

ANALYSE FACTORIELLE KRIGEANTE DE DONNEES D'EXPLORATION GEOCHIMIQUE MULTI-ELEMENTAIRE POUR L'OR EN MILIEU LATERITIQUE AU MALI

Hung TRAN VAN et Philippe SONNET
Laboratoire de Géologie et Minéralogie
Université Catholique de Louvain
Place Louis Pasteur, 3
1348 LOUVAIN-LA-NEUVE
BELGIQUE

RESUME. Cet article présente les résultats d'une Analyse Factorielle Krigeante (AFK) effectuée sur des données de prospection géochimique multi-élémentaire pour l'or en milieu latéritique au Mali. Dix éléments chimiques ont été sélectionnés pour l'analyse. Un modèle linéaire de corégionalisation a été ajusté pour les 55 variogrammes directs et croisés incluant un effet de pépite et deux sphériques isotropes (portées de 200m et 800m). Une Analyse en Composantes Principales a été appliquée sur les trois matrices de corégionalisation. Les cercles des corrélations des trois composantes principales de chacune des trois structures spatiales montrent que les éléments chimiques se regroupent de façon différente suivant que l'on considère les processus ponctuels, locaux ou régionaux. Le cokrigeage factoriel a été réalisé pour les 9 facteurs régionalisés (3 pour chaque échelle spatiale). Les cartes de contours des facteurs régionalisés permettent de donner une signification géologique à certains facteurs et de faire apparaître, sous la couche de sol latéritique, l'allure des formations géologiques du bedrock.

Table des Matières

INTRODUCTION	140
ANALYSE FACTORIELLE KRIGEANTE	140
Modèle linéaire de corégionalisation	140
Analyse en composantes principales des matrices de corégionalisation	141
Cokrigeage des facteurs régionalisés	142
APPLICATION	142
Description des données	142
Discussion des résultats	143
1) Etude des cercles des corrélations	144
2) Interprétation des cartes de facteurs régionalisés	145
CONCLUSION	149

I INTRODUCTION

Disposant des données d'exploration géochimique multi-élémentaire, le géologue souhaite avoir des informations sur les processus géologiques sous-jacents. Or ces données sont, en général, spatialement corrélées et elles peuvent l'être de façon différente suivant l'échelle spatiale à laquelle on considère les phénomènes. Pour cette raison, les méthodes multivariées de la statistique classique, qui ne prennent pas en compte l'aspect spatial, fournissent des résultats généralement décevant.

La théorie des variables régionalisées de la géostatistique (Matheron, 1970) a été développée pour tenir compte des corrélations spatiales. En se basant sur cette théorie, Matheron (1982) a proposé la méthode d'Analyse Factorielle Krigeante. Cette méthode constitue un outil en passe de devenir courant pour explorer des données géologiques (Wackernagel, 1988; 1993). Son application a été étendue à plusieurs domaines : environnement, sciences du sol, hydrogéologie (Goovaerts, 1992; Goovaerts et Sonnet, 1993; Meyers, 1988). Elle consiste à modéliser des variogrammes multivariés, à effectuer une analyse des matrices de corégionalisation et à générer des cartes par cokrigeage.

Cet article présente les résultats d'une Analyse Factorielle Krigeante (AFK) effectuée sur des données multi-élémentaires de prospection pour l'or au Mali.

Les données posent un problème d'interprétation géologique qui est souvent rencontré lorsque l'on effectue une prospection géochimique en milieu latéritique. Une épaisse couche (5 à 30m) de sol latéritique recouvre les formations géologiques. Les seules informations dont on dispose sur les roches en profondeur sont des anomalies géophysiques que l'on interprète comme des éléments structuraux (failles, contacts). Pour tenter d'identifier la nature des roches en profondeur, on analyse les sols qui en dérivent par latéritisation. Cependant, la parenté chimique entre la roche et le sol qui en dérive est rendue complexe par le fait que le processus de formation du sol, la latéritisation, s'est effectué avec une intensité variable dans l'espace. Suivant le degré de latéritisation (roche-saprolite-cuirasse latéritique), le chimisme du sol est profondément modifié. Pour interpréter des analyses en milieu latéritique, il est donc nécessaire de séparer deux effets : l'influence de la nature des roches sur les sols qui en dérivent (= le signal utile) et l'intensité de la latéritisation (= le bruit).

II ANALYSE FACTORIELLE KRIGEANTE

II.1 Modèle linéaire de corégionalisation

L'exposé qui suit se base sur Goovaerts (1992) dont les notations ont également été adoptées. Soit $\{z_i(\mathbf{x}_\alpha); i = 1..p, \alpha = 1..n\}$ un tableau des valeurs centrées et réduites observées en n points de coordonnées \mathbf{x}_α d'un vecteur des fonctions aléatoires $\mathbf{Z} = \{Z_i(\mathbf{x}); i = 1..p\}$. Sous l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2, les variogrammes simples et croisés sont définis par :

$$\gamma_{ij}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E [\{Z_i(\mathbf{x}) - Z_i(\mathbf{x} + \mathbf{h})\} \{Z_j(\mathbf{x}) - Z_j(\mathbf{x} + \mathbf{h})\}]$$

Les variogrammes sont estimés par classes de distances à l'aide de la relation suivante:

$$\hat{\gamma}_{ij}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N_h} \sum_{\alpha=1}^{N_h} \{z_i(\mathbf{x}_\alpha) - z_i(\mathbf{x}_\alpha + \mathbf{h})\} \{z_j(\mathbf{x}_\alpha) - z_j(\mathbf{x}_\alpha + \mathbf{h})\}$$

où :

\mathbf{h} : distance entre paires de points,

N_h : nombre de paires de points dont la distance de séparation tombe dans la classe.

Les valeurs des variogrammes simples et croisés sont regroupés dans une matrice symétrique $\Gamma(\mathbf{h})$:

$$\Gamma(\mathbf{h}) = \begin{bmatrix} \gamma_{11}(\mathbf{h}) & \dots & \gamma_{1p}(\mathbf{h}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{p1}(\mathbf{h}) & \dots & \gamma_{pp}(\mathbf{h}) \end{bmatrix}$$

On peut démontrer que $\Gamma(\mathbf{h})$ tend vers la matrice de variance et covariance $\mathbf{V} = \frac{1}{2}\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}$ lorsque $\mathbf{h} \rightarrow \infty$ (Wackernagel, 1988).

Les variogrammes peuvent être modélisés sous forme d'une combinaison linéaire de N_s variogrammes élémentaires $g^u(\mathbf{h})$:

$$\Gamma(\mathbf{h}) = \sum_{u=1}^{N_s} \mathbf{B}^u g^u(\mathbf{h})$$

où \mathbf{B}^u est appelée la matrice de corégionalisation correspondant à l'échelle spatiale u .

Cette modélisation correspond à une décomposition de chacune des fonctions aléatoires $\{Z_i(\mathbf{x}); i = 1..p\}$ en un ensemble de N_s fonctions aléatoires mutuellement orthogonales $\{Z_i^u(\mathbf{x}); i = 1..p, u = 1..N_s\}$, appelées composantes spatiales, telles que :

$$Z_i(\mathbf{x}) = \sum_{u=1}^{N_s} Z_i^u(\mathbf{x})$$

Chacune des composantes spatiales $Z_i^u(\mathbf{x})$ est caractérisée par une fonction de variogramme $g^u(\mathbf{h})$ et représente le comportement de $Z_i(\mathbf{x})$ à l'échelle spatiale u .

II.2 Analyse en Composantes Principales des matrices de corégionalisation

Chaque matrice de corégionalisation \mathbf{B}^u est, en fait, la matrice de variance-covariance des composantes spatiales $Z_i^u(\mathbf{x})$ correspondantes (Goovaerts, 1993). Elle résume la relation entre variables à l'échelle spatiale u . En effet, si nous notons \mathbf{Z}^u le vecteur de fonctions aléatoires $\{Z_i^u(\mathbf{x}); i = 1..p\}$, on peut écrire :

$$\frac{1}{2}\mathbf{Z}^{uT}\mathbf{Z}^u = \mathbf{B}^u$$

Sous hypothèse de stationnarité d'ordre 2 et du comportement asymptotique des fonctions de variogramme élémentaire $g^u(\mathbf{h})$, la matrice de variance-covariance \mathbf{V} peut s'écrire comme une somme de N_s matrices de corégionalisation \mathbf{B}^u :

$$\mathbf{V} = \sum_{u=1}^{N_s} \mathbf{B}^u$$

On peut appliquer une Analyse en Composantes Principales (ACP) sur chacune des matrices \mathbf{B}^u pour obtenir une décomposition de l'ensemble des fonctions aléatoires $\{Z_i^u(\mathbf{x}); i = 1..p\}$ en un ensemble de fonctions aléatoires orthogonales $\{Y_v^u(\mathbf{x}); v = 1..p\}$, appelées facteurs régionalisés, représentant des processus non corrélés sous-jacents agissant à chaque échelle spatiale u :

$$Z_i^u = \sum_{v=1}^p a_{iv}^u Y_v^u$$

où a_{iv}^u sont des éléments de la matrice résultante de la décomposition par l'ACP de la matrice \mathbf{B}^u .

II.3 Cokrigage des facteurs régionalisés

L'estimation au point de coordonnées \mathbf{x}_0 des facteurs régionalisés Y_v^u peut être réalisée par cokrigage à l'aide de l'estimateur linéaire :

$$\hat{Y}_v^u(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^p \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{i\alpha}^u z_i(\mathbf{x}_\alpha)$$

où $\lambda_{i\alpha}^u$ sont les coefficients de pondération qui minimisent la variance de l'erreur d'estimation. On peut trouver une description complète de la méthode dans Wackernagel (1988) et dans Goovaerts (1992).

III APPLICATION

III.1 Description des données

La région étudiée se situe dans le Sud du Mali, dans la ceinture de roches vertes de Syama-Bundiali (Steven *et al.*, 1992). Les données sont constituées par les teneurs de 33 éléments chimiques en trace dans 1037 échantillons prélevés au sein d'une zone de 3.5 x 10.2km². Les échantillons sont prélevés à 50m d'intervalle le long des transects de 3500m orientés Est-Ouest. Les transects sont distants entre eux de 400m.

Il existe des différences géologiques et géographiques entre la moitié Nord et la moitié Sud de la zone étudiée. Le Nord est plus plat que le Sud. Au Nord, il y a une couverture continue de latérite. La partie Sud est entaillée par une vallée de direction Nord-Sud dont le fond est constitué de saprolite (bedrock altéré). Pour tenir compte de cette connaissance "à priori" et assurer la stationnarité, l'analyse a été réalisée séparément pour le Nord avec 486 échantillons et pour le Sud avec 569 échantillons.

Pour des raisons de capacité de calcul, 10 éléments sont sélectionnés à partir des 33 éléments disponibles. Ont été éliminés :

- les éléments dont les valeurs sont trop proches de la limite de détection,
- les éléments contenant des informations redondantes dans l'ACP,
- les éléments dont le variogramme montre un effet de pépité pur.

Les 10 éléments retenus pour l'analyse sont Be, Ce, Co, Cu, Mn, Nb, Pb, Rb, Th et V. L'or a été écarté pour les raisons ci-dessus mais également parce que l'étude devait pouvoir permettre de déterminer, de façon indirecte, les circonstances favorables pour la présence de concentrations aurifères.

III.2 Discussion des résultats

Les variogrammes omnidirectionnels et unidirectionnels des 10 éléments montrent qu'il y a isotropie et qu'il existe 3 paliers de variation : à l'origine, à 200m et à 800m. Ceux-ci suggèrent la présence de trois structures de variabilité spatiale : ponctuelle, locale et régionale. Un modèle linéaire de corégionalisation constitué de trois fonctions de variogrammes élémentaires a été ajusté : un effet de pépité (0), une fonction sphérique isotrope de portée 200m (1) et une fonction sphérique isotrope de portée 800m (2). L'ajustement a été effectué à l'aide du programme de Goulard et Voltz (1992) et a permis d'obtenir les trois matrices de corégionalisation B^0 , B^1 et B^2 . Chacune des 10 variables (*Be, Ce, Co, Cu, Mn, Nb, Pb, Rb, Th, V*) a ainsi été décomposée en 3 composantes spatiales ($Be^0, \dots, V^0; Be^1, \dots, V^1; Be^2, \dots, V^2$).

Une ACP a permis d'extraire les facteurs régionalisés. Ainsi, B^0 donne 10 facteurs régionalisés : $F0(1), \dots, F0(10)$. De même B^1 et B^2 donnent aussi chacune 10 facteurs régionalisés : $F1(1), \dots, F1(10)$ et $F2(1), \dots, F2(10)$.

De ces 10 facteurs, seuls les 3 facteurs reprenant le plus de variance totale sont retenus pour la suite de l'analyse. Enfin, une rotation supplémentaire VARIMAX est appliquée sur chacune des trois séries de trois facteurs afin d'améliorer la signification géologique des facteurs spatiaux. La rotation VARIMAX consiste à faire pivoter les trois axes factoriels retenus tout en conservant leur orthogonalité de façon à ce que chacune des variables se projette soit près de l'extrémité d'un axe, soit près de l'origine. La méthode revient à modifier les coefficients de corrélation entre les facteurs et les variables de départ de façon à ce qu'ils prennent des valeurs soit proches de ± 1 soit proches de zéro. Après rotation, chacun des trois axes factoriels se caractérise par des saturations (loadings) soit basses soit élevées et un nombre de valeurs intermédiaires réduites au minimum.

Les cercles des corrélations des facteurs régionalisés sont présentés sur la figure 1. Le nombre associé à chaque axe donne le pourcentage de la variance totale qui, pour la structure spatiale considérée, est expliqué par le facteur.

Les caractéristiques topographiques et géologiques de la région étudiée sont présentées sur la figure 2. Les figures 3 et 4 présentent les cartes de facteurs régionalisés obtenus par cokrigéage. Seuls les deux premiers facteurs pour chacune des trois échelles spatiales sont représentés.

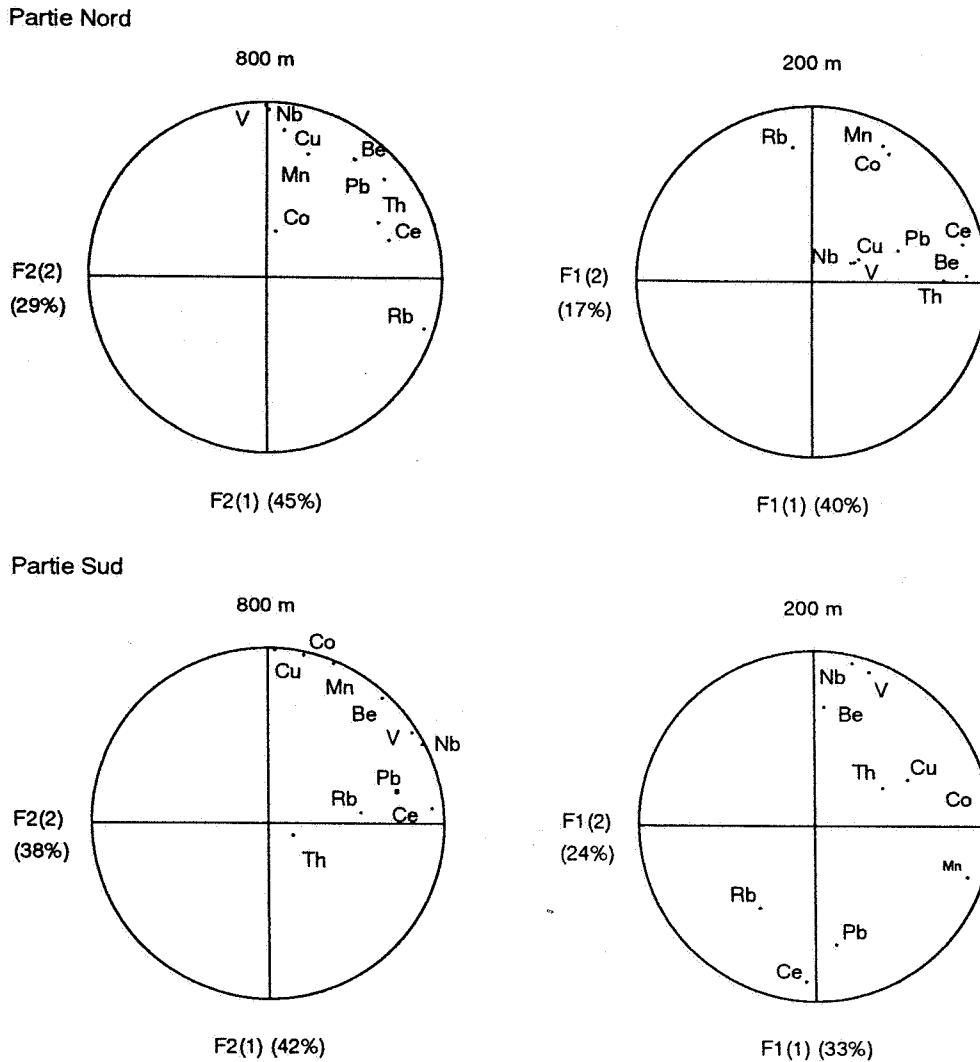


Figure 1. Structure de corrélation des composantes spatiales.

1 Etude des cercles des corrélations

Les cercles des corrélations permettent de décrire la structure de corrélation des composantes spatiales. La figure 1 présente les cercles des corrélations pour les composantes spatiales à 800m et 200m pour la partie Nord et la partie Sud de la zone étudiée. Chacun des 4 cercles des corrélations a comme axe vertical le premier facteur spatial et comme axe horizontal le second. En comparant des cercles pour une même région, on observe que la structure de corrélation à 800m est différente de celle à 200m. Cette différence existe parce que plusieurs processus, agissant à des échelles différentes, règlent la composition chimique du sol : la latéritisation et la nature de la roche sous-jacente, qui sont des phénomènes d'extension régionale; la présence de zones d'altérations hydrothermales autour de filons et le découpage dû aux failles, qui sont des phénomènes d'extension locale.

Par ailleurs, analyser séparément la partie Nord et la partie Sud révèle des comportements contrastés de certains éléments. Par exemple, au Nord, Th, Ce et Pb restent groupés aussi bien à l'échelle régionale qu'à l'échelle locale, alors qu'au Sud, Th s'éloigne

de Ce et de Pb à l'échelle locale. Dans le Sud, Be, Nb et V restent regroupés, tandis qu'au Nord, Be ne varie pas de la même manière que Nb et V.

2 Interprétation des cartes de facteurs régionalisés

L'utilité des cartes de facteurs régionalisés peut être jugée sur les critères suivants :

La carte fait-elle apparaître des particularités qui coïncident géographiquement avec la présence ou l'absence de latérite ? Si oui, le facteur régionalisé considéré reflète des processus actifs à l'échelle régionale ou locale, liés à la latéritisation.

Les courbes d'isovaleur suivent-elles les contacts lithologiques détectés par prospection géophysique ? Si oui, ce facteur régionalisé reflète des processus actifs à l'échelle régionale ou locale où la roche mère joue un rôle.

Les orientations des failles et des shear-zones révélées par prospection géophysique sont perpendiculaire ou à 45° par rapport aux transects d'échantillonnage. Si ces structures linéaires sont accompagnées d'une altération hydrothermale, on peut observer des pics de variation élevée. Ces pics doivent se trouver dans les endroits où les transects d'échantillonnage coupent les structures linéaires.

+ Echelle spatiale de 800m

Les deux premiers facteurs, cumulant 75% de la variabilité des composantes spatiales, suffisent à expliquer les données. Le troisième facteur ne présente que 10% de la variabilité totale et ne reflète aucune structure apparente.

Les cartes des facteurs régionalisés à cette échelle peuvent être interprétées de la façon suivante :

- Les lignes de contours de F2(2) suivent remarquablement bien des plateaux latéritiques. Ce facteur spatial reflète donc des processus agissant à grande échelle et liés à la latéritisation.

- En comparant les cartes pour F2(1) et F2(2) on se rend compte que l'effet de latérite a été filtré par F2(1). Les lignes de contours pour F2(1) épousent l'allure générale N-S des formations géologiques. En particulier, on voit nettement se détacher une bande de valeurs positives au centre de la carte. Cette bande correspond à ce qui est probablement une formation métavolcanique basique intercalée dans des formations métasédimentaires.

+ Echelle spatiale de 200m

Ces cartes montrent des caractéristiques qui ne sont pas contrôlées par la présence ou l'absence de latérite mais plutôt par la lithologie du bedrock. Les faibles valeurs de F1(1) se trouvent dans les métasédiments. Les valeurs élevées se trouvent dans les métavolcaniques. Les caractéristiques tectoniques semblent être la cause des variations locales de F1(2). Les pics de variation locale correspondent aux failles et peuvent être attribués à l'altération hydrothermale qui leur est liée. Enfin, il y a coïncidence de certains pics de variation locale avec d'anciens travaux pour l'exploitation artisanale de l'or.

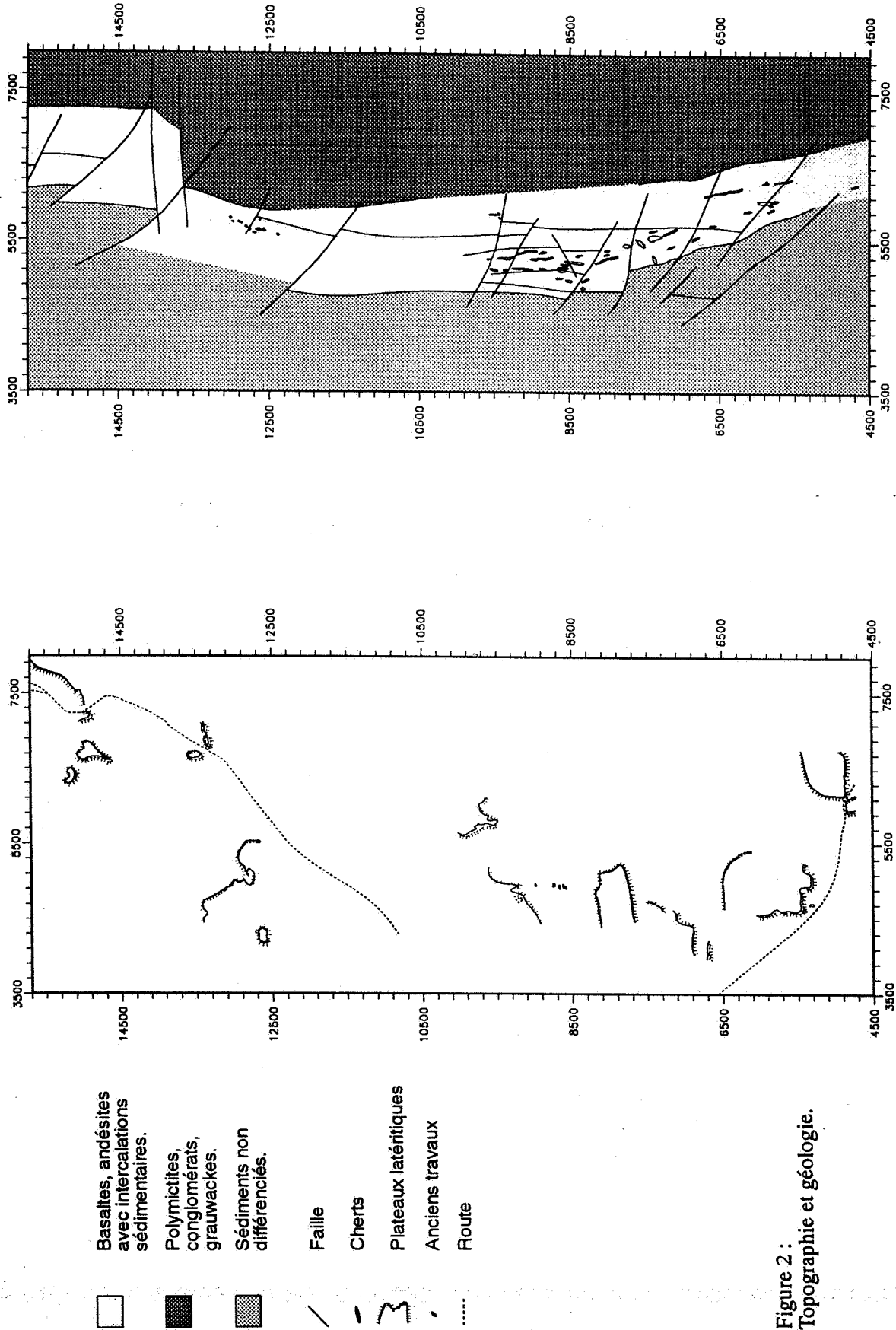


Figure 2 :
Topographie et géologie.

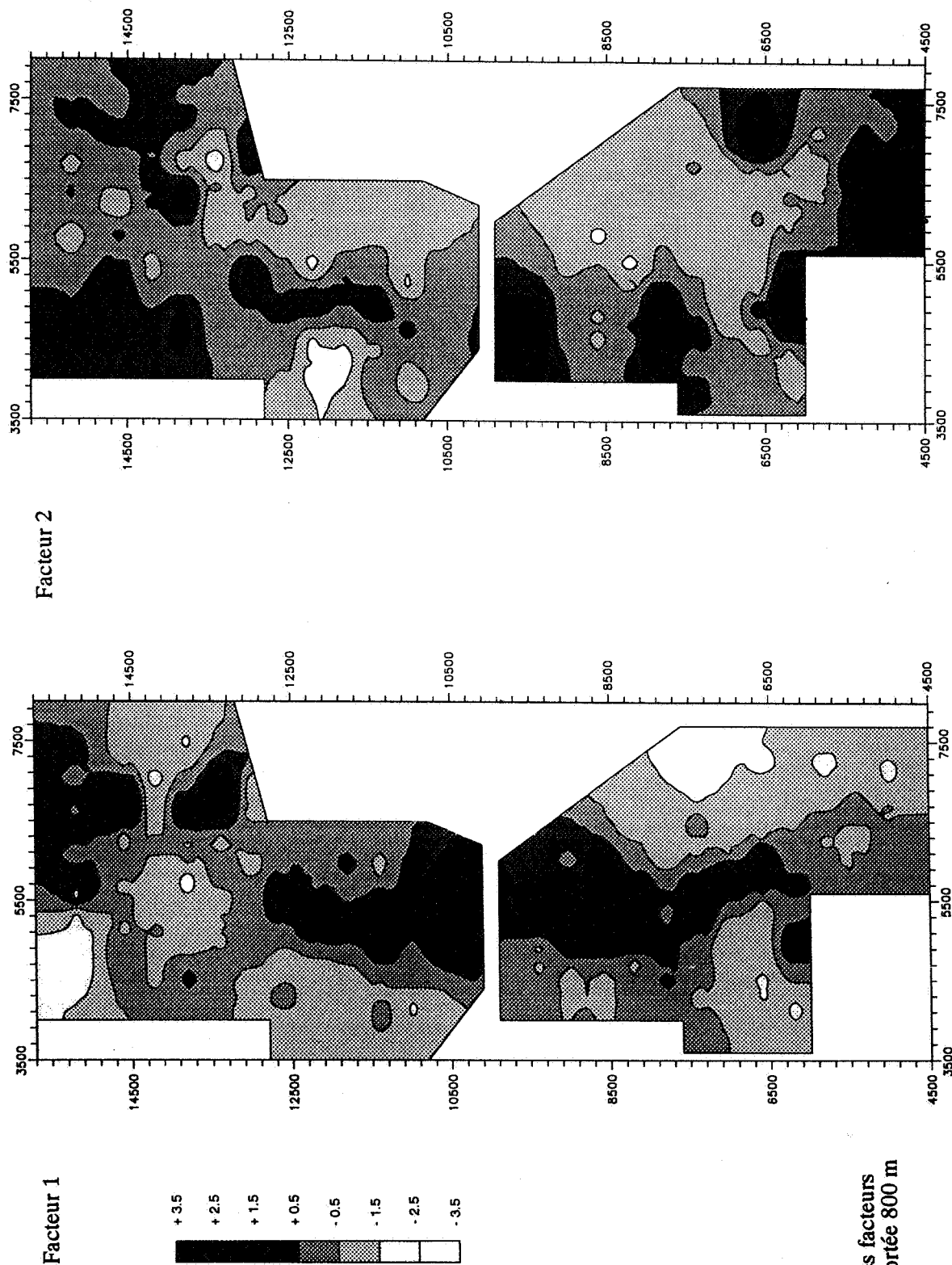


Figure 3 :
Cartographie des facteurs
régionalisés : portée 800 m

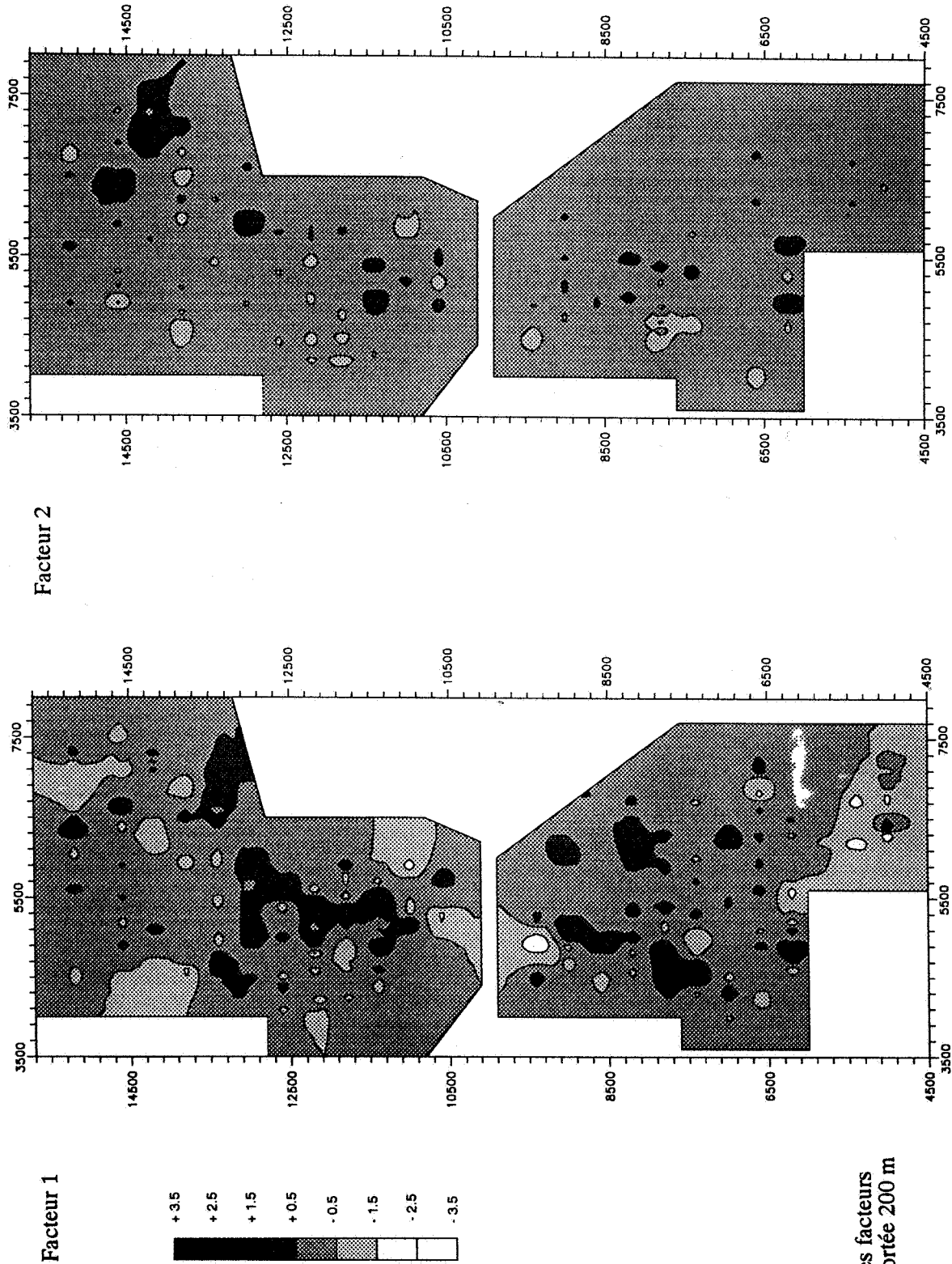


Figure 4 :
Cartographie des facteurs
régionalisés : portée 200 m

IV CONCLUSION

L'Analyse Factorielle Krigéante fournit le moyen de prendre en compte non seulement la relation entre échantillons due à leur position géographique mais également la relation entre variables due à la redondance de l'information.

En partant de l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2, l'AFK modélise les variogrammes simples et croisés sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions de variogrammes élémentaires. Ceci permet de décomposer le phénomène global en quelques composantes spatiales. Chacune de ces composantes agit à une échelle spatiale déterminée, caractérisée par une matrice de corégionalisation. Une ACP de ces matrices de corégionalisation décompose les informations multivariées redondantes en quelques facteurs régionalisés indépendants.

La présente étude a montré que les facteurs régionalisés générés par l'AFK peuvent être porteurs d'une signification géologique réelle. Ainsi, parmi les deux premiers facteurs agissant à l'échelle régionale (800m), le premier facteur est lié à la latéritisation, tandis que l'autre représente la nature de la roche sous-jacente. A l'échelle locale, le premier facteur est lié à la lithologie de la roche sous-jacente : origine métasédimentaire ou volcanique, altération hydrothermale. Le second facteur à cette échelle correspond aux éléments tectoniques détectés par prospection géophysique. Enfin, certains pics de variation locale de ce facteur coïncident avec les anciens travaux d'exploitation pour l'or.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient MM. Madani Diallo et Eric Hanssen de la société BHP-Utah International Exploration Inc. pour la mise à disposition des données et pour l'aide fournie lors de l'interprétation. M. Mustapha Benchouk et Mme Jocelyne de Kerkhove ont également collaboré aux phases préliminaires de l'étude. Le projet a bénéficié du soutien financier de la société BHP-Utah.

Références

- [1] Goovaerts, P., 1992. *Multivariate geostatistical tools for studying scale-dependent correlation structures and describing space-time variations*. Thèse Dr., Université Catholique de Louvain.
- [2] Goovaerts, P., 1993. Spatial orthogonality of principal components computed from coregionalized variables. *Mathematical Geology*, 25. In press.
- [3] Goovaerts, P. and Sonnet, Ph., 1992. Study of spatial and temporal variations of hydrogeochemical variables using Factorial Kriging Analysis. In : Amilcar Soares (ed.), *Geostatistics Troia '92*: 745-756.
- [4] Golard, M. and Voltz, M., 1992. Linear coregionalisation model : Tools for estimation and choice of cross-variogram matrix. *Mathematical Geology*, 24(3): 269-286.

-
- [5] Matheron, G., 1970. La théorie des variables régionalisées et ses applications. *Les Cahiers du centre de Géostatistique*, 5.
- [6] Matheron, G., 1982. Pour une analyse krigéante de données régionalisées. *Centre de Géostatistique, Note N-732*.
- [7] Meyers, D.E., 1988. Multivariate geostatistical analysis for environmental monitoring. *Sciences de la Terre, Série Informatique*, 27: 411-427.
- [8] Olsen, S.F., Diakite, K., Ott, L., Guindo, A., Ford, C.R.B., Winer, N., Hanssen, E., Lay, N., Bradley, R. and Pohl, D., 1992. Regional setting, structure and descriptive geology of the Middle Proterozoic Syama gold deposit, Mali, West Africa. *Econ. Geol.*, 87: 310-331.
- [9] Wackernagel, H., 1988. Geostatistical techniques for interpreting multivariate spatial information. In : C.F. Chung et al. (eds.), *Quantitative Analysis of Mineral and Energy Resource*: 393-409.
- [10] Wackernagel, H., 1993. Gold prospecting with factorial cokriging in the Limousin, France. *Studies in Mathematical Geology*. Oxford University Press. In press.