et sommes de ces écarts.

PRÉSENTATION DES DONNÉES

La campagne s'est effectuée par $82^\circ 5$ de latitude Nord et 58° de longitude Ouest, la zone d'étude couvre approximativement une surface de $120 \times 300 \text{ km}^2$. La figure 2 représente la route d'échantillonnage de l'avion. Pour des raisons de confidentialité, les origine et orientation des axes sont arbitraires. L'étendue temporelle de la campagne est de 13 jours à raison de 2 à 3 heures parfois le matin et (ou) l'après midi, avec (parfois) des interruptions de plusieurs jours. Le jeu de données initial contenait une mesure toute les secondes, ce qui était ingérable, nous l'avons réduit à une donnée toutes les six secondes. Compte tenu de la vitesse de l'avion, la distance moyenne entre deux points consécutifs est de 720 mètres. 14000 échantillons sont utilisés.

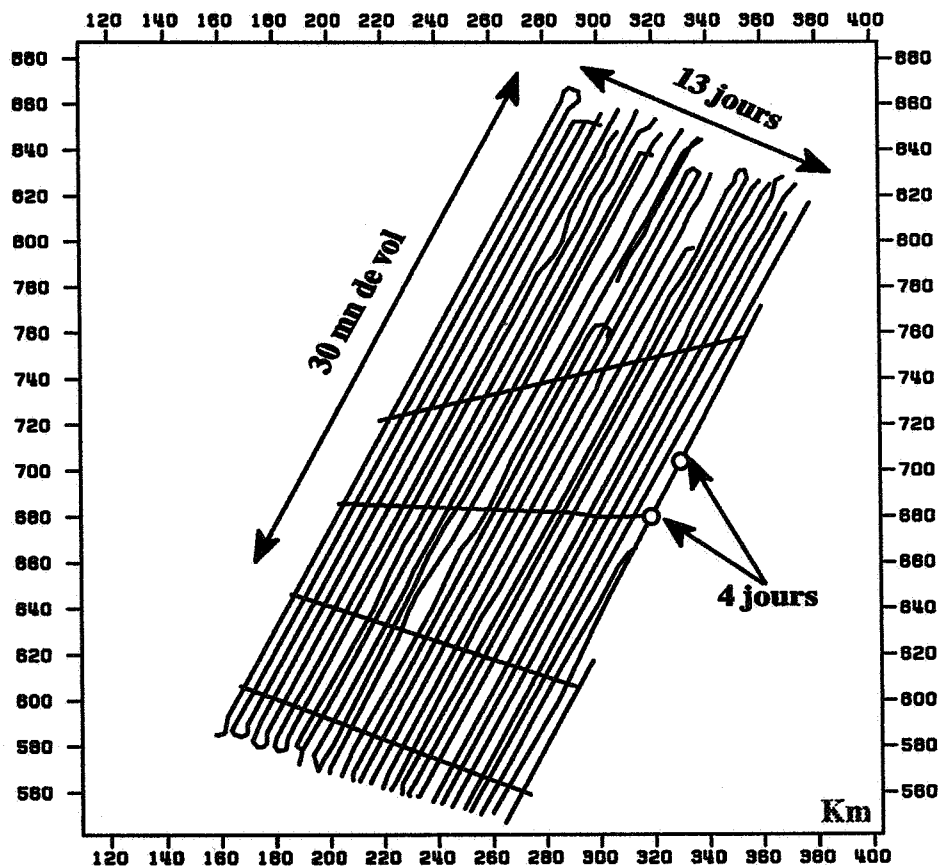


Figure 2 : Route de l'avion

La cartographie du magnétisme spatio-temporel sans filtrage des perturbations et à l'aide d'un modèle arbitraire de type "spline" montre un important "effet de route": des linéaments corrélés aux profils de l'avion et de nombreuses micro-structures à fort gradient peu réalistes (fig. 3). Les profils sont présentés décalés par rapport à la carte pour ne pas alourdir cette dernière.

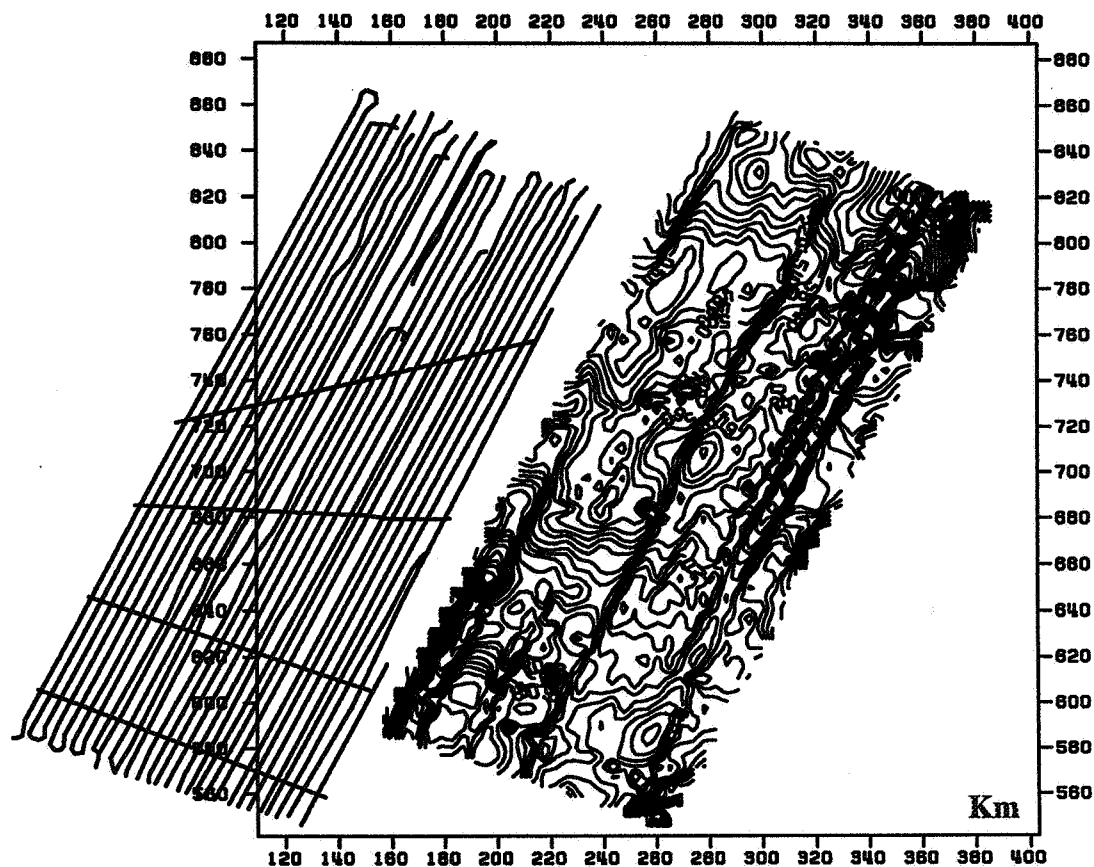


Figure 3 : Magnétisme spatio-temporel cartographié sans filtrage des perturbations diurnes. (Spline arbitraire pour le maillage)

La figure 4 représente les évolutions de la série temporelle $gnd(t)$ enregistrée à la station "Alert" située à proximité de la zone d'étude. Comme seuls les temps associés à la campagne sont disponibles, cette courbe ne comporte que des segments de 2 à 3 heures qui peuvent être distants entre eux de plusieurs jours. Cette figure permet également d'apprécier l'échantillonnage temporel de $z(x,t)$.

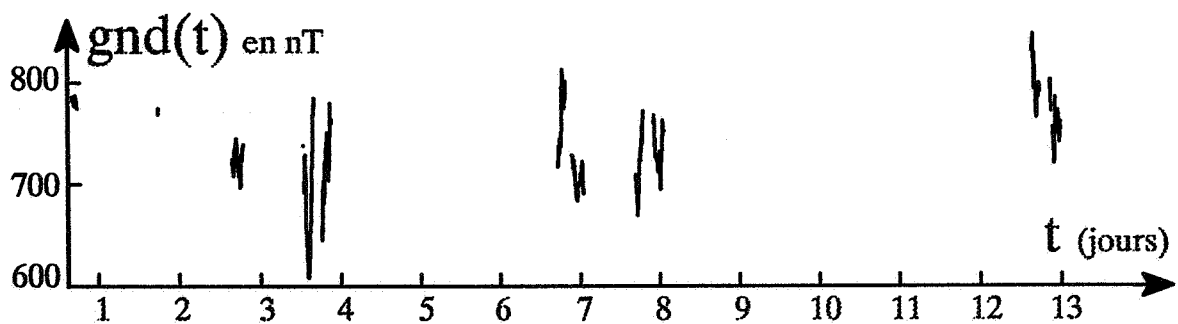


Figure 4 : Perturbations enregistrées à la station fixe "Alert" pendant la campagne. 14000 échantillons

La figure 5 représente la cartographie des résidus $z(x,t) - gnd(t)$ i.e. le filtrage obtenu par les données de la station. Si une bonne partie de l'effet de route a disparu (notamment dans le quart Sud-Est de la carte), on ne peut s'estimer complètement satisfait de ce filtrage, surtout dans la partie Nord-Ouest de la carte.

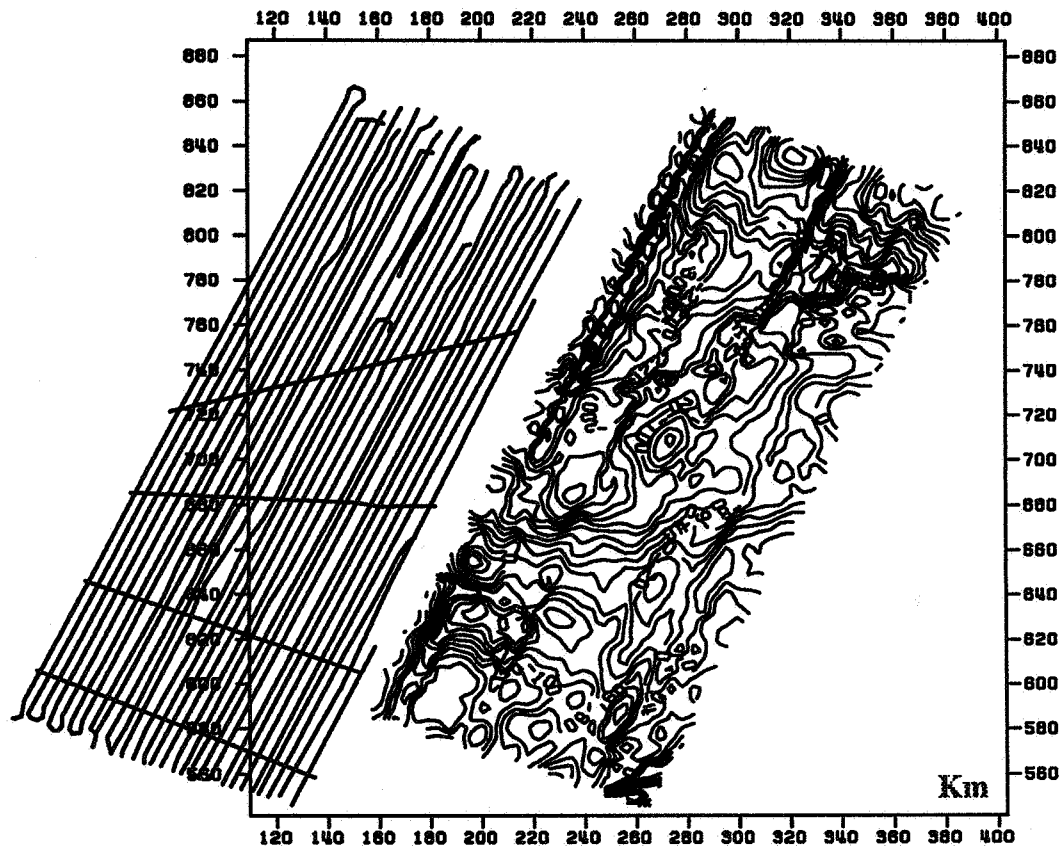


Figure 5 : Magnétisme spatial obtenu après soustraction des données temporelles de la station fixe. Modèle spatial pour le maillage : variogramme inféré le long des profils.

La figure 6 représente le diagramme croisé entre les écarts Δd mesurés aux points de recoupement et les écarts Δgnd qui leur sont associés dans le temps. Le nuage montre que si $gnd(t)$ est corrélé à $d(t)$, il ne l'est pas assez pour permettre un filtrage acceptable.

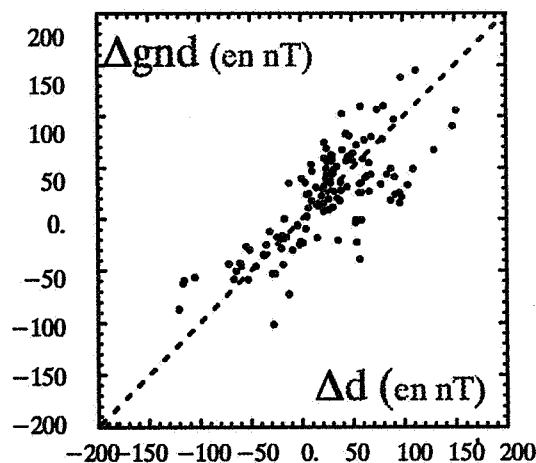


Figure 6 : Diagramme croisé entre les écarts de magnétisme aux points de recoupement (Δd) et les écarts de perturbations associés à la station fixe

PREMIÈRE APPROCHE : UTILISATION DU VARIOGRAMME DES DONNÉES DE LA STATION

Le variogramme de $gnd(t)$ (fig. 7) présente d'importantes instabilités, surtout entre les jours 3 et 6, et ceci malgré le fait que chaque point du variogramme ait été calculé avec mille couples au moins.

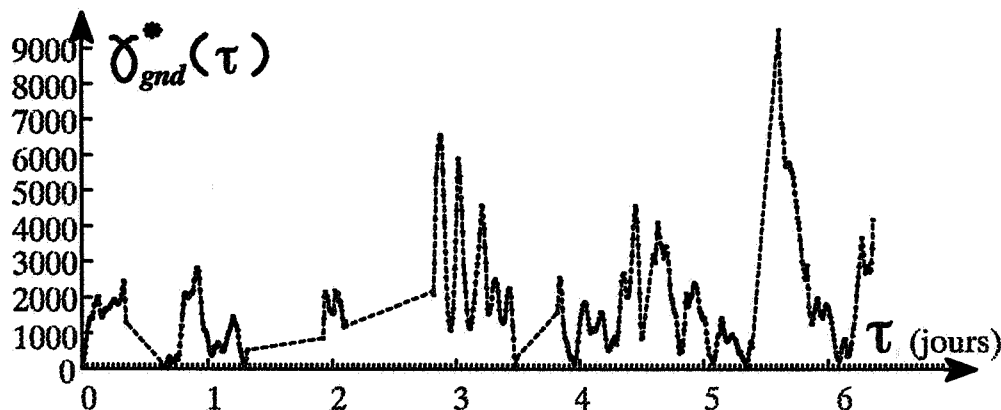


Figure 7 : Variogramme expérimental des perturbations mesurées à la station fixe (plus de 1000 couples par point).

Des tentatives ont été faites pour modéliser $gnd(t)$ par une FAI- k mono-dimensionnelle. Dans ce but, des incréments de la variable furent examinés, puis des incréments d'incrément, etc. jusqu'à obtenir un variogramme d'incrément qui soit stationnaire. Pour $k=2$, on obtenait un semblant de stationnarité sur les 5 premiers jours, mais le modèle de Covariance Généralisée inféré ensuite par régression linéaire entre variances théoriques et expérimentales (méthode de type "Bluepack") ne permettait pas d'obtenir un diagramme croisé satisfaisant entre variances théoriques et variances expérimentales. Ceci semble indiquer que pour pouvoir modéliser cette fonction par une F.A.I.k, il faudrait avoir recours à des modèles de Covariance Généralisée autres que ceux utilisés habituellement. En désespoir de cause, on a donc ajusté ce variogramme (fig. 8) aussi précisément que possible sur les 400 premières minutes à l'aide des trois structures suivantes:

Structure à "effet de trou" de palier 340 nT^2 , de paramètre 400 mn, de période 280 mn.

Structure sphérique de palier 880 nT^2 et de portée 120 mn.

Structure Gaussienne de palier 655 nT^2 et de paramètre 200 mn.

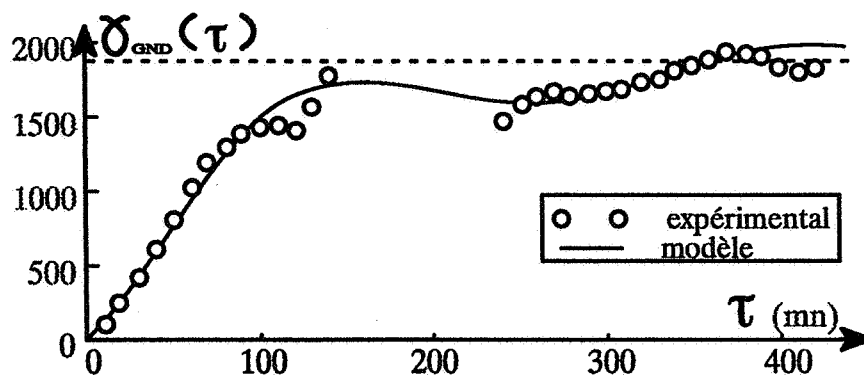


Figure 8 : Ajustement du variogramme des données de la station

Noter que la stationnarité du modèle sera utilisée abusivement lors de l'Analyse Krigéante ultérieure puisque les voisinages de Krigéage s'étendront sur plusieurs jours dans le temps.

On a ensuite calculé les variogrammes de $z(x,t)$ le long des profils et transversalement à ceux-ci (fig. 9).

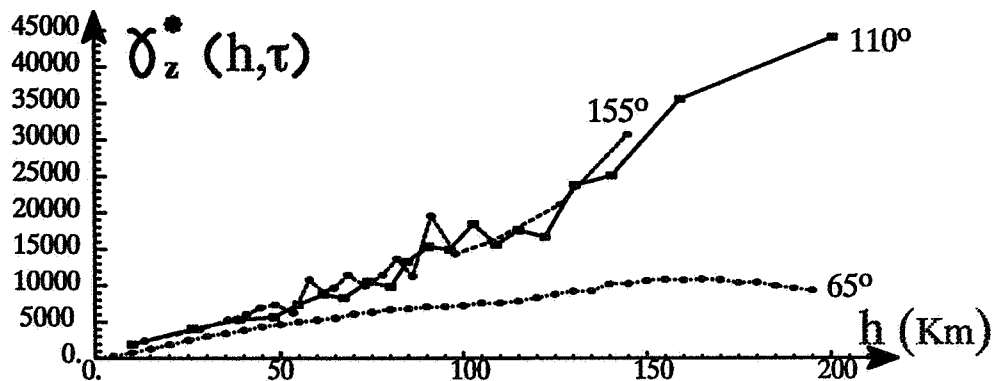


Figure 9 : Variogrammes expérimentaux le long des profils (65°) et transversaux (110° et 155°)

Direction 65° : le variogramme a été calculé le long des 32 profils possédant cette direction. Si l'on se fie à $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$ (fig. 8) pour évaluer en terme de variance la contribution temporelle, on constate que pour $h \approx 50$ Km (7mn de temps de vol), elle est de l'ordre de 30 nT^2 et de l'ordre de 400 nT^2 pour $h \approx 200$ Km (30mn de temps de vol). Comme ultérieurement, les voisinages de krigéage auront un diamètre de l'ordre de 40 Km, on peut considérer qu'à cette échelle, ce variogramme moyen représente $\gamma_y^*(h)$ pour cette direction.

Directions 110° et 155° : les deux variogrammes sont comparables par leur comportement exponentiel à partir de $h=50$ et leurs fluctuations. Ici, la contribution du temps ne peut être négligée puisque pour ces directions, des distances spatiales même faibles font intervenir des temps de plus de un jour. Comparativement au variogramme 65°, on note des comportements comparables avant 50 Km et une grande divergence après.

Le détail des 50 premiers Kilomètres (fig. 10) montre une grande similitude de comportement à l'origine : tout se passe comme si les variogrammes 110° et 155° étaient identiques à 65° mais translatés verticalement de $\approx 1300 \text{ nT}^2$.

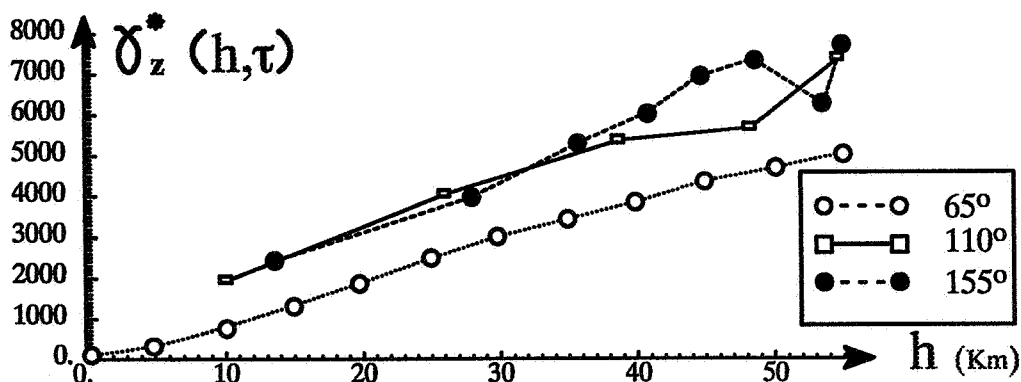


Figure 10 : Variogrammes le long des profils (65°) et transversaux (110° et 155°)

Pour évaluer si cette translation verticale est due à la contribution temporelle et si de ce fait $\gamma_y(h)$ est isotrope sur les 50 premiers kilomètres, les variogrammes 110° et 155°

ont été recalculés de la manière suivante : recherche des couples de points réalisant la direction souhaitée; pour chaque couple, calcul des distances spatiales "h" et temporelles "τ", calculs de $\gamma_z^*(h, \tau)$ et $\gamma_{GND}(\tau)$, classification selon h, calcul de "h" moyen par classe et pour chacune, variogramme total moyen réduit de la moyenne des contributions temporelles prédites par $\gamma_{GND}(\tau)$. Le résultat apparaît sur la figure 11.

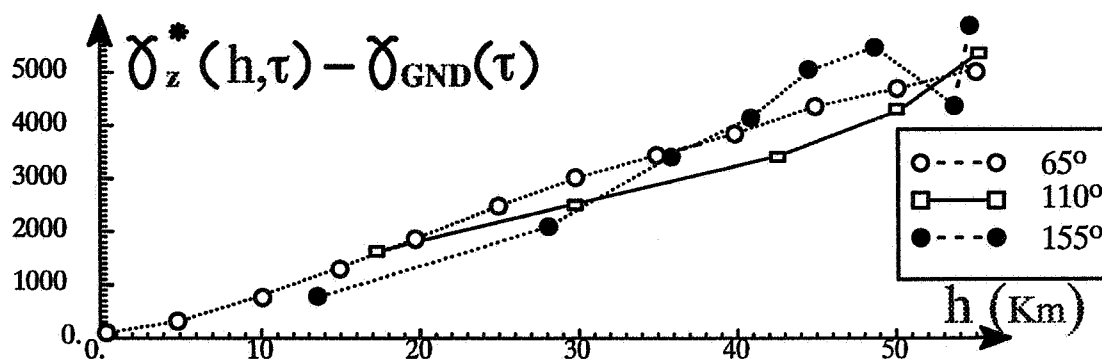


Figure 11 : Variogrammes 110° et 155° corrigés de la contribution temporelle induite par le variogramme des données de la station.

La correction de temps a sensiblement réduit les différences de comportements de ces trois variogrammes (comparer avec la figure 10). Si l'isotropie spatiale est une réalité, il semblerait même que $\gamma_{GND}(\tau)$ surestime les variances temporelles puisque les variogrammes 110° et 155° se trouvent en moyenne sous le variogramme 65°. A ce stade, on ne peut que conclure que : "sous l'hypothèse d'isotropie de $Y(x)$, il semblerait que les variances prédites par $\gamma_{GND}(\tau)$ soient de l'ordre de grandeur de la réalité", ou encore que "si $\gamma_{GND}(\tau)$ représente bien $D(t)$, il y a isotropie spatiale de $Y(x)$ à petite échelle".

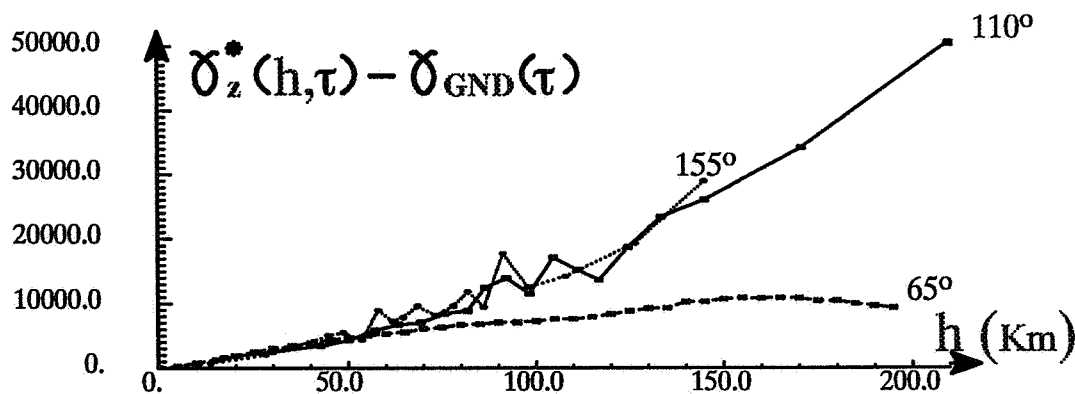


Figure 12 : Variogrammes 110° et 155° corrigés de la contribution temporelle induite par le variogramme des données de la station.

La figure 12 montre que les comportements à grande échelle ont peu changé et la grande divergence entre les variogrammes transversaux et celui à 65° est toujours présente, ce qui était prévisible si on se remémore le fait que la variance maximale mise en jeu par $\gamma_{GND}(\tau)$, 1875 nT^2 , est faible comparativement à la différence de variance à grande échelle que l'on constate ici (de l'ordre de 40000 nT^2). Même si on tient compte des fluctuations importantes du variogramme expérimental de $\text{gnd}(t)$ (9000 nT^2 entre les jours 5 et 6), on n'atteint pas une telle différence. Il semblerait donc que cette divergence des comportements à grande échelle soit bien une anisotropie spatiale.

Comme le modèle $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$ est cohérent avec la présomption d'une isotropie spatiale à petite échelle, le variogramme 65° a été finalement choisi (parce que moins dépendant du temps et faisant intervenir un plus grand nombre de points) et ajusté par la somme d'une structure Gaussienne de palier 3000, de paramètre 35 et une structure sphérique de palier 2600 et de portée 85 (figure 13). Ce modèle $\gamma_Y(h)$ constitue le dernier paramètre de la modélisation et contrairement à $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$, sa stationnarité ne sera pas abusivement utilisée puisque les voisinages de krigeage auront dans l'espace un diamètre n'excédant pas 40 Km.

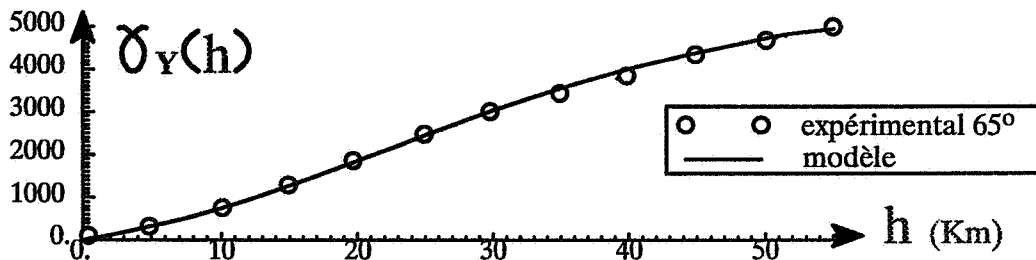


Figure 13 : Ajustement du variogramme spatial

La mise en oeuvre du système (B) d'Analyse Krigeante est immédiat. Le voisinage utilisé est mobile, contient 20 points répartis d'une manière isotrope dans l'espace, le filtrage est conduit sur chacun des 14000 échantillons. Ensuite, les résidus sont estimés aux noeuds d'une maille régulière de $4.3 \times 4.3 \text{ Km}^2$ par krigeage à l'aide de $\gamma_Y(h)$. La carte résultante (fig. 14) est satisfaisante: les linéaments corrélés aux profils ont disparu, de même que les microstructures à fort gradient. Quant aux deux zones à fort gradient qui subsistent encore dans les parties Est-Nord-Est et Sud-Est de la carte, elles seraient, aux dires des praticiens concernés, réelles et connues.

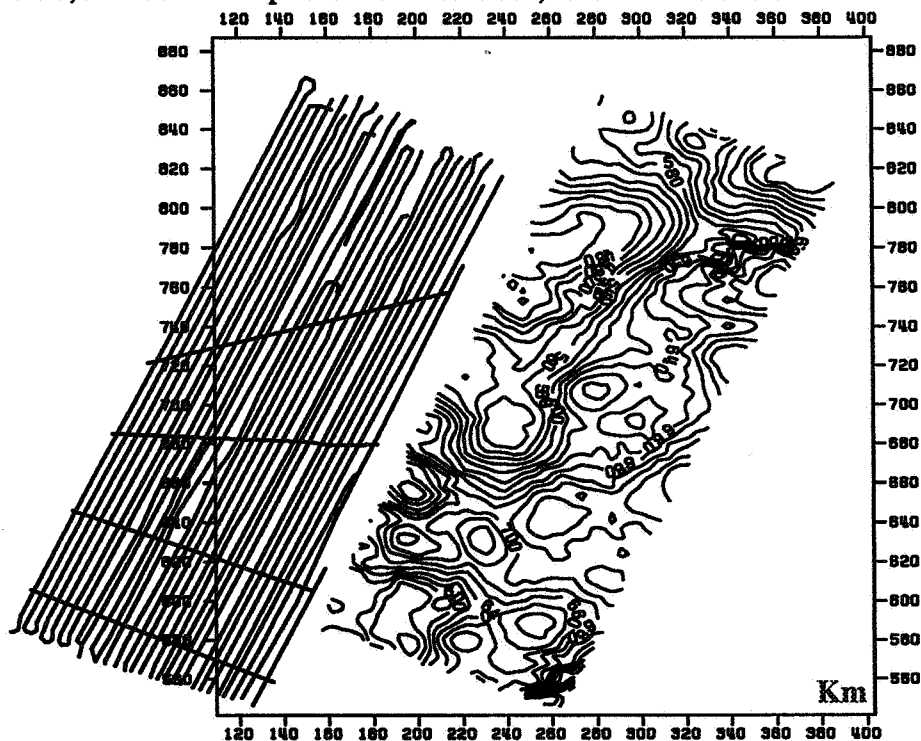


Figure 14: Magnétisme spatial obtenu par Analyse Krigeante.
 Modèle spatial pour l'A.K.: variogramme inféré le long des profils.
 Modèle temporel pour l'A.K.: variogramme des données de la station
 Modèle pour le maillage: variogramme inféré le long des profils.

Conclusion : bien que le variogramme temporel soit approximatif (c'est le variogramme d'une variable dont on sait qu'elle n'explique que partiellement les erreurs aux points de recoupement), le filtrage semble bon. Sa tolérance par rapport au modèle temporel est sans doute due à un ratio σ_Y^2/σ_D^2 de l'ordre de 2 à l'échelle des dimensions moyennes du voisinage de krigéage : 40 Km x 24 h. Ce fait privilégie un modèle spatial par ailleurs providentiellement isotrope et donc finement ajusté. Mais le modèle spatial n'est pas tout et pour s'en convaincre, examinons (fig. 15) la carte du magnétisme brut non filtré mais krigé aux noeuds de la maille à l'aide du variogramme spatial $\gamma_Y(h)$ (et non plus un modèle arbitraire de type "spline" comme sur la figure 3). On constate que bien que de nombreux artefacts aient été supprimés (comparer les figures 15 et 3), cette carte n'est pas acceptable. Ceci prouve l'intérêt de l'Analyse Krigéante dans ce contexte spatio-temporel.

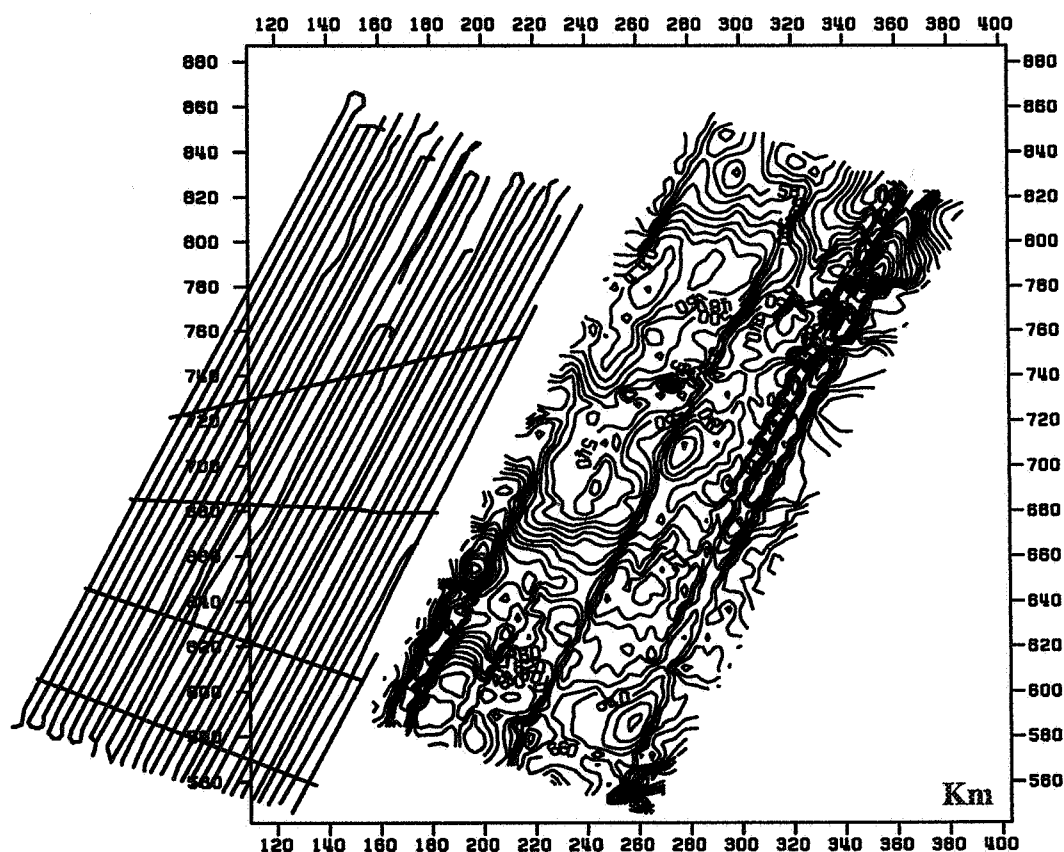


Figure 15 : Magnétisme spatio-temporel cartographié sans filtrage des perturbations diurnes. Modèle spatial pour le maillage : variogramme inféré le long des profils.

DEUXIÈME APPROCHE : UTILISATION DES POINTS DE RECOUPEMENT

La différence par rapport au travail précédent réside dans l'inférence du modèle $\gamma_D(\tau)$ puisque ce sont les points de recouplement qui vont être analysés. La figure 16 montre les 128 points disponibles.

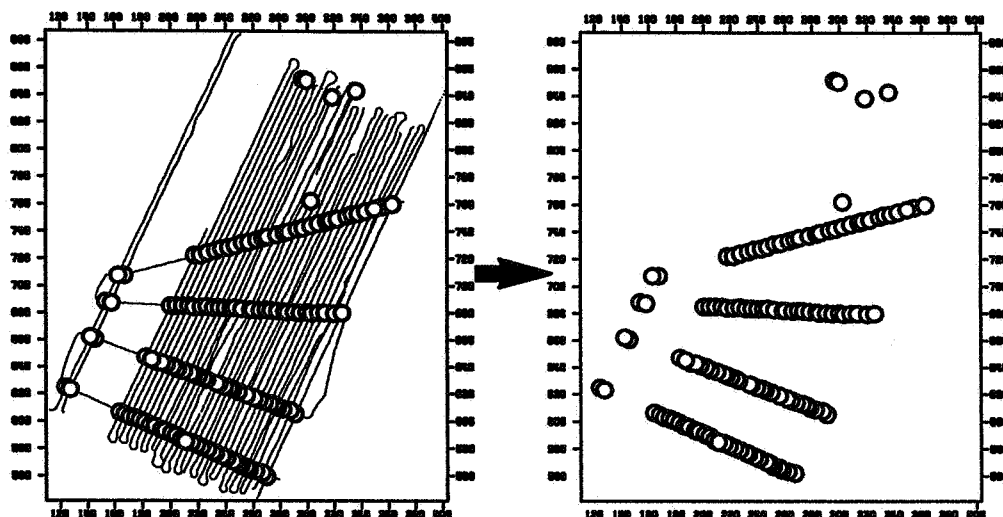


Figure 16 : les 128 points de recouplement disponibles

Les points de recouplement utilisés sont ceux issus du jeu de données initial pour lequel la distance entre deux informations successives est de 120 m (et non plus 720 m). Il en résulte que la distance spatiale entre les deux points de chaque couple est en moyenne de 70m, ce qui permet de négliger le gradient spatial de magnétisme : $\Delta z \approx \Delta d$.

La figure 17 montre que les couples ne sont pas assez nombreux pour calculer un variogramme : les écarts de temps Δt s'étendant sur plus de dix jours, il n'est pas possible de les regrouper par classes pour les moyenner d'une manière acceptable.

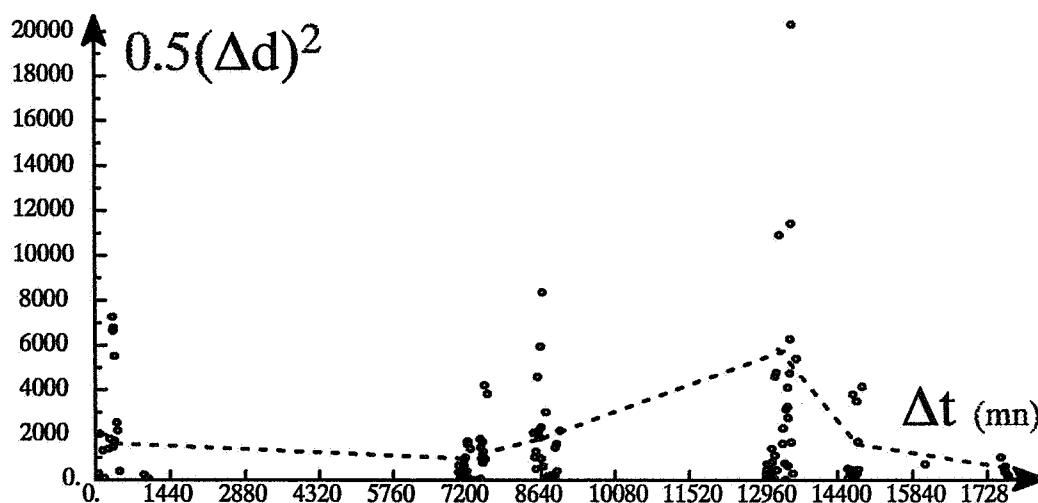


Figure 17 : Nuée variographique associée aux points de recouplement

Avec aussi peu d'information, comment inférer le variogramme $\gamma_+(\tau)$? Examinons deux quelconques de ces points de recouvrements $(\Delta t, \Delta d)$ et $(\Delta t', \Delta d')$. Pour chacun d'eux, nous connaissons les temps associés à Δt et $\Delta t'$. Posons par exemple $\Delta t = t_2 - t_1$ et $\Delta t' = t'_2 - t'_1$. Si en général Δt et $\Delta t'$ sont de l'ordre de plusieurs jours, (figure 17), il n'en est pas de même par exemple des écarts $(t_1 - t'_1)$ ou $(t_2 - t'_2)$ puisque souvent, deux des temps, disons t_2 et t'_2 , sont sur le même profil transverse. La circonstance est même plus favorable que cela puisque si t_2 et t'_2 sont sur le même profil transverse, t_1 et t'_1 appartiennent alors souvent à deux profils (orientés à 65°) contigus n'impliquant par des distances excédant la journée. Ces écarts Δt et $\Delta t'$ contiennent donc en germe 3 types de distances : de l'ordre de 100 minutes, du jour, de plusieurs jours. L'idée consiste à faire émerger ces distances en calculant des écarts d'erreurs aux points de recouvrements. Considérons la quantité aléatoire :

$$\frac{1}{2}E[(\Delta D - \Delta D')^2] = \frac{1}{2}E[(D(t_2) - D(t_1)) - (D(t'_2) - D(t'_1))]^2]$$

Cette quantité n'est autre qu'une combinaison linéaire du variogramme de la FA $D(t)$. (notons la $\Delta_-^2(D)$). En la développant, il vient :

$$\begin{aligned} \Delta_-^2(D) = & \gamma_+(t'_1 - t_1) + \gamma_+(t'_2 - t_2) + \gamma_+(t_2 - t_1) \\ & - \gamma_+(t'_2 - t_1) - \gamma_+(t'_1 - t_2) + \gamma_+(t'_2 - t'_1) \end{aligned} \quad (1)$$

Considérons également la quantité :

$$\frac{1}{2}E[(\Delta D + \Delta D')^2] = \frac{1}{2}E[(D(t_2) - D(t_1)) + (D(t'_2) - D(t'_1))]^2]$$

Il s'agit encore d'une combinaison linéaire du variogramme de $D(t)$, l'un des écarts ΔD étant simplement affectés du signe négatif. Nous noterons $\Delta_+^2(D)$ cette quantité dont le développement offre l'avantage de faire apparaître des signes négatifs devant des quantités différentes de celles de (1) :

$$\begin{aligned} \Delta_+^2(D) = & -\gamma_+(t'_1 - t_1) - \gamma_+(t'_2 - t_2) + \gamma_+(t_2 - t_1) \\ & + \gamma_+(t'_2 - t_1) + \gamma_+(t'_1 - t_2) + \gamma_+(t'_2 - t'_1) \end{aligned} \quad (2)$$

Nous allons comparer entre eux tous les écarts Δd (8128 combinaisons possibles) et pour chaque couple $(\Delta d, \Delta d')$ de deux écarts, calculer les 6 temps impliqués par le variogramme de leurs écarts (ou leur somme) ainsi qu'une approximation des quantités $\Delta_-^2(D)$ et $\Delta_+^2(D)$ par des moyennes comme pour un variogramme expérimental. Nous effectuerons une sélection selon les trois critères suivants :

- 1) L'une des 6 distances (appelons la τ') doit être la plus proche possible d'une valeur donnée qui tiendra lieu de "**temps conditionnant**". En pratique, une marge d'erreur de ± 50 mn est nécessaire pour obtenir un nombre suffisant de couples.
- 2) Quatre distances parmi les cinq restantes doivent être supérieures à une quantité importantes qui est censée excéder largement la portée de $\gamma_+(\tau)$ ou de sa composante non périodique. En pratique, on prend 5000 mn pour cette butée.
- 3) La dernière distance (notons la τ) servira de "**temps flottant**".

Selon les circonstances, on choisira $\Delta_-^2(D)$ ou $\Delta_+^2(D)$ de sorte que les quatre distances supérieures à la portée présumée de $\gamma_+(\tau)$ s'opposent en signe dans les formules 1 ou 2 et constituent ce que par la suite nous appellerons le "**résidu R**".

Supposons par exemple que l'écart de temps conditionnant soit 0 (à 50 mn près) et que nous ayons trouvé 1000 couples $(\Delta d, \Delta d')$ réalisant les 3 contraintes précédentes. A chaque couple sont associés l'écart de temps τ' (inférieur à 50 mn), l'écart de temps flottant τ , et la quantité $\Delta_-^2(D)$ ou $\Delta_+^2(D)$ selon le cas. Il suffit alors d'ordonner ces quantités selon τ croissant, de les regrouper par classes si celles-ci ne sont pas trop étendues, et de moyenner les demi-variances expérimentales $\Delta_-^2(D)$ ou $\Delta_+^2(D)$ qui leur sont associées. Nous obtenons alors pour plusieurs valeurs de τ et avec $\tau' = 0$ dans l'exemple, la quantité :

$$\sum \gamma^*(\tau, \tau') = \gamma_+^*(\tau) + \gamma_+^*(\tau') + R$$

Si $\gamma_+^*(.)$ est stationnaire (et non-périodique), le résidu R est en moyenne négligeable puisque, du fait de l'alternance de signe dans (1) et (2), les quatre variogrammes qu'il contient s'annulent, le palier étant censé être atteint.

Si $\gamma_+^*(.)$ possède une composante périodique, un calcul immédiat montre que le résidu R ne s'annule que pour τ' multiple de la période.

L'étude de $\sum \gamma^*(\tau, \tau')$ permettra donc de caractériser $\gamma_+^*(.)$ et de l'ajuster. On aurait pu imaginer des contraintes autres sur les 6 distances contenues dans $\sum \gamma^*(\tau, \tau')$, par exemple que toutes les distances soient supérieures à la portée présumée, ceci dans le but de calculer la variance de $D(t)$. Mais dans notre cas, ce tri serait trop sévère et peu de couples $(\Delta d, \Delta d')$ seraient sélectionnés.

Comme la campagne se déroule sur des segments de quelques heures distants entre eux de quelques jours, nous ne disposons pas d'une grande latitude dans le choix des temps conditionnants τ' . Ces derniers seront en majorité des multiples de 24h.

La figure 18 montre la combinaison $\sum \gamma^*(\tau, \tau')$ avec $\tau'=0$.

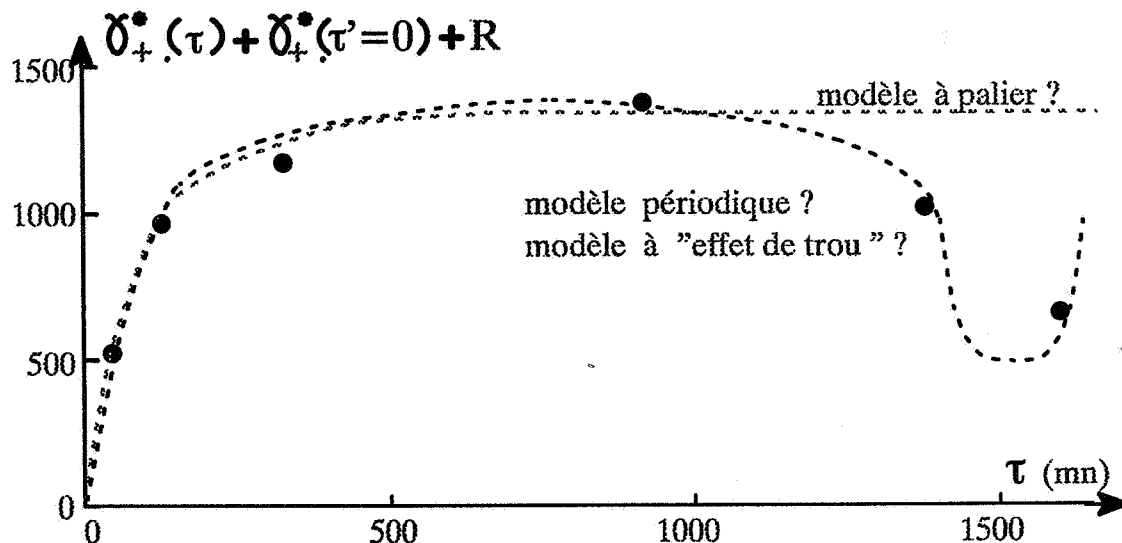


Figure 18 : Variogramme d'incrément conditionné par $\tau'=0$

Comme $\tau'=0$ et en négligeant l'influence de R , $\sum \gamma^*(\tau, 0)$ s'identifie à $\gamma_+^*(\tau)$. Six points expérimentaux sont disponibles qui suggèrent trois modes d'ajustement:

1) Si on considère que les deux derniers points ne sont pas significatifs, un modèle à palier est envisageable. Sa portée serait inférieure à 1500 mn et son palier de l'ordre de 1400 nT^2 . Si ce modèle est juste, dans la suite et pour des valeurs de τ' supérieures à cette portée, on devrait observer l'égalité :

$$\sum \gamma^*(\tau, \tau' > \text{portée}) = \text{palier} + \gamma_+^*(\tau) \quad (6)$$

2) Si on considère que tous les points sont caractéristiques, il est possible d'envisager un modèle à "effet de trou". Sa période serait d'approximativement 24h et son atténuation très lente (plusieurs jours). Le palier associé serait de l'ordre de 900 nT^2 .

3) La combinaison d'un modèle périodique $\gamma_{\text{pério}}(\tau)$ de variance égale à 700 nT^2 et d'un modèle $\gamma_0(\tau)$ à palier 500 nT^2 et à portée non définissable pour l'instant.

Pour ces deux dernières possibilités, on rappelle que le résidu R n'est négligeable que pour une distance conditionnante τ' multiple de la période et supérieure à la portée de la composante non périodique.

Examinons les cinq autres combinaisons possibles (fig. 19).

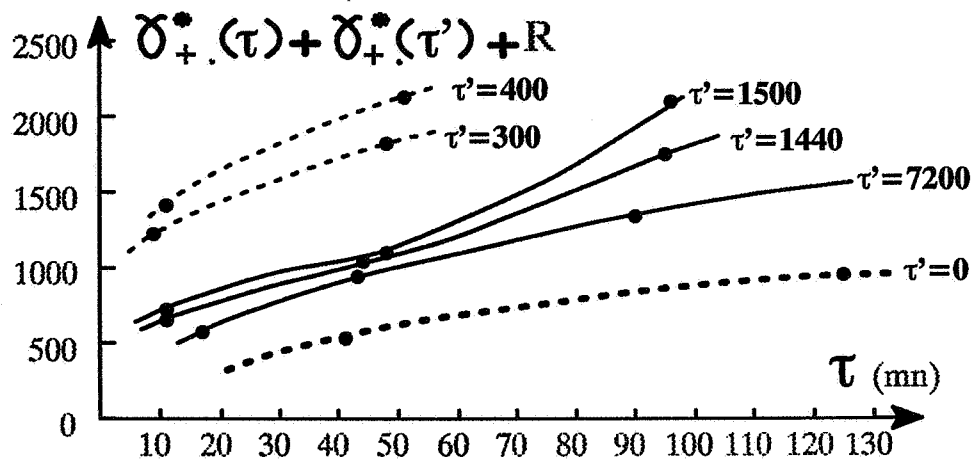


Figure 19 : Les différents variogrammes d'incrément disponibles

Pour τ' prenant successivement les valeurs 300 et 400 mn, on note une translation vers le haut de la quantité $\sum \gamma^{*}(\tau, \tau')$, ce qui, sous l'hypothèse que la portée de $\gamma_0(\tau')$ n'a pas encore été atteinte, est cohérent avec les trois possibilités d'ajustement.

A partir de $\tau'=1440$, on note que les variogrammes sont approximativement regroupés, mais nettement en dessous des deux variogrammes précédents, ce qui amène deux remarques :

- 1) Si $\gamma_{+}(\cdot)$ était à palier, cette stationnarité en τ' de $\sum \gamma^{*}(\tau, \tau')$ devrait avoir lieu au dessus des variogrammes associés à 300 et 400 mn.
- 2) Comme les variogrammes associés à $\tau'=1440$, 1500 et 7200 mn sont regroupés, on peut estimer que la portée d'une éventuelle structure à palier est inférieure à 1440 mn.

Bien qu'un modèle uniquement à palier puisse d'ores et déjà être écarté, examinons quelle serait la valeur de ce palier (fig. 20)

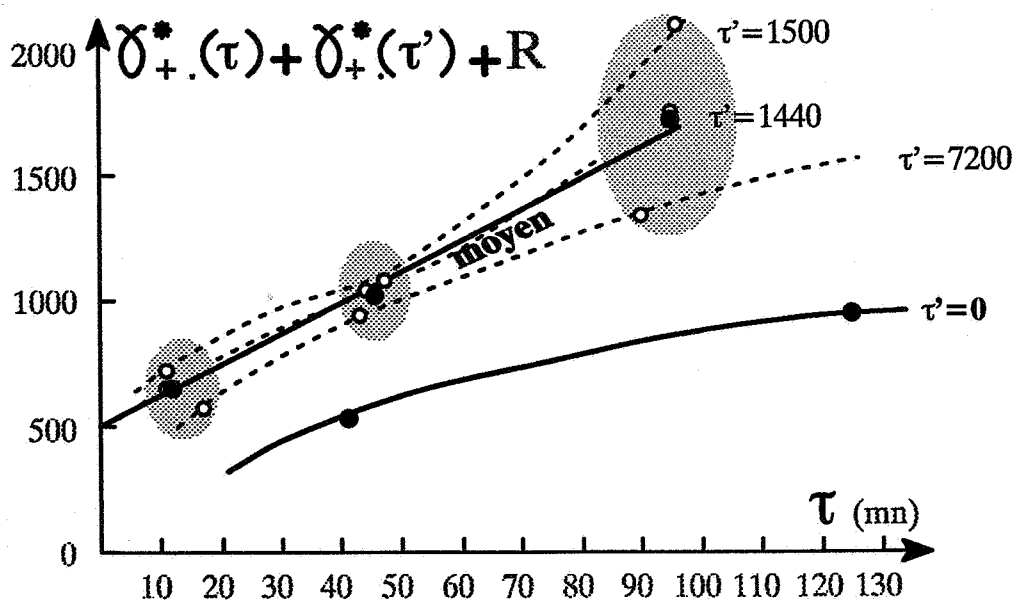


Figure 20 : Inférence du palier de la composante non périodique du variogramme des points de recoupement

Les trois quantités $\sum \gamma^*(\tau, \tau')$ associées à 1440, 1500 et 7200 mn ont été moyennées pour déterminer une droite dont l'intersection avec l'axe des ordonnées donne une approximation du palier. Cette quantité est approximativement de 500 nT² et donc nettement inférieure à la valeur 1400 pressentie sous l'hypothèse d'un modèle à palier seulement. Cette contradiction nous oblige donc à rejeter la première possibilité d'ajustement.

Restent donc les deux dernières possibilités : celle d'un ajustement avec un modèle à trou, et celle d'une combinaison avec un modèle périodique. S'il y a effet de trou, l'atténuation ne s'est pas encore manifestée à $\tau' = 7200$ mn puisque la quantité $\sum \gamma^*(\tau, \tau')$ qui lui est associée est dans le même domaine que les quantités associées à $\tau' = 1500$ et 1440. Une combinaison $\gamma_{\text{pério}}(\tau) + \gamma_0(\tau)$ semble donc la plus plausible, avec pour le palier de $\gamma_0(\tau)$, la valeur $\sigma_0^2 = 500$ nT². Dès lors, la quantité moyenne $\sum \gamma^*(\tau, \tau')$ obtenue sur la figure 20 à partir des valeurs $\tau' = 1440, 1500$ et 7200 mn peut s'identifier à $\sigma_0^2 + \gamma_+(\tau)$ puisque ces valeurs de τ' sont approximativement multiples de la période présumée de 24h. En retirant σ_0^2 à ces quantités moyennes, on obtient trois nouveaux points qui sont assimilables à $\gamma_+(\tau)$ et donc comparables au variogramme $\sum \gamma^*(\tau, \tau' = 0)$.

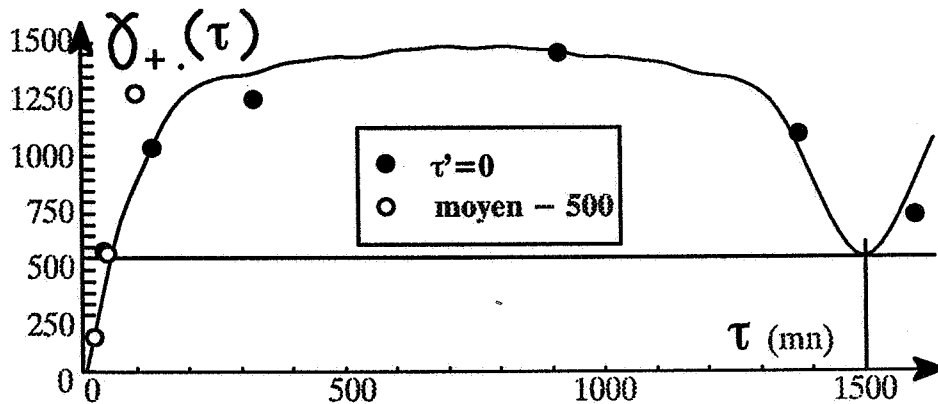


Figure 21 : Variogramme expérimental des points de recoupement et son ajustement

La figure 21 montre que parmi les trois points ajoutés par rapport à la figure 18, les deux premiers sont cohérents avec $\sum \gamma^*(\tau, \tau' = 0)$, le troisième point présentant une variance plus élevée que la moyenne des autres. Nous n'en avons pas tenu compte dans l'ajustement composé de deux types de structures :

- 1) Une structure $\gamma_0(\tau)$ non périodique : un variogramme sphérique de palier 500 nT² et de portée 80 mn.
- 2) Une structure périodique $\gamma_{\text{pério}}(\tau)$: une combinaison de sept cosinus de périodes 1500, 750, 500, 375, 300, 250, 107.14 mn et d'énergies respectivement égales à 294.32, 172.30, 121.25, 74.17, 43.80, 19.15, 3.80 nT². Une analyse spectrale de $\sum \gamma^*(\tau, \tau' = 0)$ a permis de calculer avec précision ces paramètres. Noter que la période principale est de 25h et non 24h comme ce devrait être physiquement le cas. Ceci résulte du fait que le nombre de jours de mesures disponibles pour calculer $\sum \gamma(\tau, \tau')$ est insuffisant pour appréhender avec exactitude ce paramètre statistique, phénomène déjà rencontré lors d'autres analyses de perturbations diurnes [Seguret, 1991, pp 52]. Nous avons choisi de respecter la période expérimentale et donc d'adopter 25h. Ce choix est discutable.

Ce modèle est-il cohérent avec les quantités $\sum \gamma^*(\tau, \tau')$ associées à $\tau' = 300$ et 400 mn qui n'ont pas été utilisées pour l'ajustement ? La figure 22 contient en trait continu les quantités $\sum \gamma(\tau, \tau')$ prédites par le modèle en regard de ces mêmes quantités expérimentales. La cohérence est approximative mais acceptable vu l'absence d'autres expériences montrant quel doit être le degré d'exigence.

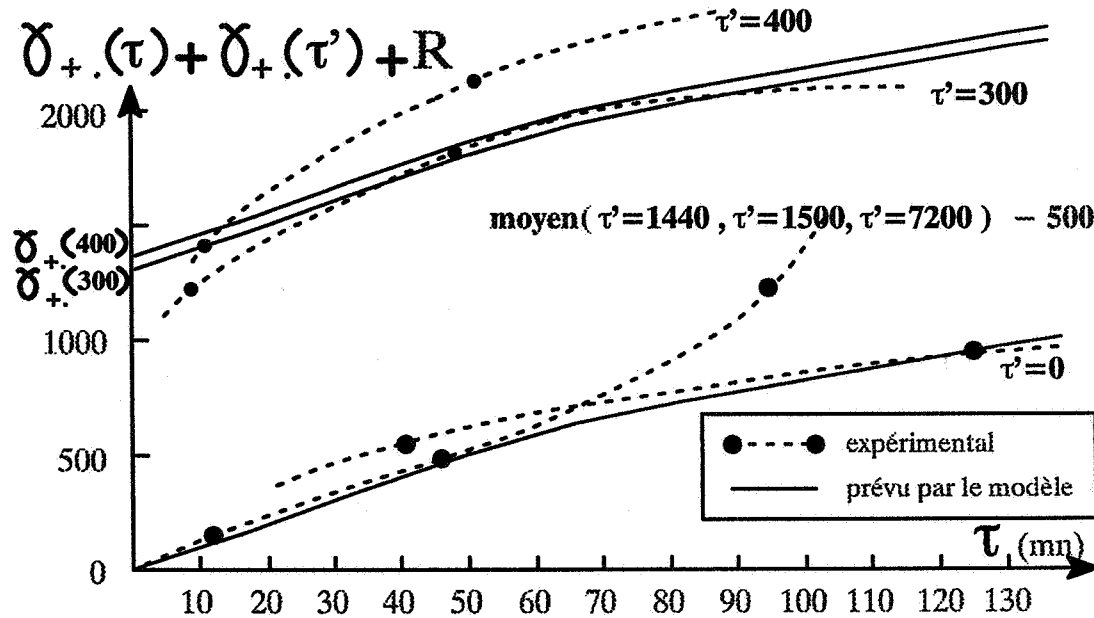


Figure 22 : Variogrammes d'incrément expérimentaux et modélisés

La figure 23 permet de comparer les variogrammes $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$ (données de la station) avec $\gamma_+(\tau)$ (points de recoupement). A l'échelle de 400 mn, les comportements diffèrent peu puisque les variances sont proches: 1875 nT^2 pour $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$ et 1229 nT^2 pour $\gamma_+(\tau)$. C'est bien entendu dans le comportement à plus grande échelle que ces modèles sont profondément différents puisque $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$ stationne sur son palier alors que $\gamma_+(\tau)$ redescend périodiquement vers la valeur 500.

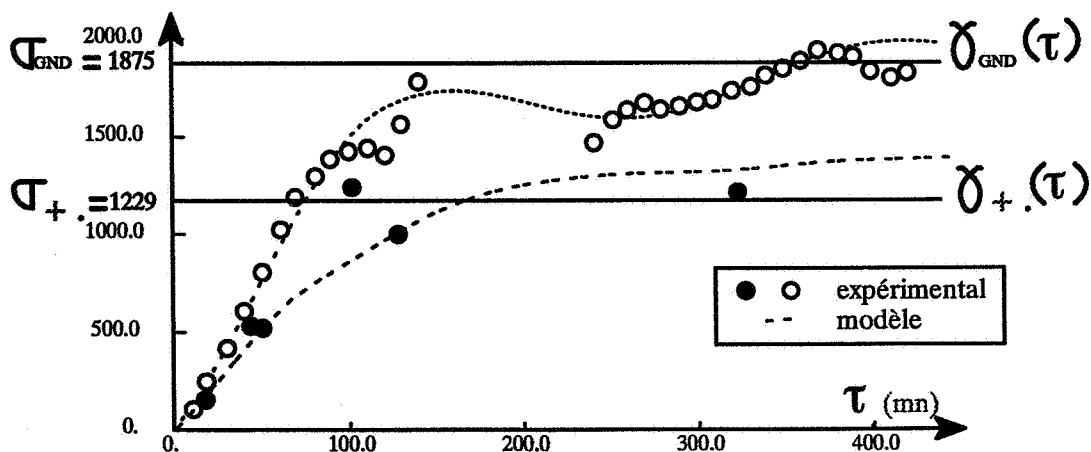


Figure 23 : Variogrammes des données de la station et des points de recoupement

Le modèle temporel étant acquis, l'ajustement du modèle spatial ne diffère de la précédente étude que d'une correction de temps des différents variogramme qui est faite ici avec le modèle $\gamma_+(\tau)$. La figure 24 (à comparer avec la figure 12) montre que les comportements à grande échelle sont comparables selon que $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$ ou $\gamma_+(\tau)$ est utilisé pour la correction des variogrammes transverses.

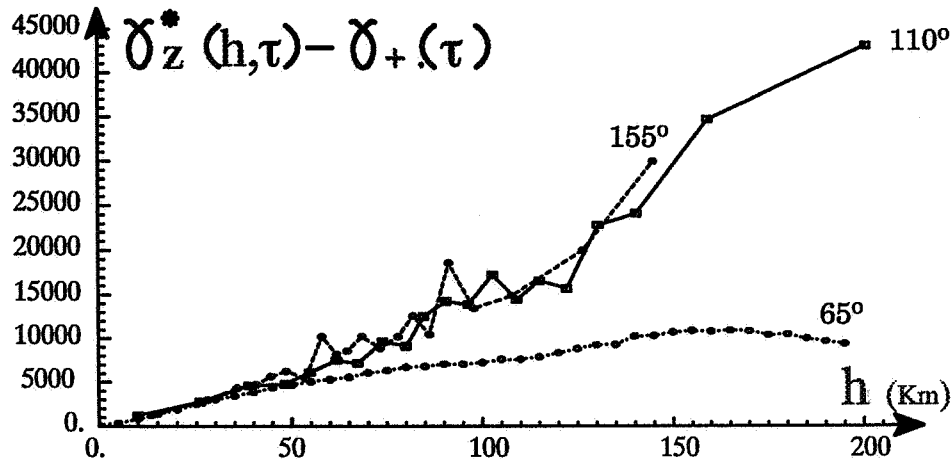


Figure 24 : Variogrammes 110° et 155° corrigés de la contribution temporelle induite par le variogramme des points de recoupement

Le détail des 50 premiers km (figure 25 à comparer à la figure 11) présente des différences : pour h inférieur à 30 km, la correction par $\gamma_+(\tau)$ serait préférable et inversement.

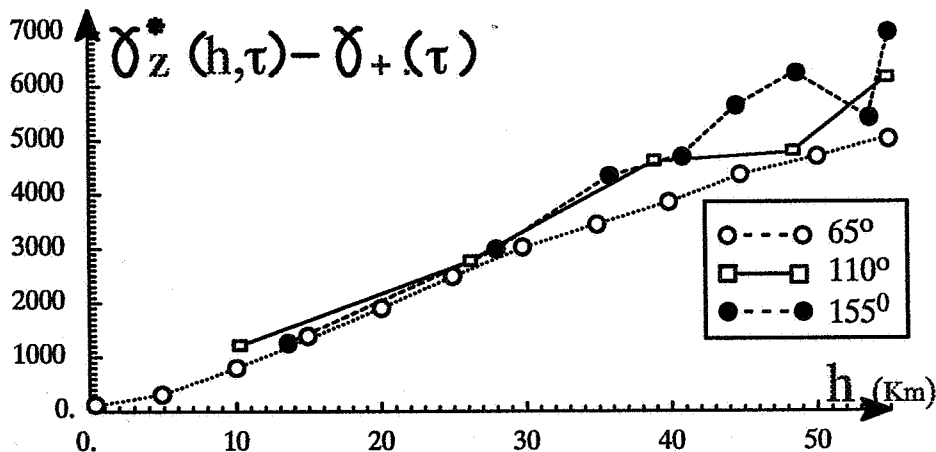


Figure 25 : Variogrammes 110° et 155° corrigés de la contribution temporelle induite par le variogramme des points de recoupement

Le modèle spatial finalement adopté est le même que celui ajusté dans l'étude précédente.

Avant de passer à la cartographie, une dernière expérience a été menée pour lever définitivement le doute sur la réalité d'une périodicité dans $d(t)$. Nous avons sélectionné dans le jeu de données $z(x, t)$ tous les couples de points qui réalisent une distance inférieure à 50 km (le domaine d'isotropie spatiale) et calculé la distance temporelle qu'ils réalisent. La contribution spatiale a ensuite été calculée avec $\gamma_Y(h)$ et soustraite du variogramme expérimental, et une classification puis des moyennes ont permis de tracer le variogramme temporel qui s'en déduit.

Le résultat est très fluctuant compte tenu des importantes variances spatiales qui sont en jeu. De nombreuses estimations de variances sont apparues négatives qui nous ont forcé à effectuer des regroupements par classes étendues, réduisant d'autant le nombre de points du variogramme. Le résultat (fig. 26) est donc à examiner pour son éventuelle périodicité et non pour les variances en jeu. Sur cette même figure, les modèles $\gamma_+(\tau)$ et $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$ sont tracés. On note des fluctuations importantes, la présence de valeurs relativement faibles aux jours 1 et 3, mais il paraît difficile de conclure quoi que ce soit sur la périodicité.

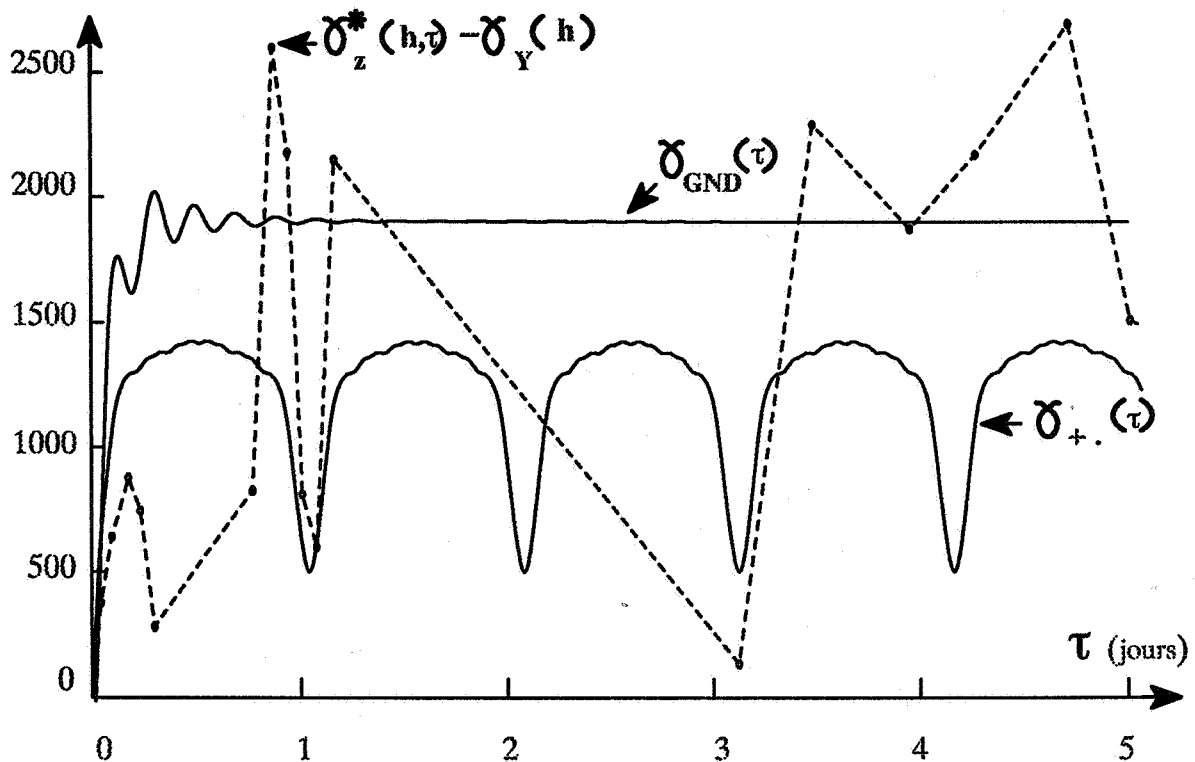


Figure 26 : Variogramme temporel obtenu par la correction d'espace induite par le modèle inféré le long des sondages

La mise en oeuvre du système (B) d'Analyse Krigéante est immédiate. Le voisinage utilisé est identique à celui de l'étude précédente et le filtrage est conduit sur chacun des 14000 échantillons. Suite à quoi les résidus sont estimés comme précédemment aux noeuds d'une maille régulière de $4.3 \times 4.3 \text{ Km}^2$ par un krigéage utilisant $\gamma_Y(h)$. La carte résultante (figure 27, la route de l'avion est superposée à la carte pour montrer que les structures latérales qui subsistent ne sont pas dues à un bruit résiduel) est aussi satisfaisante que celle (fig. 14) obtenue par $\gamma_{\text{GND}}(\tau)$ puisqu'elle lui est pratiquement identique. Nos efforts pour obtenir un modèle temporel plus juste n'auraient donc servis qu'à montrer que pour ce jeu de données, l'Analyse Krigéante est peu sensible au modèle temporel.

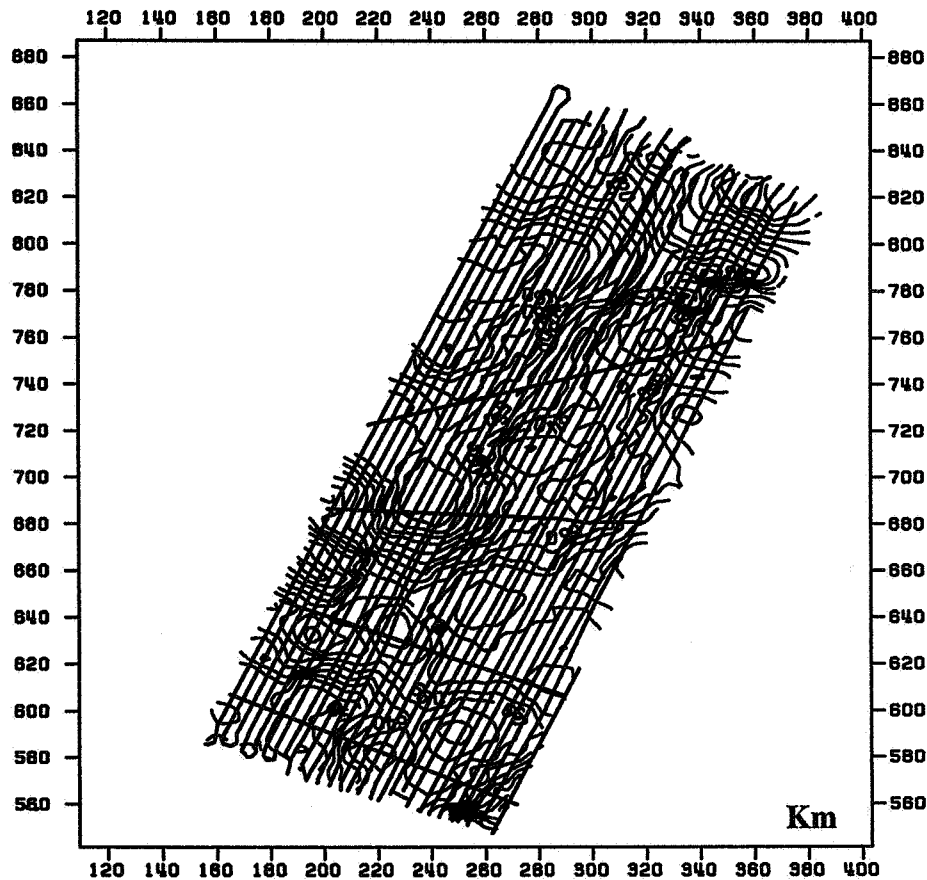


Figure 27 : Magnétisme spatial obtenu par Analyse Krigéante.
 Modèle spatial pour l'A.K : variogramme inféré le long des profils.
 Modèle temporel pour l'A.K. : variogramme des points de recoupement
 Modèle pour le maillage : variogramme inféré le long des profils.

Pour se convaincre de la qualité du filtrage, examinons le diagramme croisé entre les écarts Δd mesurés aux points de recoupement et les écarts ΔEST qui leur sont associés dans le temps et prédits par l'Analyse Krigéante (fig. 28). Sans commentaire. La comparaison avec le nuage associé aux prédictions de $gnd(t)$ (fig.6) est encore plus édifiante.

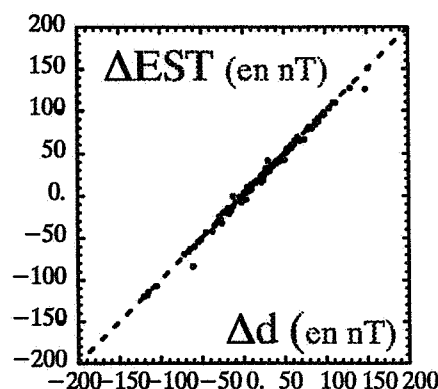
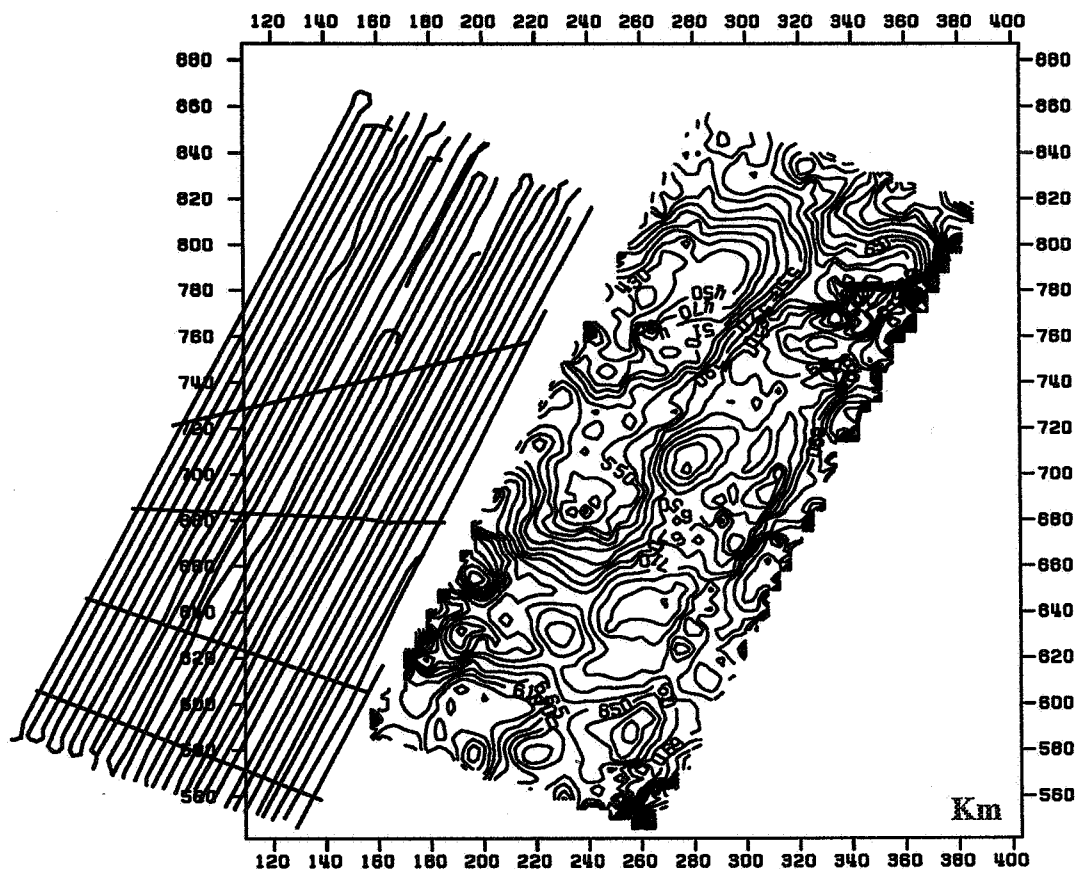


Figure 28 : Diagramme croisé entre les écarts de magnétisme aux points de recoupement (Δd) et les écarts estimés (ΔEST)

Si la méthode est peu sensible au variogramme temporel, il n'en est pas de même du modèle spatial. Pour s'en convaincre, il suffit d'examiner la carte (fig. 29) obtenue lorsque l'Analyse Krigéante est menée avec le modèle $\gamma_+(\tau)$, mais où le modèle spatial est une FAI-2 de variogramme linéaire de pente égale à deux fois la pente réelle constatée le long des profils.



*Figure 29 : Magnétisme spatial obtenu par Analyse Krigéante.
Modèle spatial pour l'A.K : F.A.I.2 de variogramme linéaire de pente double de la réalité.
Modèle temporel pour l'A.K : variogramme des points de recoupement
Modèle pour le maillage : F.A.I.2 de variogramme linéaire de pente double de la réalité.*

Ce modèle n'est pas quelconque : il a été obtenu par régression linéaire sur des variances expérimentales dont la contribution temporelle prédite par $\gamma_+(\tau)$ a été retirée. Les modèles testés furent les classiques modèles cubiques, linéaires, pépitiqes et spline et l'ajustement était du type "automatique" (logiciel Bluepack). Il faut cependant noter qu'utiliser ce logiciel dans ce contexte spatio-temporel est discutable: si la manière d'inférer la Covariance Généralisée (CG) est correcte puisqu'elle s'est faite sur des variances expérimentales spatio-temporelles corrigées du temps, le degré $k=2$ (qui conditionne l'inférence de la CG) a été obtenu par moindre carré sur $z(x,t)$ et on peut penser que c'est le bruit temporel qui a nui à une bonne inférence de k . Conscients de cette lacune, nous avons évalué d'autres possibilités : inférence du modèle spatial sur les données filtrées par $gnd(t)$ ou encore inférence sur $z(x,t)$ avec $gnd(t)$ en dérive externe. Chaque fois, c'est le modèle $k=2$, variogramme linéaire, qui a émergé des statistiques.

CONCLUSION

D'une manière générale, les campagnes aéromagnétiques présentent deux caractéristiques :

- 1) La vitesse de l'avion est importante.
- 2) De nombreux points de recoupement sont disponibles.

Ces deux circonstances devraient vous permettre d'utiliser l'Analyse Krigeante pour filtrer les perturbations diurnes puisque :

- 1) Une analyse structurale le long des profils révèle les caractéristiques du magnétisme spatial (influence du temps négligeable).
- 2) L'analyse des incréments de points de recoupement permet d'inférer le variogramme des perturbations.

Les modifications suivantes du plan de campagne faciliteraient la modélisation:

- 1) Disposer d'un nombre plus important de points de recoupements (150 au lieu des 128 de cette étude, ce qui porterait le nombre de combinaisons possibles de 8128 à 11175). Avec les points disponibles dans cette étude, nous étions constamment à la limite de ne pas avoir suffisamment de couples pour calculer les variogrammes d'incrément. Quelques points supplémentaires auraient permis de consolider l'analyse.
- 2) Disposer de plus de profils transversaux orientés dans la même direction et uniformément répartis sur la zone appréhendée par les autres profils. Dans ce cas, on serait capable de calculer un variogramme transversal indépendant du temps, que l'on pourrait comparer au variogramme des points qui réalisent la même direction mais qui appartiennent aux profils non transverses. Par soustraction, on obtient alors un variogramme de perturbations qu'il peut s'avérer utile de comparer au variogramme issu des points de recoupement, même si, comme on l'a vu, ce variogramme "différence" a toutes les raisons d'être très fluctuant.

Le jeu de données étudié ici présente des avantages non généralisables :

- 1) Le magnétisme spatial s'est révélé stationnaire et isotrope à petite échelle, ce qui a permis de modéliser le variogramme spatial avec précision.
- 2) Nous disposons d'une série temporelle dont le variogramme représentait une autre alternative pour le modèle temporel.
- 3) L'énergie du magnétisme spatial était nettement supérieure à celle issue des perturbations temporelles, ce qui a rendu le filtre peu sensible à des modèles temporels quelque peu approximatifs.

Dans ces trois points, le plus avantageux et le moins fréquent est sans doute celui qui concerne le comportement du magnétisme spatial. Bien souvent, les campagnes couvrent des zones de subduction ou des failles et les anomalies magnétiques qui en résultent sont rarement stationnaires et presque jamais isotropes, même à petite échelle. Dans ce cas et en l'état actuel de notre science, le seul recours du Géostatisticien est un modèle de Fonction Aléatoire Intrinsèque d'ordre k (F.A.I. k) spatiale. Comment en conduire l'analyse structurale ?

En premier lieu, il conviendrait de s'imposer de la mener le long des profils en manipulant des combinaisons linéaires autorisées (C.L.A.) à l'ordre de polynômes spatiaux de différents degrés. L'inférence pourrait être menée comme le fait le logiciel Bluepack par régression linéaire entre variances théoriques et expérimentales de C.L.A. . Des modèles bi-dimensionnels devront être utilisés, ceci afin de ne pas être confronté à la validité d'un modèle mono-dimensionnel plongé dans le plan. Si on suppose que la covariance $C_D(\tau)$ des perturbations est connue (par exemple à l'aide d'incrément de points de recoupement), on peut envisager également de calculer ces C.L.A. dans des directions autres que celles des profils. Dans ce cas, les variances dépendent du temps :

$$\text{VAR}(\lambda^\alpha Z(x_\alpha, t_\alpha)) = \lambda^\alpha \lambda^\beta K_Y(h_{\alpha\beta}) + \lambda^\alpha \lambda^\beta C_D(\tau_{\alpha\beta}) \quad (K_Y(h): \text{covariance généralisée}) \text{ et}$$

c'est donc la quantité $\lambda^{\alpha\beta} C_D(\tau_{\alpha\beta})$ qui nous servira de correction de temps. Mais plusieurs difficultés se présenteront alors :

- 1) La gamme des modèles utilisés actuellement est insuffisante. Pour preuve la carte obtenue avec le logiciel Bluepack (fig. 29) où cette méthode fut utilisée pour inférer un modèle peu réaliste.
- 2) En travaillant dans diverses directions, nous serions conduits à des modèles de F.A.I.k anisotropes, un domaine peu connu.

Ces deux difficultés contiennent en germe la nécessité d'un recours à une gamme de Covariance Généralisées beaucoup plus étendue que l'ensemble très limité utilisé actuellement (pépite, linéaire, spline, cubique). Peut être même faudrait-il envisager d'étendre les investigations aux Fonctions Aléatoires Intrinsèques Généralisées et donc manipuler des C.L.A. qui filtrent les polynômes trigonométriques voire les exponentielles polynomiales.

Bien entendu, ces possibilités existent aussi pour la modélisation des perturbations temporelles. On rappelle que des tentatives furent faites pour modéliser les données de la station fixe par une F.A.I.k temporelle et qu'ici encore, les modèles adéquats nous faisaient défaut.

Bien que le recours à ces théories pour l'espace et (ou) le temps implique une estimation moins précise en terme de variance d'estimation, nous pourrions obtenir un modèle précis : les profils étant informés à pas régulier dans l'espace-temps, il est envisageable d'étudier des incréments de la variable à différentes échelles, voire d'utiliser les outils de la Théorie du Signal pour conduire une Analyse Spectrale de la F.A.I. -k ou G.

Qu'en est-il de l'A.K. comparée au Krigeage Trigonométrique (K.T.) ?

Il semblerait que ces méthodes soient complémentaires. Le K.T. est utile quand :

- 1) L'énergie associée au magnétisme spatial est noyée dans celle associée à des perturbations pratiquement seulement périodiques.
- 2) On ne dispose pas de points de recoupement et on ne sait rien de la covariance des perturbations (notamment l'amplitude des oscillations).
- 3) Le magnétomètre se déplace lentement (20 Km/h pour un bateau).

L'A.K. est utile quand :

- 1) L'énergie associée au magnétisme spatial est importante.
- 2) On a les moyens d'inférer la covariance des perturbations (points de recoupement ou données station).
- 3) La covariance spatiale est accessible directement en travaillant le long des profils.

Dans le cas de mesures prises en mer, on peut envisager de mener une analyse structurale le long des profils, mais dans ce cas, il faut tenir compte du temps et donc connaître la covariance des perturbations. Si tel n'est pas le cas, on se retrouve confronté à l'habituel problème de l'Analyse Krigeante: interpréter les variogrammes, leurs structures, et associer un phénomène physique à chacune. Il n'est pas évident de parvenir à de telles dichotomies, mais un fait plaide en faveur de cette technique : certains géophysiciens effectuent une transformée de Fourier des profils un à un et suppriment les basses fréquences du spectre avant d'appliquer la transformation inverse qui donnera un estimateur spatial n'ayant pas perdu ses corrélations latérales. Si la dichotomie des spectres est possible, celle des covariances aussi.

On peut aussi envisager d'utiliser le K.T. pour estimer l'énergie moyenne des périodes et les utiliser dans la covariance temporelle d'une A.K. sur les données non filtrées.

REMERCIEMENTS

Je remercie vivement le Dr J. Bradley Nelson du Defense Research Establishment Pacific, Canada, qui est à l'origine de cette étude et m'a fourni les données, l'Institute for Aerospace Research qui a collecté les données, et les commanditaires de la campagne: Department of National Defense et le Department of Energy, Mines and Resources, du Canada. Les commentaires des Dr G. Matheron et J. Rivoirard, ainsi que ceux d'un lecteur anonyme, ont grandement favorisé l'élaboration du manuscrit.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Matheron G., *Pour une Analyse Krigeante des Données Régionalisées*, Centre de Géostatistique de Fontainebleau, Note N-732, 38 pp, Ecole des Mines de Paris, 1982.

Séguret S.A. & Huchon Ph., *Trigonometric Kriging : A New Method for Removing the Diurnal Variation From Geomagnetic Data*, J.G.R., Vol. 95, NO. B13, pp 21,383-21,397, Dec. 10, 1990.

Séguret S.A., *Géostatistique des Phénomènes à Tendance Périodique (dans l'espace-temps)*, Thèse Doctorale, 254 pp., Ecole des Mines de Paris, 1991.